Kontextfreie Sprachen

Definition:

Typ 0: keine Bedingung, z.B. Linke Seite länger als rechte
allgemeine Grammatik — wenn Startsymbol $S \to \varepsilon$

Typ 1: $|\alpha| \le |\beta|$, z.B. Links ≤ rechts
nichtverkürzende Grammatik, $aBBa \to abba$
$aBa \to abba$

Typ 2: Links nur Nichtterminale — Strukturbäume **(Bsp. nächste Seite)**
kontextfreie Grammatik, kontextfrei, $A \to aBC$, $C \to aCe$

Typ 3: Links nur Nichtterminale, rechts nur ein Nichtterminal
(rechts-) Lineare Grammatik, regulär, $A \to aA$, $A \to abA$, $A \to a$

G = (N, T, S, P)

N ⟶ Nichtterminale
T ⟶ Terminale
S ⟶ Startsymbol
P ⟶ Produktion $\alpha \to \beta$

Linkslinear: $aEE \to abE$

rechtslinear: $aEE \to aEb$

Links- & rechtslinear: keine Linearität

Kettenregel: $A \to B$

mehrelementige Terminalketten: $A \to xyzA$
$B \to ab$

Sonderregel Leeres Wort ~~X~~ S_{neu} wird zum Startzustand

$S_{neu} \to \varepsilon \mid S_{alt}$ wird erlaubt

immer eindeutig

Normalformen	Typ-3	Typ-2	Typ-1	Typ-0
$A \to \varepsilon$				×
$A \to t$	×	×	×	×
$A \to tB$	×			×
$A \to BC$		×	×	×
$AB \to CD$			×	×

Backus-Naur-Form

Startsymbol: <S>
P = { <S> ::= a<S> | b<S> | <X>
<X> ::= aaa | bbb }

Normalisierung Typ-2

$G = (\{A, C\}, \{a, b, c\}, A, P)$,
$P = \{A \to AcA,\ A \to abc,\ A \to C,\ C \to c\}$

1. Seperation von Terminalen
$P' = \{T_a \to a,\ T_b \to b,\ T_c \to c,$
$A \to AT_cA,\ A \to T_aT_bT_c,\ A \to C,\ C \to c\}$

2. Elimination von Nichtterminalketten Länger als 2
$P'' = \{T_a \to a,\ T_b \to b,\ T_c \to c,$
$A \to AN_1,\ N_1 \to T_cA,$
$A \to T_aN_2,\ N_2 \to T_bT_c,\ A \to C,\ C \to c\}$

3. Elimination von Kettenregeln
$P''' = \{T_a \to a,\ T_b \to b,\ T_c \to c,$
$A \to AN_1,\ N_1 \to T_cA,$
$A \to T_aN_2,\ N_2 \to T_bT_c,\ A \to c,\ C \to c\}$

Normalisierung Typ-3

$X = \{a, b\}$, $L = \{(ab)^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$,
$G = (\{S, T\}, \{a, b\}, S, P)$, $P = \{S \to abS \mid abT,\ T \to bT \mid b\}$

1. Elimination von mehrelementigen Terminalketten
$S \to abS$ — $S \to aA$ — $A \to bS$
$S \to abT$ — $S \to aB$ — $B \to bT$
$P_{NF} = \{S \to aA,\ A \to bS,\ S \to aB,\ B \to bT,\ T \to bT \mid b\}$

2. Elimination von Kettenregeln — nicht vorhanden in diesem Beispiel

⇒ $G_{NF} = (\{S, T, A, B\}, \{a, b\}, S, P_{NF})$

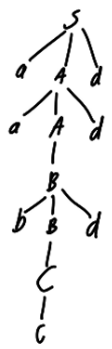
Automaten erstellen — alle Terminale die alleine stehen bekommen ein N_ε

$P_{NF} = \{S \to aA,\ A \to bS,\ S \to aB,\ B \to bT,$
$T \to bT \mid bN_\varepsilon,$
$N_\varepsilon \to \varepsilon\}$

Kommas hinsetzen

Beispiel Strukturbaum:

a) $G_1 = (\{A, B, C, D\}, \{a, b, c, d\}, A, P_1)$
$P_1 = \{S \to aAd \mid bBd$
$A \to aAd \mid B$
$B \to bBd \mid C$
$C \to cC \mid c$



b) aabcddd

Doppelte striche!!!

$A \Rightarrow aAd \Rightarrow aaAdd \Rightarrow aaBdd \Rightarrow aabBddd \Rightarrow aabCddd \Rightarrow aabcddd$

Aufgabe 1:

Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit L(G) =

a) $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

b) $\{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

c) $\{a^n b^m a^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0\}$

d) $\{a^{2n} b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

e) $\{a^m b^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$

f) $\{a^m b^n c^i \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$

g) $\{a^m c^i b^n \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$

h) $\{ww_{rev} \mid w, w_{rev} \in \{a, b, c\}+$, w_{rev} ist w rückwärts$\}$

Aufgabe 2:

Sei $L = \{a^n b^{2n} c^m \mid n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit L(G) = L.

b) Leiten sie die Normalform von G ab

Aufgabe 3:

Sei $L = \{a^{2m} b^n c^n d^m e^l \mid m, n \in \mathbb{N}, l \in \mathbb{N}_0\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit L(G) = L.

b) Leiten sie die Normalform von G ab

Aufgabe 4:

Sei $L = \{(ab)^m c^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$.

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit L(G) = L.

b) Leiten sie die Normalform von G ab