

## Kontextfreie Sprachen Lösungen

### Aufgabe 1:

Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit  $L(G) =$

a)  $\{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

$$a) \quad G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c, d\}, S, \\ \{S \rightarrow AB, \\ A \rightarrow aAb | ab, \\ B \rightarrow cBd | cd\})$$

b)  $\{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

$$b) \quad G = (\{A, B, C\}, \{a, b, c, d\}, A, \\ \{A \rightarrow aBd, \\ B \rightarrow aBd | C, \\ C \rightarrow b(C | bc)\})$$

c)  $\{a^m b^m a^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0\}$

$$c) \quad G = (\{S, B\}, \{a, b\}, S, \\ \{S \rightarrow aSa | B, \\ B \rightarrow bB | b\})$$

d)  $\{a^{2n} b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$

$$d) \quad G = (\{S\}, \{a, b\}, S, \\ \{S \rightarrow aaSb | aab\})$$

e)  $\{a^m b^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$

$$e) G = (\{S\}, \{a, b\}, S, \\ \{S \rightarrow aSb/aS/a\})$$

f)  $\{a^m b^n c^i \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$

$$f) G = (\{S, B\}, \{a, b, c\}, S, \\ \{S \rightarrow aSc/bBc/bc, \\ B \rightarrow bBc/bc\})$$

g)  $\{a^m c^i b^n \mid m \in \mathbb{N}_0, n, i \in \mathbb{N}, m + n = i\}$

$$g) G = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, S, \\ \{S \rightarrow aAc/ac, \\ B \rightarrow cBb/cb\})$$

h)  $\{WW_{\text{rev}} \mid W, W_{\text{rev}} \in \{a, b, c\}^+, W_{\text{rev}} \text{ ist } w \text{ rückwärts}\}$

$$h) G = (\{S\}, \{a, b, c\}, S, \\ \{S \rightarrow aSa/bSb/cSc/aa/bb/cc\})$$

## Aufgabe 2:

Sei  $L = \{a^n b^{2n} c^m \mid n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}_0\}$ .

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit  $L(G) = L$ .

$$a) G = (\{S, A, C\}, \{a, b, c\}, S, \\ \{S \rightarrow AC/A, \\ A \rightarrow aAbb/abb, \\ C \rightarrow cc/c\})$$

b) Leiten sie die Normalform von G ab

$$\begin{aligned}
 b) \quad P^I &= \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\
 &\quad S \rightarrow A C / A, \\
 &\quad A \rightarrow T_a A T_b T_b / T_a T_b T_b, \\
 &\quad ( \rightarrow T_c C / T_c \} \\
 P^{II} &= \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\
 &\quad S \rightarrow A C / T_a T_1 / T_a T_2, \\
 &\quad A \rightarrow T_a T_1 / T_a T_2, \\
 &\quad T_1 \rightarrow A T_2, \\
 &\quad T_2 \rightarrow T_b T_b, \\
 &\quad C \rightarrow T_c C / T_c \} \\
 P^{III} &= \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\
 &\quad S \rightarrow A C / T_a T_1 / T_a T_2, \\
 &\quad A \rightarrow T_a T_1 / T_a T_2, \\
 &\quad T_1 \rightarrow A T_2, \\
 &\quad T_2 \rightarrow T_b T_b, \\
 &\quad C \rightarrow T_c C / C \}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_{NF} &= (\{ S, A, C, T_a, T_b, T_c, T_1, T_2 \}, \\
 &\quad \{ a, b, c \}, S, P^{III})
 \end{aligned}$$

### Aufgabe 3:

Sei  $L = \{a^{2m}b^n c^n d^m e^l \mid m, n \in \mathbb{N}, l \in \mathbb{N}_0\}$ .

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit  $L(G) = L$ .

$$\begin{aligned}
 a) \quad G &= (\{ S, A, B, E \}, \{ a, b, c, d, e \}, S, \\
 &\quad \{ S \rightarrow A | AE, \\
 &\quad E \rightarrow e | Ee, \\
 &\quad A \rightarrow aaAd | aaBd, \\
 &\quad B \rightarrow bbC | bc \})
 \end{aligned}$$

b) Leiten sie die Normalform von G ab

$$\begin{aligned}
 b) \quad P^I &= \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, T_d \rightarrow d, T_e \rightarrow e, \quad P'' = \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, T_d \rightarrow d, T_e \rightarrow e, \\
 &S \rightarrow A/AE, \quad S \rightarrow A/A\bar{e}, \\
 &E \rightarrow TeE/e, \quad E \rightarrow Te\bar{E}/e, \\
 &A \rightarrow TaT_aATd/TaT_aB\bar{T}_d, \quad A \rightarrow TaT_{11} \\
 &\beta \rightarrow TbBTc/TbT_c \} \quad T_1 \rightarrow TaT_{21}, \\
 &\} \quad T_2 \rightarrow ATd/BTd, \\
 &P''' = \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, T_d \rightarrow d, T_e \rightarrow e, \quad \beta \rightarrow TbT_3 \mid \bar{T}_bT_c, \\
 &S \rightarrow \bar{T}_aT_{11}/A\bar{e}, \quad T_3 \rightarrow BT_c \} \\
 &E \rightarrow TeE/e, \quad G_{NF} = \left( \{ S, A, B, E, T_a, T_b, T_c, T_d, T_{11}, T_2, T_3 \}, \{ a, b, c, d, e, \bar{e}, S, P''' \} \right) \\
 &A \rightarrow TaT_{11}, \\
 &T_1 \rightarrow TaT_{21}, \\
 &T_2 \rightarrow ATd/BTd, \\
 &\beta \rightarrow TbT_3 \mid \bar{T}_bT_c, \\
 &T_3 \rightarrow BT_c \}
 \end{aligned}$$

## **Aufgabe 4:**

Sei  $L = \{(ab)^m c^n \mid m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}_0, m > n\}$ .

a) Geben sie eine Typ-2 Grammatik G an, mit  $L(G) = L$ .

$$a) \quad G = (\{S\}, \{a, b, C\}, S \\ \{S \rightarrow abSc | abb | abC\})$$

b) Leiten sie die Normalform von G ab

$$b) P^1 = \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\ S \rightarrow T_a T_b b T_c | T_a T_b S | T_a T_b \}$$

$$\beta^{II} = \{ T_a \rightarrow a, T_b \rightarrow b, T_c \rightarrow c, \\ S \rightarrow T_a T_b, T_a T_1, \\ T_1 \rightarrow T_b S, T_b T_2, \\ T_2 \rightarrow S T_c \}$$

3. Keine Kettenregeln vorhanden

$$G_{NF} = \left( \{S_1 T_a, T_b, T_C, T_1, T_2\}, \{a_1 b_1 c_1\}, S_1, P^{II} \right)$$