

Pumping Lemma

Definition:

♣ immer aufschreiben

♣ passend zur Aufgabe ändern

1. Sei Schranke $p \in \mathbb{N}$

2. Wählen Wort $x \in L$ mit $|x| \geq p$

$$x = 1^p 0 1^p ; |x| = 2p \geq p$$

3. Zerlege x in $x = uvw$ mit $|uv| \leq p$ & $|v| \geq 1$

$$x = 1^p 0 1^p = \underbrace{1^L}_u \underbrace{1^r}_v \underbrace{1^{p-L-r} 0 1^p}_w$$

mit $L \in \mathbb{N}_0$, $r \in \mathbb{N}$ & $L + r \leq p$ wegen $|uv| \leq p$ &
 $r \geq 1$ wegen $|v| \geq 1$

4. Pumpen von v mit $i \in \mathbb{N}_0$

$$x_i = 1^L (1^r)^i 1^{p-L-r} 0 1^p$$

Sei $i = 0$:= ; entweder 0 oder sehr groß setzen KEIN $i = 1$!

$$x_0 = 1^L \cancel{(1^r)^0} 1^{p-L-r} 0 1^p = 1^L 1^{p-L-r} 0 1^p = 1^{p-r} 0 1^p$$

Da $r \geq 1$, ist $1^{p-r} \neq 1^p \Rightarrow x_0 \notin L \Rightarrow$ PL-Komplement gilt
 $p-r \neq p$ L ist nicht regulär

Hinweis: Das Schema bringt auch einige Punkte. Allein der Versuch mit dem Schema bringt einiges an Punkten, selbst wenn ihr da nicht ganz sicher seid!

Aufgaben:

Zeigen Sie, dass die Sprache nicht regulär ist:

- $L = \{a^n b^m a^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
- $L = \{a^m b^n \mid n, m \in \mathbb{N}, m < n\}$
- $L = \{a^m b^n c^i \mid n, m, i \in \mathbb{N}, m + i < n\}$
- $L = \{xy^iz^k \mid i, k \in \mathbb{N}, i \geq k\}$
- $L = \{x^p y x^k y \mid p, k \in \mathbb{N}, k > p\}$
- $L = \{x^i y^j x^k \mid i \in \mathbb{N}_0; j, k \in \mathbb{N}, j < k\}$