

Kontextfreie Sprachen Lösungen

Aufgabe 1:

Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) =$

a) $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

$$a) \quad G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, S, \\ \{S \rightarrow AB, \\ A \rightarrow aAb / ab, \\ B \rightarrow cBd / cd\})$$

b) $\{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

$$b) \quad G = (\{A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, A, \\ \{A \rightarrow aBd, \\ B \rightarrow aBd / C, \\ C \rightarrow bCc / bc\})$$

c) $\{a^n b^m a^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0\}$

$$c) \quad G = (\{S, B\}, \{a, b\}, S, \\ \{S \rightarrow aSa / B, \\ B \rightarrow bB / b\})$$

d) $\{a^{2n} b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

$$d) \quad G = (\{S\}, \{a, b\}, S, \\ \{S \rightarrow aaSb / aab\})$$

e) $\{a^m b^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$

$$e) G = (\{S\}, \{a, b\}, S, \{S \rightarrow aSb \mid aS \mid a\})$$

f) $\{a^m b^n c^i \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$

$$f) G = (\{S, B\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aSc \mid bBc \mid bc, B \rightarrow bBc \mid bc\})$$

g) $\{a^m c^i b^n \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$

$$g) G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aAc \mid ac, B \rightarrow cBb \mid cb\})$$

h) $\{ww_{\text{rev}} \mid w, w_{\text{rev}} \in \{a, b, c\}^+, w_{\text{rev}} \text{ ist } w \text{ rückwärts}\}$

$$h) G = (\{S\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow aSa \mid bSb \mid cSc \mid aa \mid bb \mid cc\})$$

Aufgabe 2:

Sei $L = \{a^n b^{2n} c^m \mid n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.

$$a) G = (\{S, A, C\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow AC \mid A, A \rightarrow aAbb \mid abb, C \rightarrow cC \mid c\})$$

b) Leiten sie die Normalform von G ab

$$\begin{aligned}
 & b) P' = \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\
 & \quad S \rightarrow AC / A, \\
 & \quad A \rightarrow T_a A T_b T_b / T_a T_b T_b, \\
 & \quad C \rightarrow T_c C / T_c\} \\
 & P'' = \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\
 & \quad S \rightarrow AC / A, \\
 & \quad A \rightarrow T_a T_1 / T_a T_2, \\
 & \quad T_1 \rightarrow A T_2, \\
 & \quad T_2 \rightarrow T_b T_b, \\
 & \quad C \rightarrow T_c C / T_c\} \\
 & P''' = \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\
 & \quad S \rightarrow AC / T_a T_1 / T_a T_2, \\
 & \quad A \rightarrow T_a T_1 / T_a T_2, \\
 & \quad T_1 \rightarrow A T_2, \\
 & \quad T_2 \rightarrow T_b T_b, \\
 & \quad C \rightarrow T_c C / C\} \\
 & G_{NF} = (\{S, A, C, T_a, T_b, T_c, T_1, T_2\}, \\
 & \quad \{a, b, c\}, S, P''')
 \end{aligned}$$

Aufgabe 3:

Sei $L = \{a^{2m}b^n c^n d^m e^l \mid m, n \in \mathbb{N}, l \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.

$$\begin{aligned}
 & a) G = (\{S, A, B, E\}, \{a, b, c, d, e\}, S, \\
 & \quad \{S \rightarrow A / AE, \\
 & \quad \quad E \rightarrow e E / e, \\
 & \quad \quad A \rightarrow a a A d / a a B d, \\
 & \quad \quad B \rightarrow b B c / b c\})
 \end{aligned}$$

b) Leiten sie die Normalform von G ab

$$\begin{aligned}
 b) \quad P' &= \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, T_d \rightarrow d, T_e \rightarrow e\} & P'' &= \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, T_d \rightarrow d, T_e \rightarrow e\} \\
 S &\rightarrow A / A E_1 & S &\rightarrow A / A E_1 \\
 E &\rightarrow T_e E / e_1 & E &\rightarrow T_e E / e_1 \\
 A &\rightarrow T_a T_a A T_d / T_a T_a B T_d_1 & A &\rightarrow T_a T_{11} \\
 B &\rightarrow T_b B T_c / T_b T_c \} & T_1 &\rightarrow T_a T_{21} \\
 & & T_2 &\rightarrow A T_d / B T_d_1 \\
 & & B &\rightarrow T_b T_3 / T_b T_{c1} \\
 & & T_3 &\rightarrow B T_c \} \\
 P''' &= \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, T_d \rightarrow d, T_e \rightarrow e\} & & \\
 S &\rightarrow T_a T_1 / A E_1 & G_{NF} &= (\{S, A, B, E, T_{11}, T_b, T_c, T_e, T_{11}, T_2, T_3\}, \{a, b, c, d, e\}, S, P''') \\
 E &\rightarrow T_e E / e_1 & & \\
 A &\rightarrow T_a T_{11} & & \\
 T_1 &\rightarrow T_a T_{21} & & \\
 T_2 &\rightarrow A T_d / B T_d_1 & & \\
 B &\rightarrow T_b T_3 / T_b T_{c1} & & \\
 T_3 &\rightarrow B T_c \} & &
 \end{aligned}$$

Aufgabe 4:

Sei $L = \{(ab)^m c^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit $L(G) = L$.

$$a) \quad G = (\{S\}, \{a, b, c\}, S, \{S \rightarrow abSc \mid abb \mid ab\})$$

b) Leiten sie die Normalform von G ab

$$\begin{aligned}
 b) \quad P' &= \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c\} \\
 S &\rightarrow T_a T_b b T_c / T_a T_b S / T_a T_b \} \\
 P'' &= \{T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c\} \\
 S &\rightarrow T_a T_b / T_a T_{11} \\
 T_1 &\rightarrow T_b S / T_b T_2 \\
 T_2 &\rightarrow S T_c \} \\
 3. \text{ keine Kettenregeln vorhanden} \\
 G_{NF} &= (\{S, T_a, T_b, T_c, T_1, T_2\}, \{a, b, c\}, S, P'')
 \end{aligned}$$