

## Aylanma harakat dinamikasi.

### Reja:

1. Qattiq jism.
2. Kuch va inersiya momenti.
3. Impuls momenti.
4. Shteyner teoremasi.
5. Qattiq jism aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi.

**Tayanch iboralar:** Qattiq jism, kuch moment, qo'zg'almas nuqta, qo'zg'almas o'q, impuls moment (harakat miqdori momenti), burchak momenti.

Absolyut qattiq jism (qattiq jism) deganda deformatsiyalanmaydigan jism tushiniladi. Bunday jism zarralarini o'zaro joylashishi o'zgarmaydi. Aylanayotgan qattiq jismning qo'zg'almas qoladigan ikki nuqtasidan o'tkazilgan to'g'ri chiziq (OZ) aylanish o'qi deb, harakat esa shu o'q atrofida bo'lib, shu qattiq jismni aylanma harakati deb ataladi.

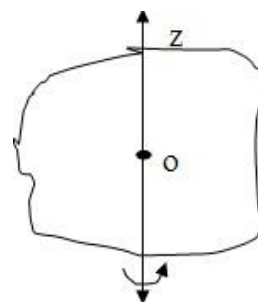
Qattiq jismni aylanma harakatida ham burchak tezlik:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1) \text{ burchak tezlanish: } \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \quad (2) \text{ chiziqli tezlik:}$$

$$g = \omega r = \frac{2\pi r}{T} \quad (3) \quad . \quad \text{normal va tangensial tezlanish:}$$

$$a_N = \frac{g^2}{\omega} = \omega^2 r \quad (4) \quad a_n = \frac{dg}{dt} = \varepsilon r \quad (5). \text{ Aylanish chastotasi davri:}$$

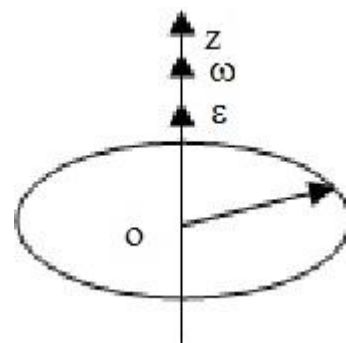
$$\nu = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi\nu \quad (6) \text{ formulalar bilan ifodalanuvchi fizik kattaliklar ishlatiladi.}$$



5.1-rasm.

Qattiq jism ham aylanma ham ilgarilanma harakat qiladi. Aylanma harakat deb shunday harakatga aytiladiki, bunda jismning hamma nuqtalari markazlari bir to'g'ri chiziqda yotgan aylanalar bo'ylab harakatlanadi.

Aylanma harakatda jismga kuchning ta'siri faqat kuch kattaligiga emas, kuchning qo'yilish nuqtasidan aylanish o'qigacha bo'lgan masofaga ham bog'liqdir.



5.2-rasm.

Aylanish o'qidan  $F$  kuchning ta'sir chizig'igacha bo'lgan eng qisqa  $\tau$  masofa kuch elkasi deyiladi.

Kuchning aylantiruvchi ta'siri kuch kattaligiga va kuch elkasiga bog'liq bo'ladi. Kuch va elkaning qiymati qancha katta bo'lsa, kuchning ta'siri ham shunchalik katta kiritiladi. Kuch momenti deb, kuchning kuch elkasiga ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi.

$$M = F \tau \quad (7)$$

$M$  – kuch momenti  $F$  – kuch  $\tau$  - kuch elkasi

Agar kuchning ta'sir chizig'i aylanish o'qidan o'tsa, kuchning elkasi nolga teng bo'ladi.

Ko'pincha jismga ikkita bir biriga qarama – qarshi kuchlar ta'sir etadi.

Bunday kuchlar juft kuchlar deyiladi. Bunday kuchlarni momenti juft kuchlar momenti deyiladi.

$$M_1 = F_1 l_1 \quad M_2 = F_2 l_2 \quad (8)$$

To'la moment  $M = M_1 + M_2$

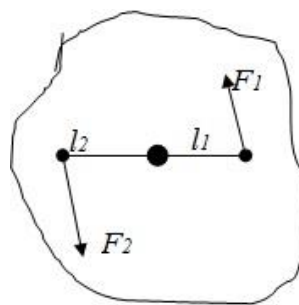
Jismga ta'sir etuvchi barcha kuchlarning aylanuvchi momentlarining algebrik yig'indisi nolga teng bo'lsa, aylanish o'qiga ega bo'lgan jism muvozanatda bo'ladi.

$$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 = 0 \quad (9) \quad M = \sum_{i=1}^h M_i$$

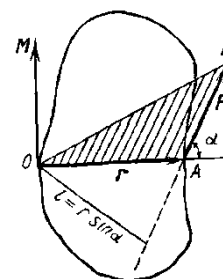
$M$  – massali moddiy nuqta  $v$  – tezlik bilan harakatlanayotganda  $P = mv$  impulsiga ega bo'ladi. Mazkur moddiy nuqta impulsining ixtiyoriy qo'zg'almas  $O$  nuqtaga nisbatan momenti  $L = l \cdot p \quad (10)$  ifoda bilan aniqlanadi.  $L$  – impuls momenti.

Moddiy nuqta impuls momentining o'zgarishi kuch momentiga tengdir.

$$\frac{dL}{dt} = [l \cdot F] = M \quad (11)$$

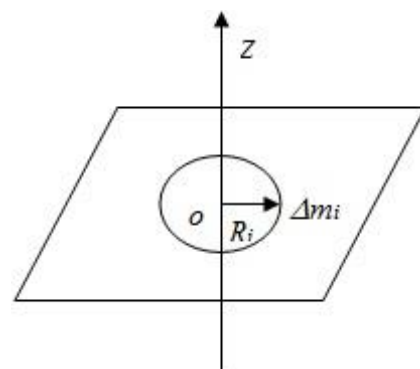


5.2-rasm.



5.4-rasm.

Impuls momentining saqlanish qonuniga asosan:  $\frac{dL}{dt} = 0$  (12) bo'ladi ya'ni moddiy nuqta berk sistemasi impulsining ixtiyoriy nuqtasiga nisbatan momenti o'zgarmaydi.



5.5-rasm.

Jismning inersiya momenti – shu jismning aylanma harakatiga nisbatan inertligini ifodalaydigan kattalikdir. Har qanday jism aylanayotgan yoki tinch turganligidan qat'iy nazar ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momentiga ega bo'ladi.

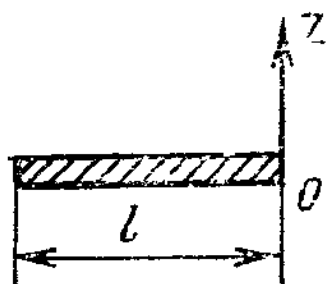
Qattiq jism  $\tau$  - elementar bo'lakchasining massasi  $\Delta m_i$  - bilan aylanish o'qidan nuqtagacha bo'lgan masofa  $R_i$  - kvadratining ko'paytmasi  $J_{zi} = \Delta m_i R_i^2$  (13) ni mazkur elementar bo'lakchasining OZ o'qqa nisbatan inersiya momenti deb ataladi.

Qattiq jismning OZ o'qqa nisbatan inersiya momenti ( $J_z$ ) – shu jismdagi barcha elementar bo'lakchalar inersiya momentarining yig'indisiga teng.

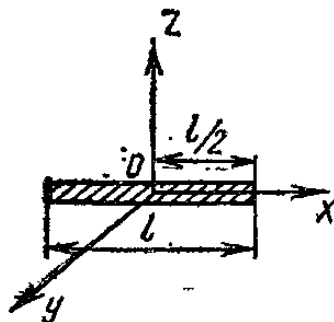
$$J_z = \sum_{i=1}^h J_{zi} = \sum_{i=1}^h \Delta m_i R_i^2 \quad (14)$$

Uzunligi  $\tau$ , massasi  $m$  bo'lgan sterjenni o'rtasidan o'tuvchi OZ o'qqa nisbatan inersiya momenti (5.6-rasm)

$$J_z = \frac{1}{12} ml^2 \quad (15) \text{ ga teng.}$$



5.6-rasm.



5.7-rasm.

Shu sterjinni uchlaridan biri orqali o'tuvchi OZ1 o'qqa nisbatan inersiya momenti (5.7-rasm)

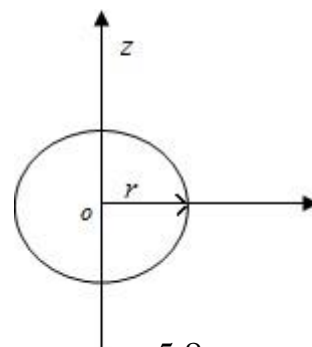
$$J_{z^1} = \frac{1}{3} ml^2 \quad (16)$$

ga teng bo'ladi.

$r$  – radiusli ingichka halqani OZ o‘qqa nisbatan inersiya momenti  $J_z = mr^2$  (17) ga teng.

Radusi  $r$  – bo‘lgan bir jinsli moddadan yasalgan disk (silindr)ning OZ o‘qqa nisbatan inersiya momenti

$$J_{z^1} = \frac{1}{2}mr^2 \quad (18) \quad \text{ga teng.}$$



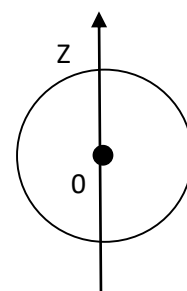
5.8-rasm.

Radusi –  $r$ , massasi –  $m$  bo‘lgan sharning markazidan o‘tuvchi, OZ o‘qqa nisbatan inersiya momenti

$$J_z = \frac{2}{5}mr^2 \quad (19) \quad \text{ga teng.}$$

Jismning massa markazi orqali o‘tuvchi o‘qqa nisbatan inersiya momenti ma’lum bo‘lsa, bu o‘qqa parallel bo‘lgan ixtiyoriy boshqa o‘qqa nisbatan inersiya momentini topish uchun

Shteynerning parallel o‘qlarga nisbatan inersiya momentari haqidagi teoremasidan foydalanish mumkin.



5.9-rasm.

$$J_{z^1} = J_z + md^2 \quad (20)$$

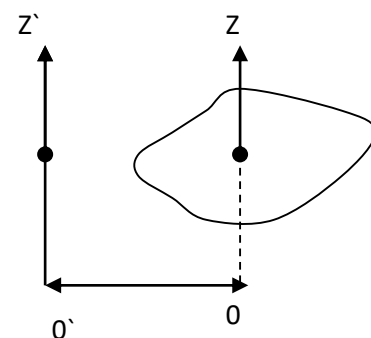
Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanuvchi qattiq jism energiyasi jismning aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momentining burchak tezlik kvadratiga ko‘paytmasining yarmiga teng.

$$E = \frac{J_z \cdot \omega^2}{2} \quad (21)$$

$E$  – kinetik energiya,  $\omega$  – burchak tezlik.

$$J_z \cdot \varepsilon = M_z \quad (22)$$

Bu ifoda qattiq jismni qo‘zg‘almas o‘q atrofidagi aylanma harakatining asosiy tenglamasidir. Ixtiyoriy qo‘zg‘almas aylanish o‘qiga nisbatan jism inersiya momenti bilan burchak tezlanishning ko‘paytmasi jismga ta’sir etuvchi kuchlarning shu o‘qqa nisbatan momentlarining algebrik yig‘indisiga teng.



5.10-rasm.

$$J_z \cdot \varepsilon = M_z \text{ dan } M_z = 0 \text{ bo‘lsa } J_z \cdot \omega = \text{const} \text{ bo‘ladi.}$$

Qattiq jismning OZ o'qqa nisbatan inersiya momenti o'zgarganda ( $J_z = \text{const}$ ), mazkur jism o'zgaras burchak tezlik ( $\omega = \text{const}$ ) bilan harakatlanadi.

Qisqacha xulosalar:

1. Kuch momenti:  $M = Fr \sin \alpha = Fl$ .
2. Harakat miqdori momenti:  $\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}]$ .
3. Qattiq jism kinetik energiyasi:  $W_k = \frac{I_z \omega^2}{2}$ .
4. Shteyner teoremasi:  $I = I_0 + md^2$ .
5. Qattiq jism aylanma harakat dinamikasining asosiy tenglamasi:  $M = I\varepsilon$ .

Quyidagi jadvalda shu tariqa olingan bir jinsli ba'zi oddiy jismlarning inersiya momentlarini hisoblaydigan ifodalar keltirilgan.

5.1-jadval

	m-massali jism	Aylanish o'qi holati	Inersiya momenti
	R-radiusi yupqa devori g'ovak silindr	Simmetriya o'qi	$J_z = mR^2$
	R-radiusi yaxlit silindr	Simmetriya o'qi	$J_z = \frac{1}{2}mR^2$
	R-radiusli yaxlit shar	O'q shar markazidan o'tadi	$J_z = \frac{2}{5}mR^2$
	Shu shar	O'q shar markazidan <b>a</b> uzoqligidan o'tadi.	$J_z = m\left(\frac{2}{5}R^2 + a^2\right)$
	L-uzunlikli yupqa sterjen	O'q o'rtasidan tik o'tadi	$J_z = \frac{1}{12}ml^2$
	Shu sterjen	O'q chetdan o'tadi	$J_z = \frac{1}{3}ml^2$

## **Nazorat savollari**

1. Qo'zg'almas o'qqa nisbatan kuch momenti deb nimaga aytiladi? Kuch yelkasi deb nimaga aytiladi?
2. Qo'zg'almas o'qqa nisbatan impuls momenti deb nimaga aytiladi?
3. Moddiy nuqtaning qo'zg'almas nuqtaga nisbatan impuls momenti deb nimaga aytiladi?
4. Moddiy nuqtaning qo'zg'almas o'qqa nisbatan momenti deb nimaga aytiladi?
5. Kuch va impuls momenti qanday o'lchov birliklariga ega?
6. Momentlar tenglamasi qanday kattaliklarni o'zaro bog'laydigan tenglama?
7. Kuch va impuls momentlarining yo'nalishi qanday qoida bo'yicha aniqlanadi?
8. Moddiy nuqtalar sistemasining impuls momenti qanday aniqlanadi?
9. Moddiy nuqtalar yopiq sisteyemaning impuls momentining saqlanish qonuni qanday mazmunga ega? Qonun qanday sharoitda bajariladi?
10. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan qattiq jism dinamikasining asosiy qonuni.
11. Qattiq jismning qo'zg'almas o'qqa nisbatan impuls momenti va inersiya momenti.
12. Qattiq jismning ixtiyoriy o'qqa nisbatan inersiya momenti. Shteyner teoremasi.
13. Bir jinsli oddiy shakldagi qattiq jismlarning inersiya momentini hisoblash.
14. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan qattiq jismning kinetic energiyasi.
15. Yassi harakat qilayotgan qattiq jismning kinetic energiyasi.
16. Qattiq jismning ilgarilanma va qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatini xarakterlovchi asosiy kattaliklar va tenglamalar orasidagi o'xshashlik.
17. Erkin o'qlar. Giroskoplar va ularning ishlatilishi.
18. Aylanayotgan qattiq jism dinamikasining asosiy qonunining mazmuni va uning ifodasi qanday? Qattiq jism ilgarilanma va aylanma harakati dinamikasi asosiy qonunlarini taqqoslang.
19. Qanday fizik kattalik aylanayotgan qattiq jismning asosiy dinamik xarakteristikasi hisoblanadi?
20. Aylanayotgan qattiq jism dinamikasining asosiy tenglamasini yozing.

21. Qo'zg'almas o'q atrofida aylanayotgan qattiq jismning kinetik energiyasi qanday aniqlanadi?
22. Qattiq jismning murakkab yassi harakati deb qanday harakatga aytiladi va bu harakatning kinetik energiyasi qanday aniqlanadi?
23. Qattiq jismning ilgarilanma va qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakatlarining xarakterlovchi fizik kattaliklar va tenglamalarni o'zaro taqqoslang.
24. Erkin o'qlar (bosh inersiya o'qlari) deb qanday o'qlarga aytiladi? Ulardan qaysilari atrofidagi aylanish turg'un bo'ladi?
25. Erkin o'qlar vaziyatining fazodagi saqlanish xossasi qanday qonun yordamida tushuntiriladi?
26. Girooskop qanday jism? Uning qanday asosiy xossalari bor?