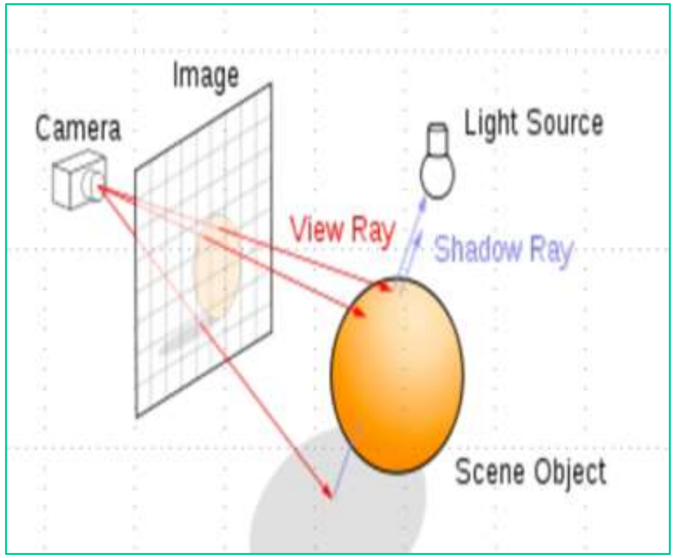
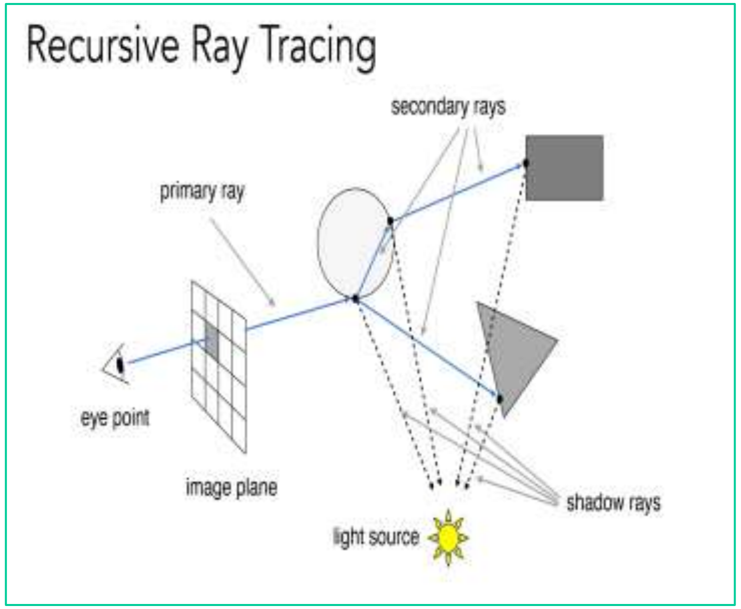
Recap

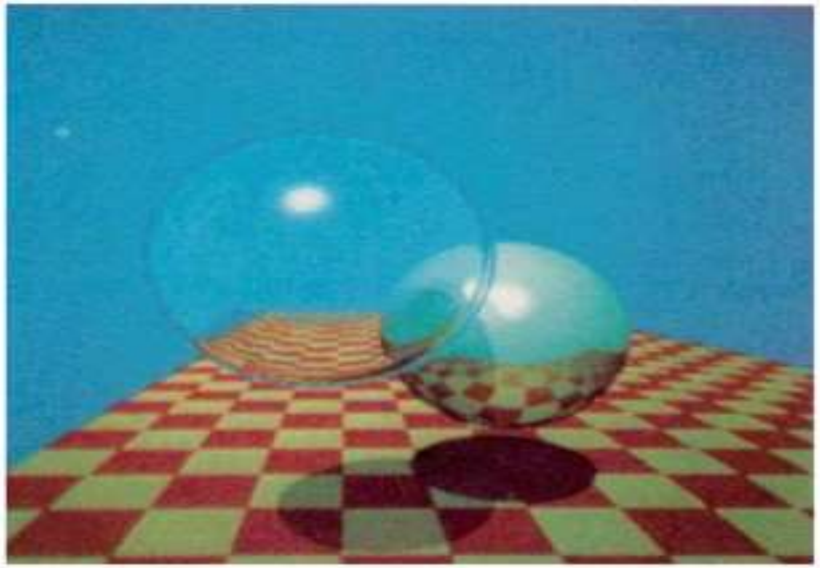
- Ray Tracing:
  - 从视点出发对每像素发出光线，交于场景物体找到最近交点，**计算交点颜色作为像素颜色**。
- Ray Casting:
  - 从视点出发对每像素发出光线，交于场景物体找到最近交点，**计算交点颜色**：交点弹射1次到光源，判定是否阴影后进行简单光照着色
- Whitted Style Ray Tracing:
  - 从视点出发对每像素发出光线，交于场景物体找到最近交点，计算交点**颜色**：包含以下两项：
    - 若交点是漫反射材质，则弹射1次到光源，判定是否被其它物体遮挡，返回阴影后或简单光照着色。
    - 若交点是镜面或透明材质，则沿着镜面反射或折射方向继续弹射发出光线跟踪下去（**递归**），直到达到最大递归次数或光线衰减阈值停止跟踪。



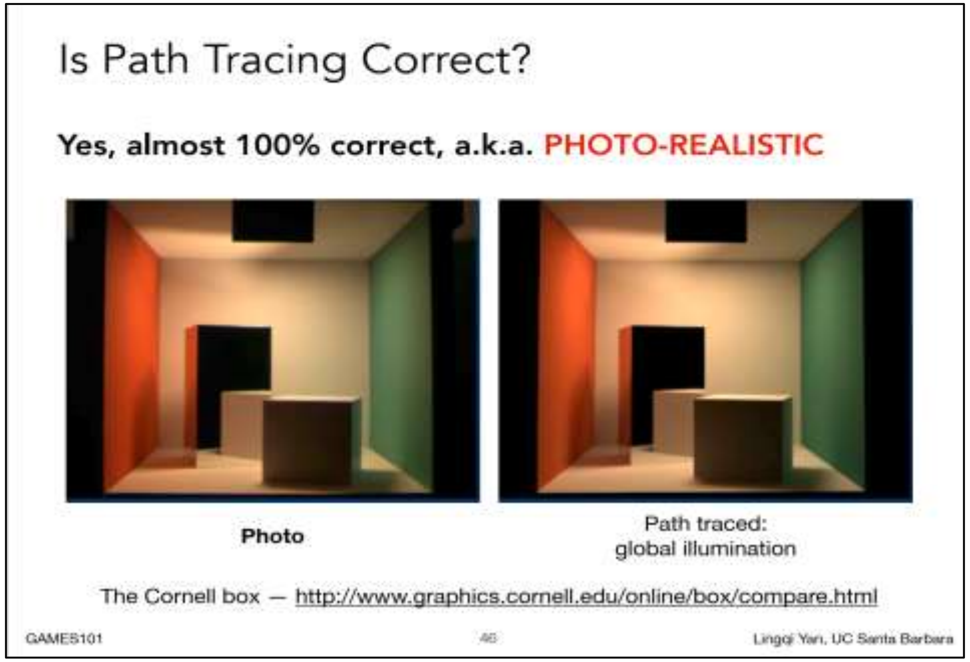


Recap(cont.)

- **Whitted-StyleRT符合“物理原理”吗?**
  - Whitted-Style Ray Tracing is Wrong!
  - PBR(Physical Based Rendering) is Correct!
    - **Path Tracing is based on “Radiometry辐射度量学”**



Spheres and Checkerboard, T. Whitted, 1979



Today' Theme

Ref: GAMES101 lecture 15，清华胡事民课件

- PBR(Physical Based Rendering)
  - 光线亮度**I**的物理表示：radiance
  - 物体表面材质对光的反射系数K的表示：BRDF
  - 基于物理的反射光的计算模型：反射方程，以及渲染方程
  - 基于物理原理的照片级真实感渲染效果：全局光照

Outline

- **PBR(Physical Based Rendering)**
  - Radiometry(辐射度量学）
  - BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function双向反射分布函数)
  - The Reflection Equation（反射方程）
  - The Rendering Equation（渲染方程）
  - Global Illumination(全局光照）

Radiometry(辐射度量学)

- Radiometry辐射度量学
  - **Radiant energy**:辐射能量Q,（单位:焦耳Joule）
  - **Radiant flux(power)**: **单位时间的光通量（能量）**,（单位:**流明lm (= lumen)** **or**瓦特Watt ）
    - **Is the energy emitted , reflected, transmitted or received , per unit time**
    - **Photons flowing through a sensor in unit time在单位时间内流过传感器的光子数量**

Radiant Energy and Flux (Power)

Definition: Radiant energy is the energy of electromagnetic radiation. It is measured in units of joules, and denoted by the symbol:

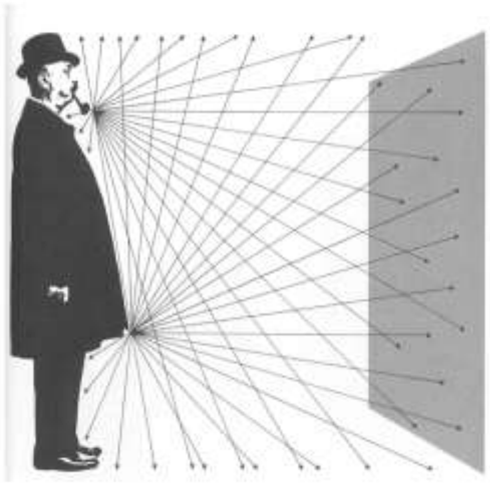
$$Q \ [\mathrm{J} = \mathrm{Joule}]$$

Definition: Radiant flux (power) is the energy emitted, reflected, transmitted or received, per unit time.

$$\boxed{\Phi \equiv \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \ [\mathrm{W} = \mathrm{Watt}] \ [\mathrm{lm} = \mathrm{lumen}]^*}$$

GAMES101 43 Lingqi Yan, UC Santa Barbara

Flux – #photons flowing through a sensor in unit time



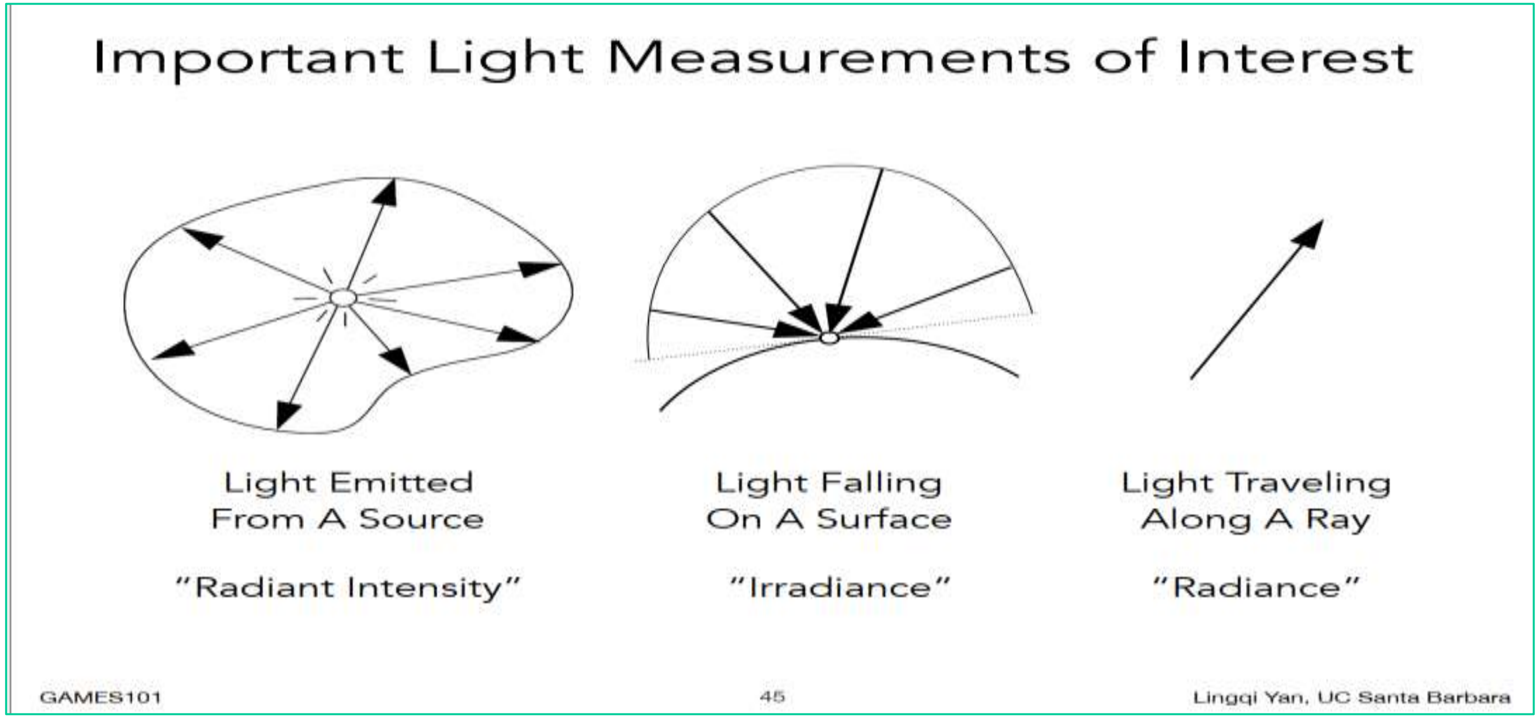
From London and Upton

GAMES101 44 Lingqi Yan, UC Santa Barbara

Radiometry(cont.）

➢重点介绍三个对光照计算重要的物理量

1. Radiant Intensity: Light Emitted From A Source
2. Irradiance：Light Falling On A Surface
3. Radiance: Light Traveling Along A Ray *

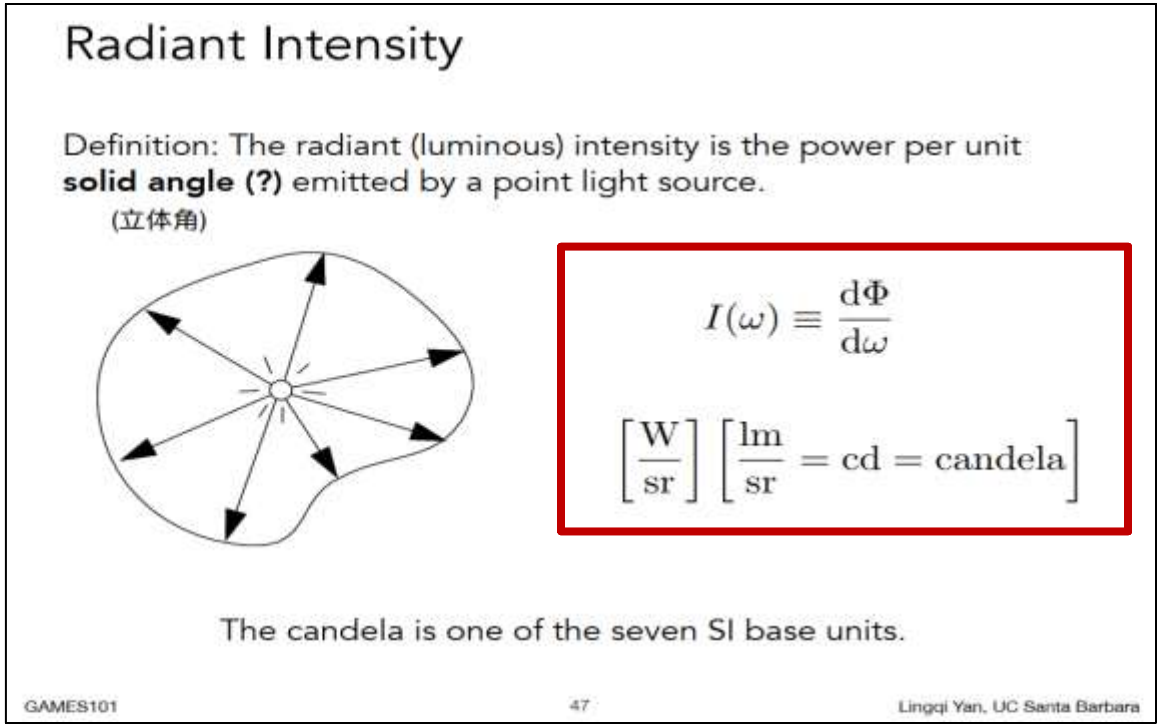


Radiometry(cont.)

1.Radiant **Intensity**

- ➢单位立体角内的能量Power per unit solid angle（单位：坎德拉cd=lm/sr）
  - ➢**单位： w/sr：功率瓦/**球面度 或 **lm/sr：流明/**球面度

//注：Steradian（sr）：球面度/立体弧度，是立体角solid angel的单位

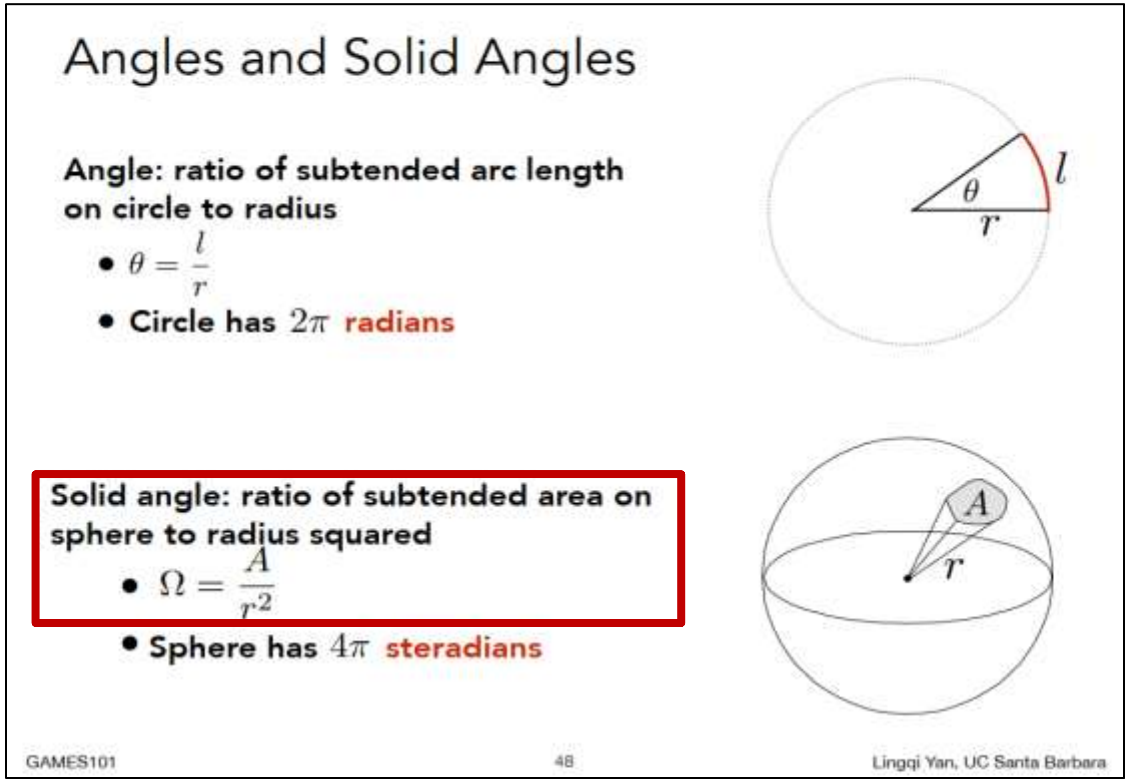


Radiometry(cont.)

1.Radiant **Intensity(cont.)**

- ➢单位立体角内的能量Power per unit solid angle（单位：坎德拉cd=lm/sr）
  - **➢立体角 Solid Angel: “球面子区域面积A” 和 “球半径r平方”的比值**

//注：Steradian（sr）：球面度/立体弧度，是立体角solid angel的单位



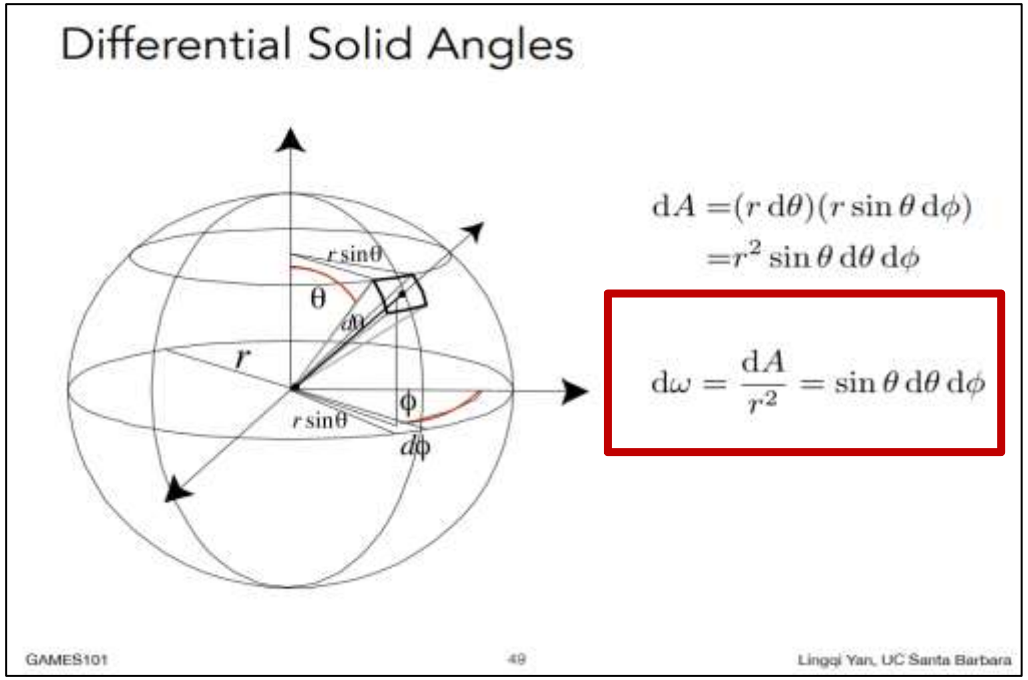
Radiometry(cont.)

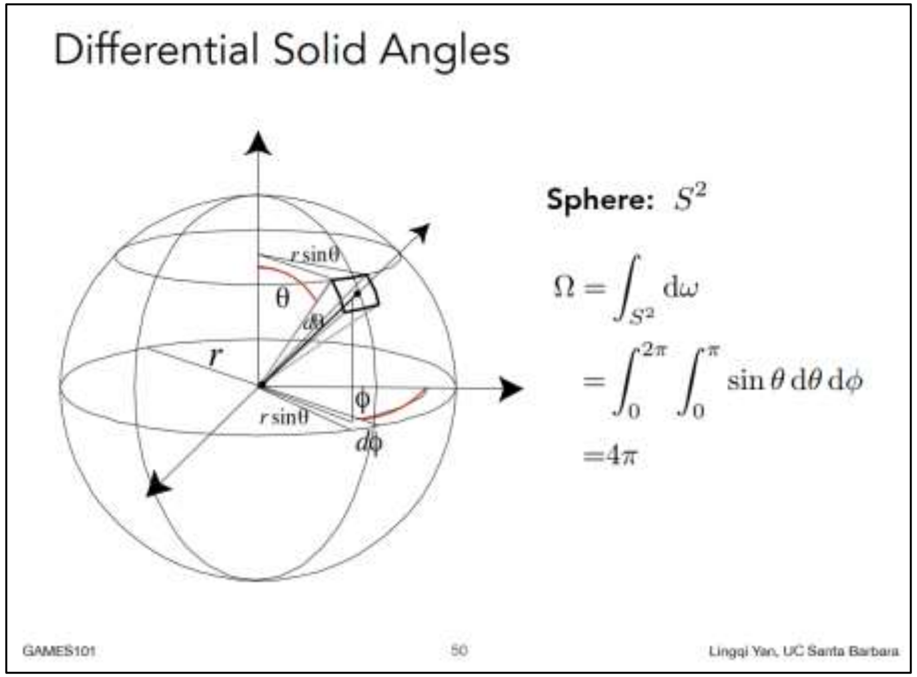
Radiant intensity $I(\omega) \equiv \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\omega}$

- power per unit solid angle

1.Radiant **Intensity(cont.)**

- ➢单位立体角内的能量Power per unit solid angle（单位：坎德拉cd=lm/sr）
  - ➢**立体角 Solid Angel: “球面子区域面积A” 和 “球半径r平方”的比值**
    - ➢**微分立体角Differential Solid Angle：dω**





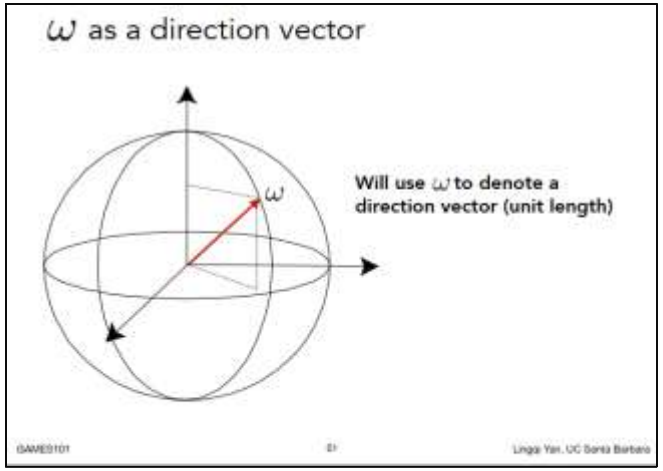
Radiant intensity $I(\omega) \equiv \dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\omega}$

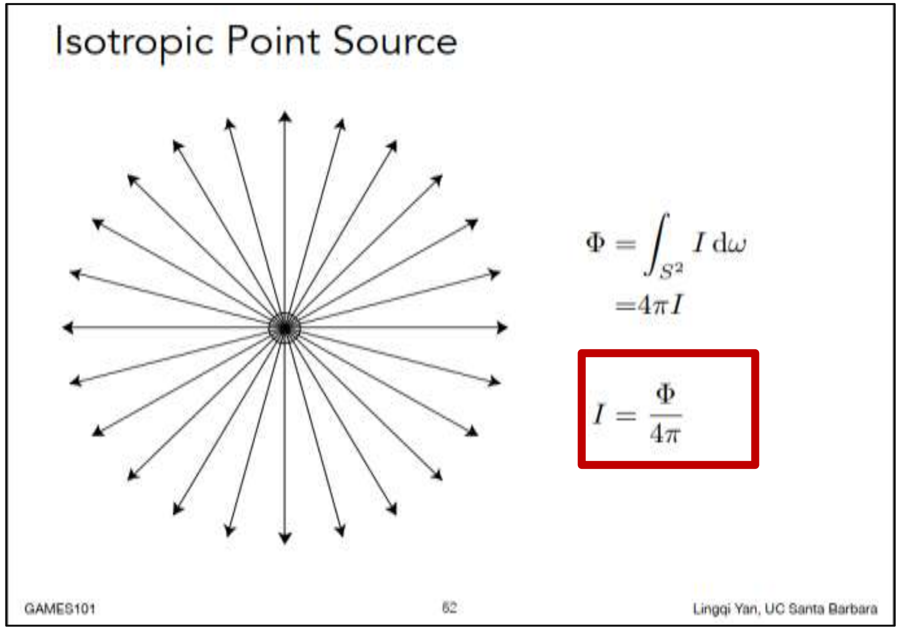
- power per unit solid angle

Radiometry(cont.)

1.Radiant **Intensity(cont.)**

- 单位立体角内的能量Power per unit solid angle（单位：坎德拉cd=lm/sr）
  - 立体角 Solid Angel: “球面子区域面积A” 和 “球半径r平方”的比值
    - 微分立体角Differential Solid Angle/单位立体角unit solid angle
- “微分立体角”可表示任意空间中的“一个方向”；
- 若点光源各向同性，则intensity表示光源沿着某个方向单位时间内所发射的能量





Radiometry(cont.)

- 1.Radiant **Intensity(cont.)**
  - ➢总结:Intensity是光源在单位时间内，向某个方向（微立体角）发出的能量
  - ➢Intensity is power per unit solid angel

Radiant energy Q $[\mathrm{J} = \mathrm{Joule}]$ (barely used in CG)

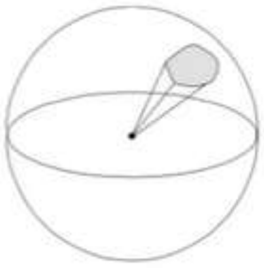
- the energy of electromagnetic radiation

Radiant flux (power) $\Phi \equiv \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$ $[\mathrm{W} = \mathrm{Watt}]$ $[\mathrm{lm} = \mathrm{lumen}]$

- Energy per unit time

Radiant intensity $I(\omega) \equiv \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\omega}$

- power per unit solid angle



Solid Angle $\Omega = \frac{A}{r^2}$

- ratio of subtended area on sphere to radius squared

Radiometry(cont.)

2. Irradiance

- “power(perpendicular/projected) per unit area” incident on a surface point

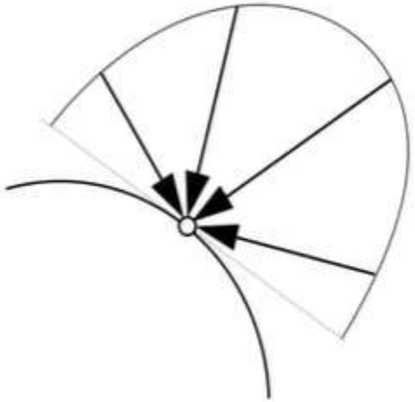
入射(垂直/投影)到表面点的单位面积的能量，(单位：勒克斯lux=lm / m^2)

Irradiance

Definition: The irradiance is the power per (perpendicular/ projected) unit area incident on a surface point.

$$\boxed{E(\mathbf{x}) \equiv \frac{\mathrm{d}\Phi(\mathbf{x})}{\mathrm{d}A}}$$

$$\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right] \quad \left[\frac{\mathrm{lm}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{lux}\right]$$



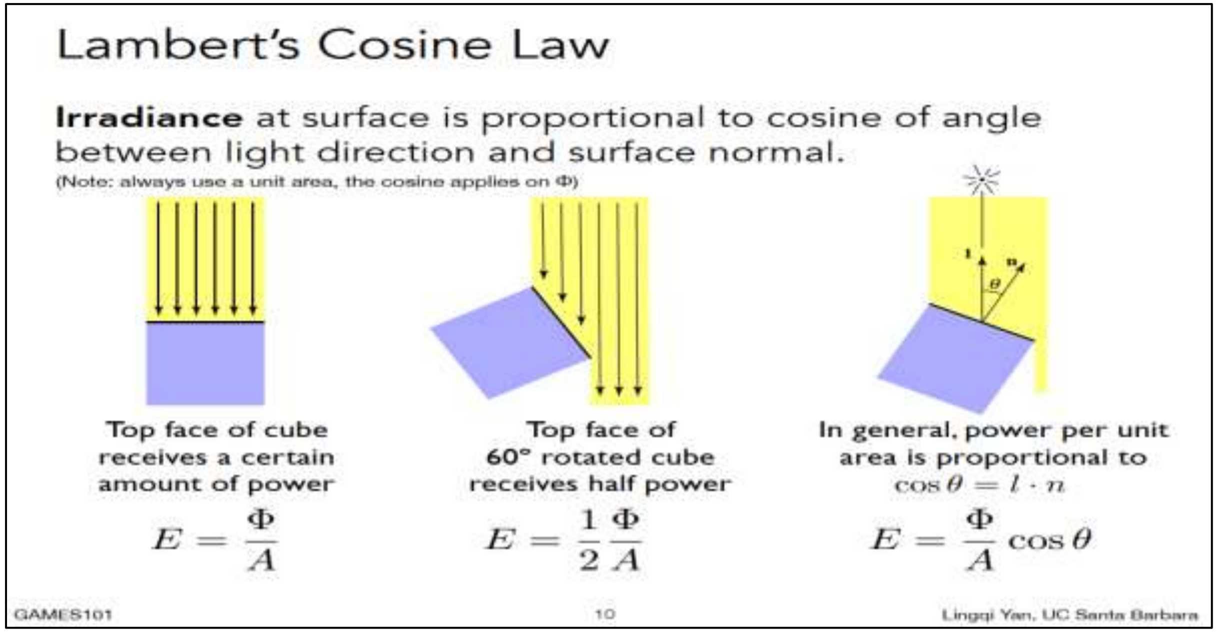
Radiometry(cont.)

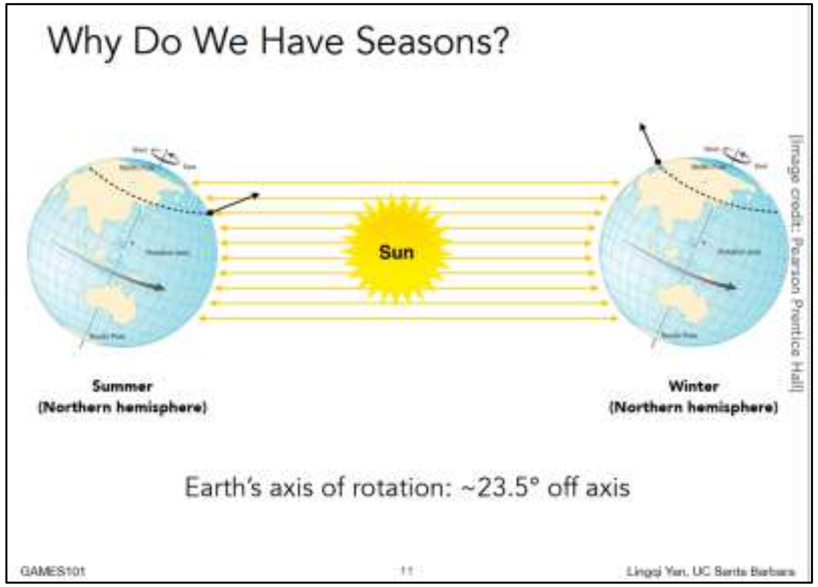
2.Irradiance(cont.)

- "power(perpendicular/projected) per unit area" incident on a surface point

入射到物体表面的单位面积接收的能量（单位：勒克斯lux=lm/m^2）

➢"Irradiance"正比于"光线方向和物体表面法向量之间的夹角余弦"或可看作物体表面接收的是光线垂直于物体表面的能量分量(如：阳光垂直照射区域光能接收多，如赤道附近多，而两级少)

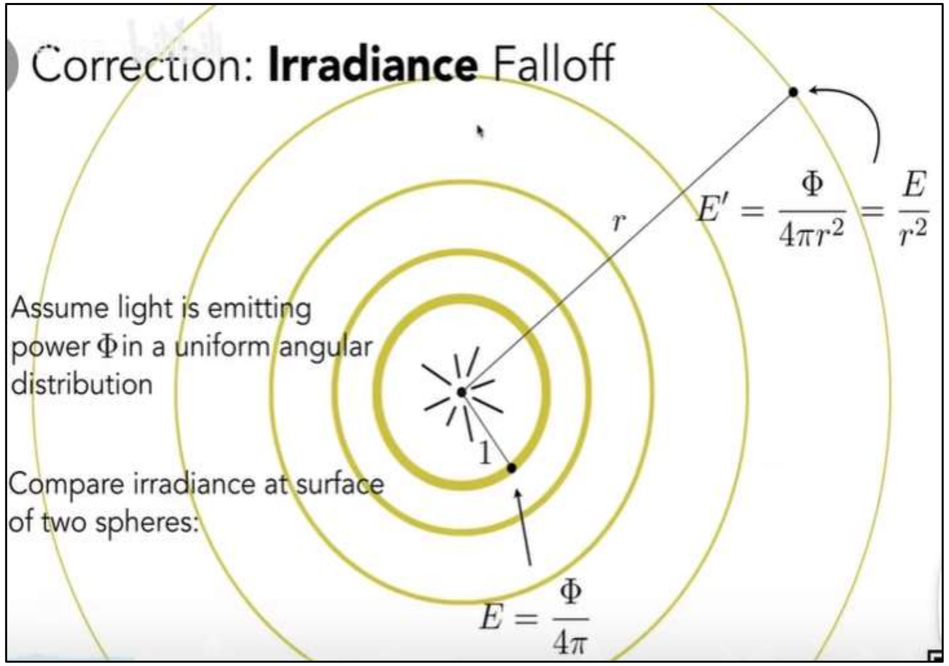




Radiometry(cont.）

2. Irradiance

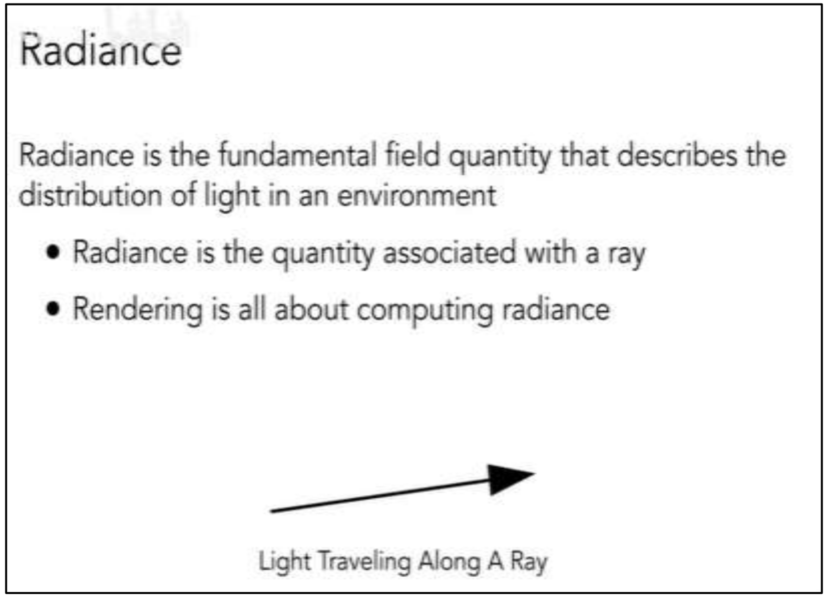
- “power(perpendicular/projected) per unit area” incident on a surface point
- 入射到物体表面的单位面积接收的能量（单位:勒克斯lux=lm/m²）
  - ➢“Irradiance”正比于“光线方向和物体表面法向量之间的夹角余弦”或可看作物体表面接收的是光线垂直于物体表面的能量分量(**如:阳光垂直照射区域光能接收多，如赤道附近多，而两级少**）
  - ➢光能量传播会有衰减:随着接收光的物体表面离光源越远，球面面积会越来越大，而单位面积接收的能量会越来越小 。如图:半径为1的球面的能量E和半径为r的球面能量E’之间的关系是:E’=E/r²

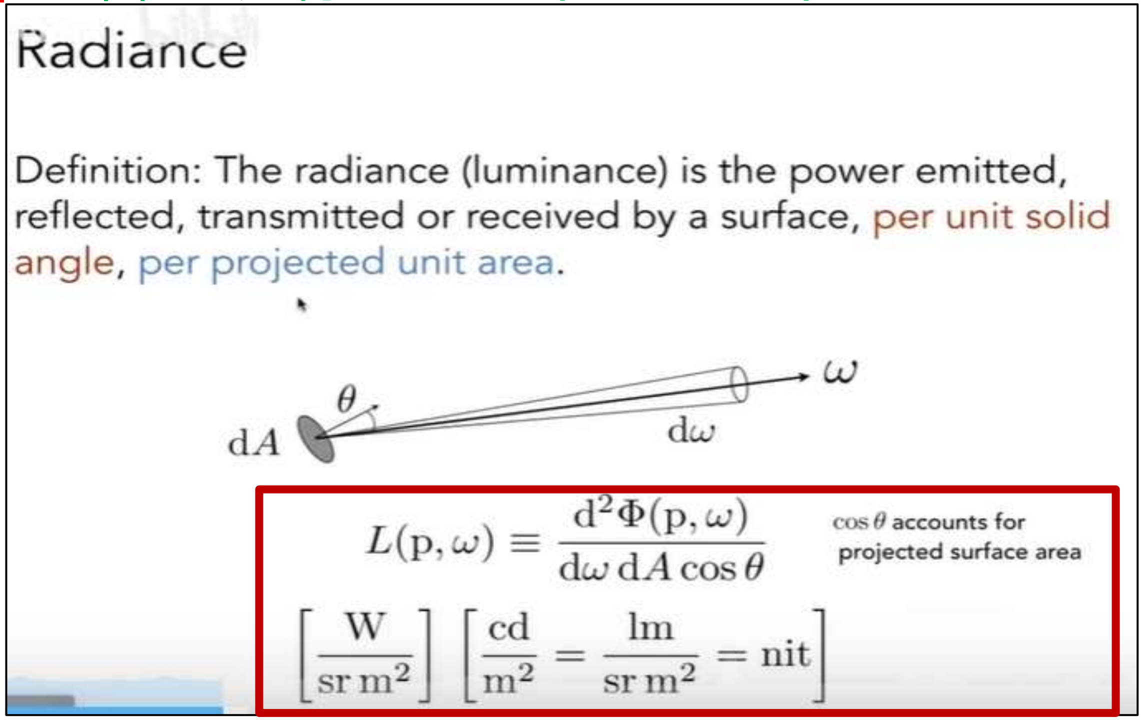


Radiometry(cont.)

3. Radiance*

- The fundamental field quantity that describes the distribution of light in an environment(描述光在环境中的分布的基本场量)
  - Radiance is the quantity associated with a ray(指与一条光线相关联的量)
  - Rendering is all about computing radiance（渲染就是关于计算radiance的）
- Definition: Power emitted, reflected, transmitted or received by a surface , Per unit solid angle , per projected unit area. 单位：*尼特 nit*= cd / m^2 = lm/sr m^2

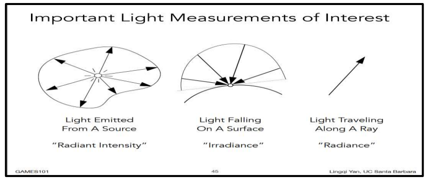


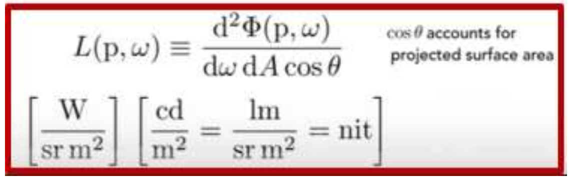


Radiometry(cont.）

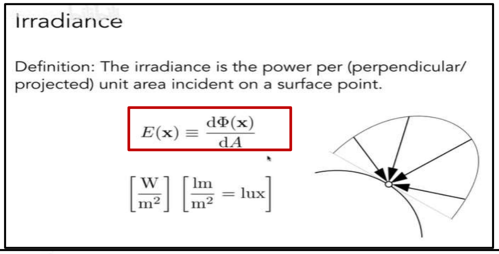
3. Radiance(cont.)

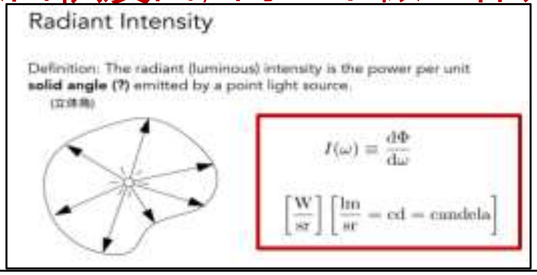
➢Radiance可以表示入射光线，也可表示出射光线~

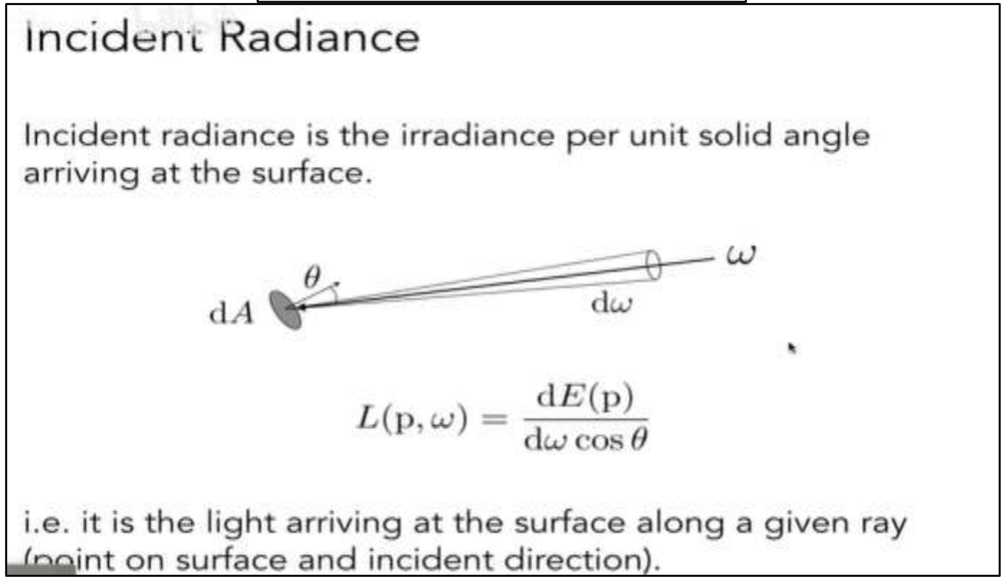


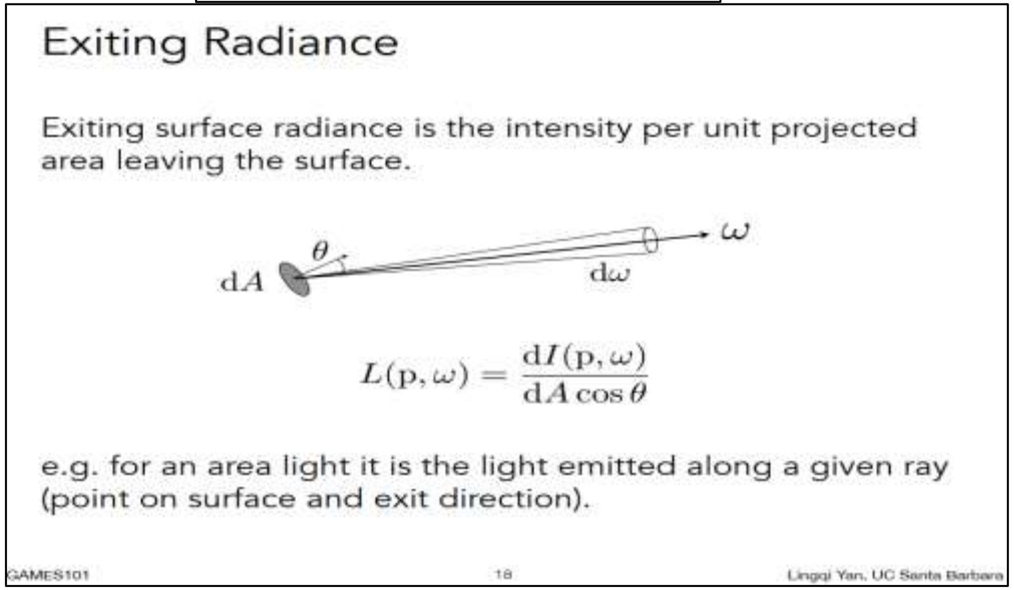


- Incident Radiance（入射辐射/入射光线）L(p,w)：从一个微立体角进来，被一个微面积所接收到的能量
- Exiting Radiance（出射辐射/出射光线）L(p,w)：从一个微面积发出，向一个微立体角发射出去的能量









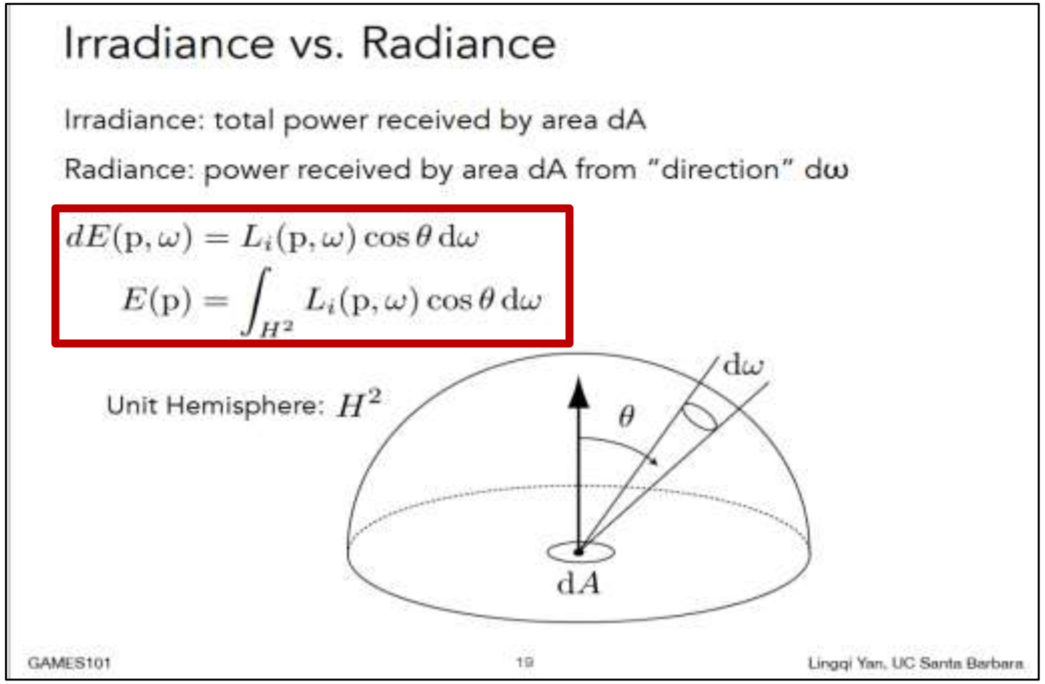
Radiometry(cont.）

3. Radiance(cont.)

➢Irradiance vs. Radiance

- Irradiance: total power received by area dA
  - 单位面积/微表面收到半球内入射的所有光线能量E(p)=从半球立体角2pi（各个可见方向）来的光能量和
- Radiance: power received by area dA from “direction” dω
  - 单位面积/微表面入射/出射的某方向光线能量 L(p , w) =单位立体角（某方向）单位平面的入射/出射的光能

➢两者之间的关系(从入射光角度看）:　dE(p,w) = Li(p, ω) *cosϴ* dω

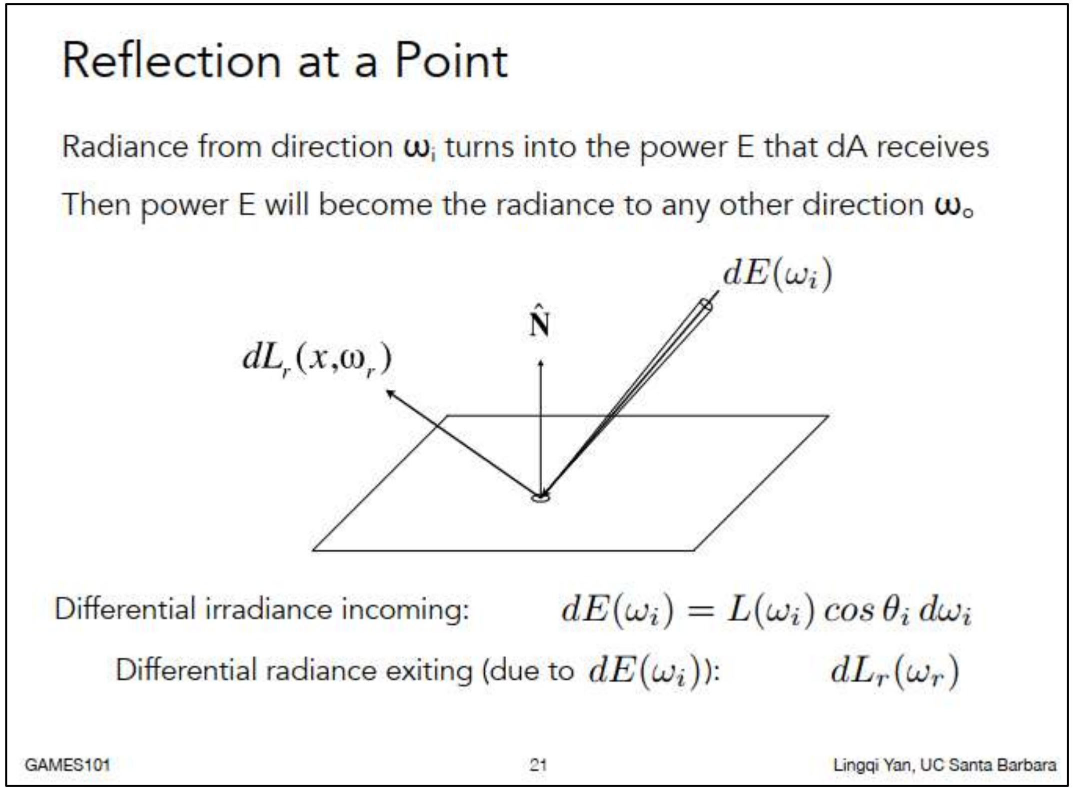


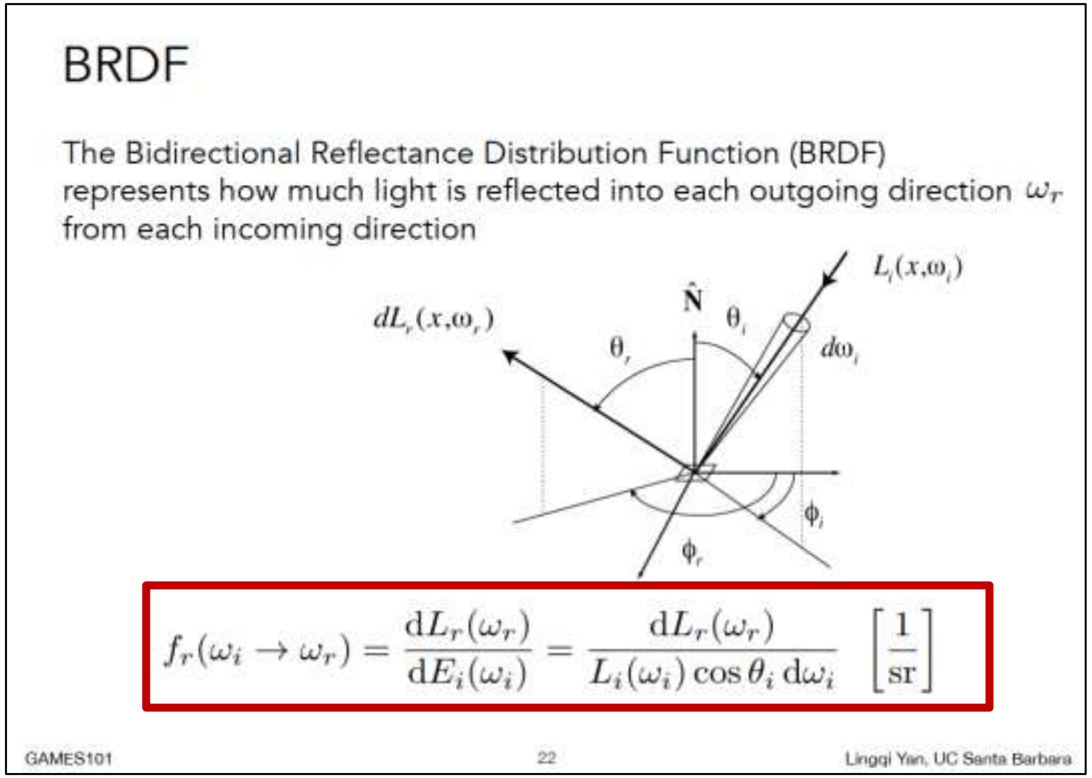
Outline

- **PBR(Physical Based Rendering)**
  - Radiometry(辐射度量学）
  - BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function双向反射分布函数)
  - The Reflection Equation（反射方程）
  - The Rendering Equation（渲染方程）
  - Global Illumination(全局光照）

BRDF

- **BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function)双向反射分布函数**
  - 定义: **f(wi→wr)**= dLr(ωr) / dEi(ωi) // 出射方向光线能量/入射方向光线能量
  - represents how much light is reflected into outgoing direction from each incoming direction
  - 描述光线如何和物体表面作用, 表示光从每个入射方向朝每个出射方向反射了多少光(即描述物体表面材质属性的物理量，即“反射率”）





BRDF(cont.)

- BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function)双向反射分布函数
  - 不同材质的BRDF大不相同：
    - 如果是光滑的镜面物体表面，那么在理想镜面反射方向上的值会比较大，而其它出射方向上小。
    - 如果是粗糙的漫反射物体表面，各个出射方向的比值都相同，即分布均匀。

BRDF 的定义

- BRDF 是关于入射光方向和反射光方向的四维实值函数，它等于反射方向的光亮度和沿入射方向的入射光的辉度之比：

$$f(\omega_i \to \omega_r) = \frac{dL_r(\omega_r)}{dE_i}$$

  – 可以写成关于入射光的光亮度的形式：

$$f(\omega_i \to \omega_r) = \frac{dL_r(\omega_r)}{L_i(\omega_i)\cos\omega_i d\omega_i}$$

大千世界，物质材料多种多样，如何形式化描述这些物体的表面属性？如何真实地绘制渲染？

今天的主题：一个关于光线如何被表面反射的物理描述，也就是**BRDF**

BRDF(cont.)

- BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function)双向反射分布函数
  - 可逆性：交换入射光和出射光角色，不会改变BRDF值
  - 能量守恒性质:入射光能量=吸收能量+出射光能量，即:出射光线能量<=入射光线能量

BRDF 的可逆性

- 可逆性 (Reciprocity)
  - BRDF 的可逆性源自于 Helmholtz 光路可逆性 (Helmholtz Reciprocity Rule)
  - BRDF 的可逆性是说：交换入射光与反射光的角色，并不会改变 BRDF 的值：

$$f(\omega_i \rightarrow \omega_r) = f(\omega_r \rightarrow \omega_i)$$

能量守恒性质

- BRDF 需要遵循的另一个物理定律是能量守恒定律，能量守恒定律指出：入射光的能量与出射光的总能量应该相等
- 能量守恒方程如下：

$$Q_{incoming} = Q_{reflected} + Q_{absorb} + Q_{transmitted}$$

- 由此我们知道：

$$Q_{reflected} \le Q_{incoming}$$

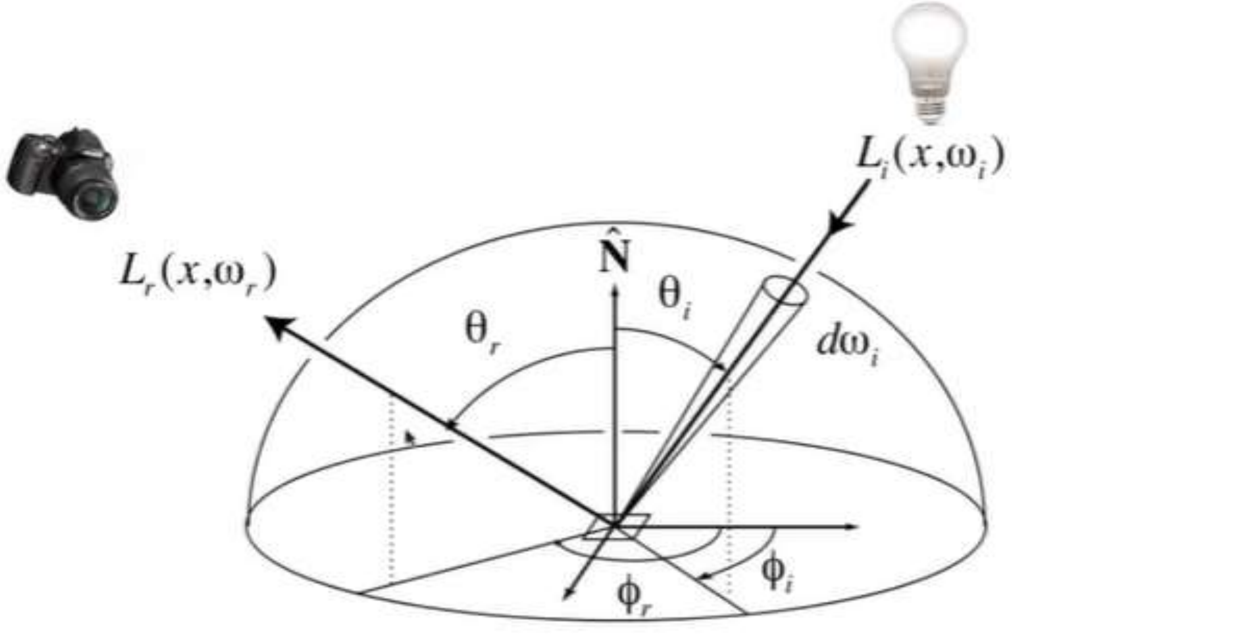
Outline

- **PBR(Physical Based Rendering)**
  - Radiometry(辐射度量学）
  - BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function双向反射分布函数)
  - The Reflection Equation（反射方程）
  - The Rendering Equation（渲染方程）
  - Global Illumination(全局光照）

Reflection Equation

- The Reflection Equation(反射方程）
  - 对某表面某点p，对半球内所有入射方向光在反射方向上所反射的能量求和，得到反射光能量
  - 即：**出射光Lr = 半球积分{反射率fr(wi->wr)*入射光Li的垂直分量}** // f(wi->wr)采用BRDF

（注:这里出射光里只考虑该点的反射光，不考虑折射光）

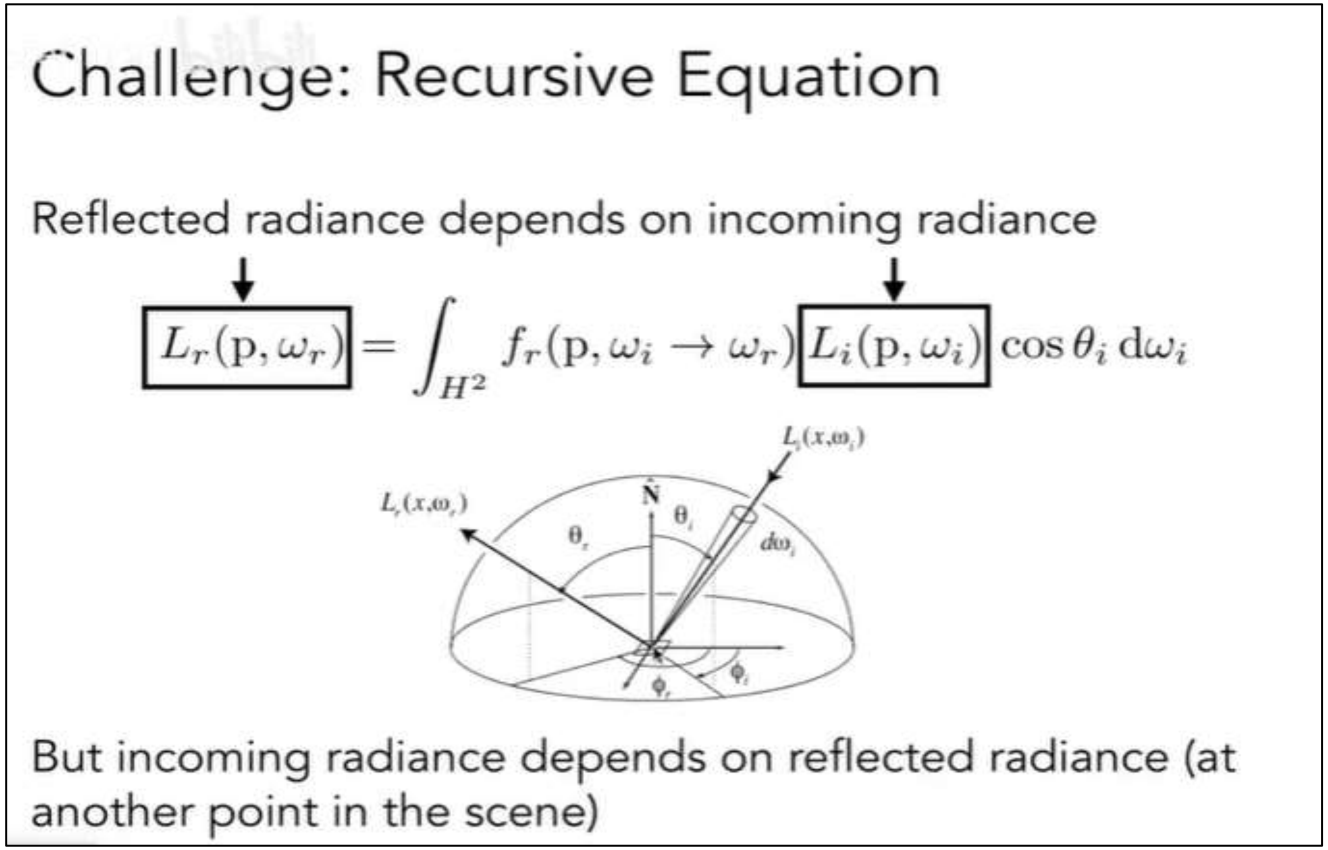


$$L_r(\mathrm{p},\omega_r) = \int_{H^2} f_r(\mathrm{p},\omega_i \to \omega_r)\, L_i(\mathrm{p},\omega_i)\, \cos\theta_i\, \mathrm{d}\omega_i$$

Reflection Equation(cont.)

➢Recursive Reflection Equation(带递归的反射方程)

- 入射光Li可能是从”**光源**”来的一次弹射光(直接光照:光源光)
- 入射光Li可能是从其它”物体”来的多次弹射后光(间接光照:镜面反射光，漫反射光)➔递归

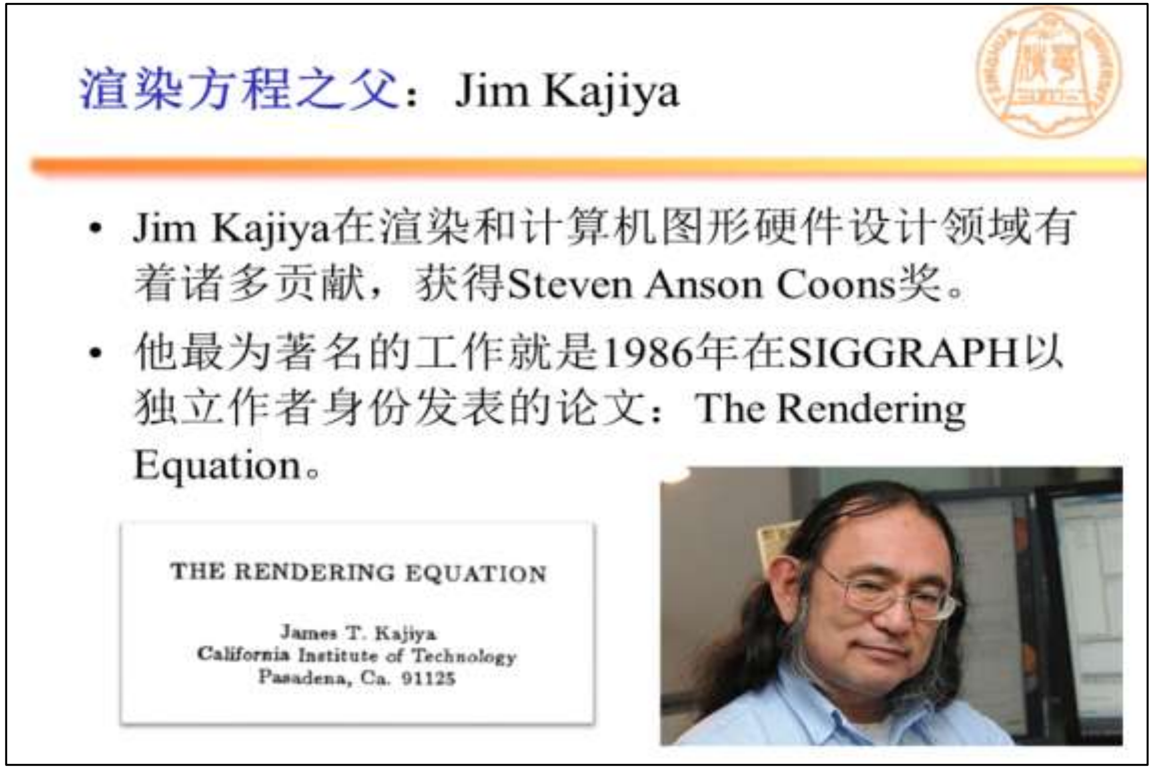


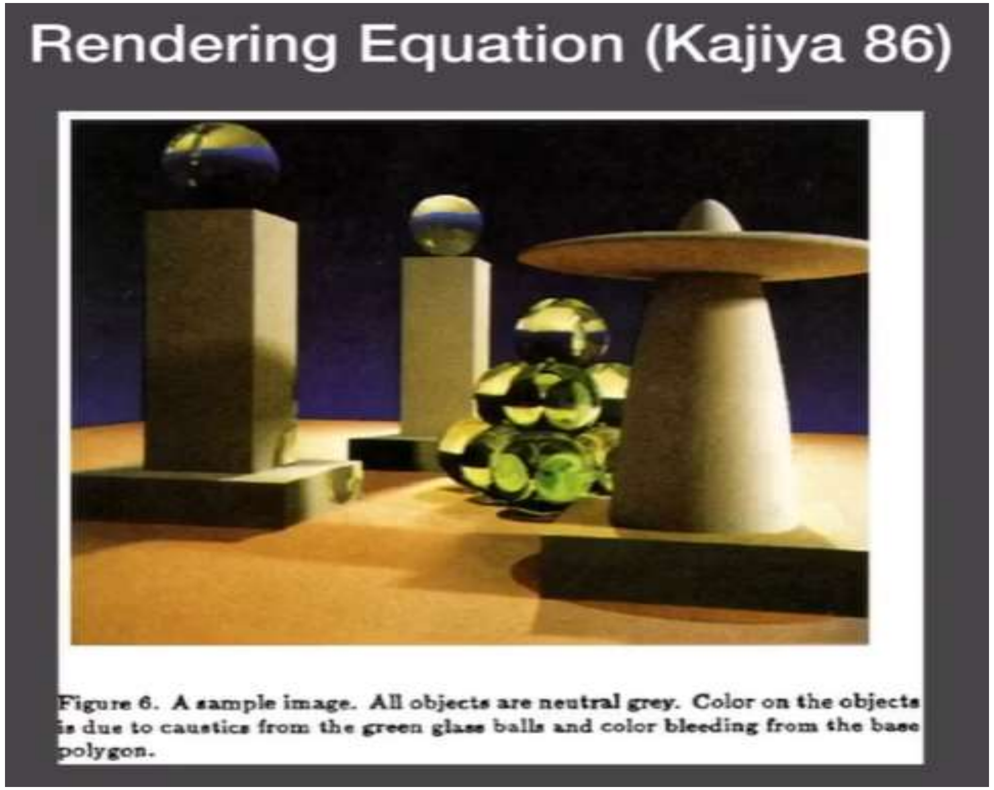
Outline

- **PBR(Physical Based Rendering)**
  - Radiometry(辐射度量学）
  - BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function双向反射分布函数)
  - The Reflection Equation（反射方程）
  - The Rendering Equation（渲染方程）
  - Global Illumination(全局光照）

Rendering Equation（渲染方程）

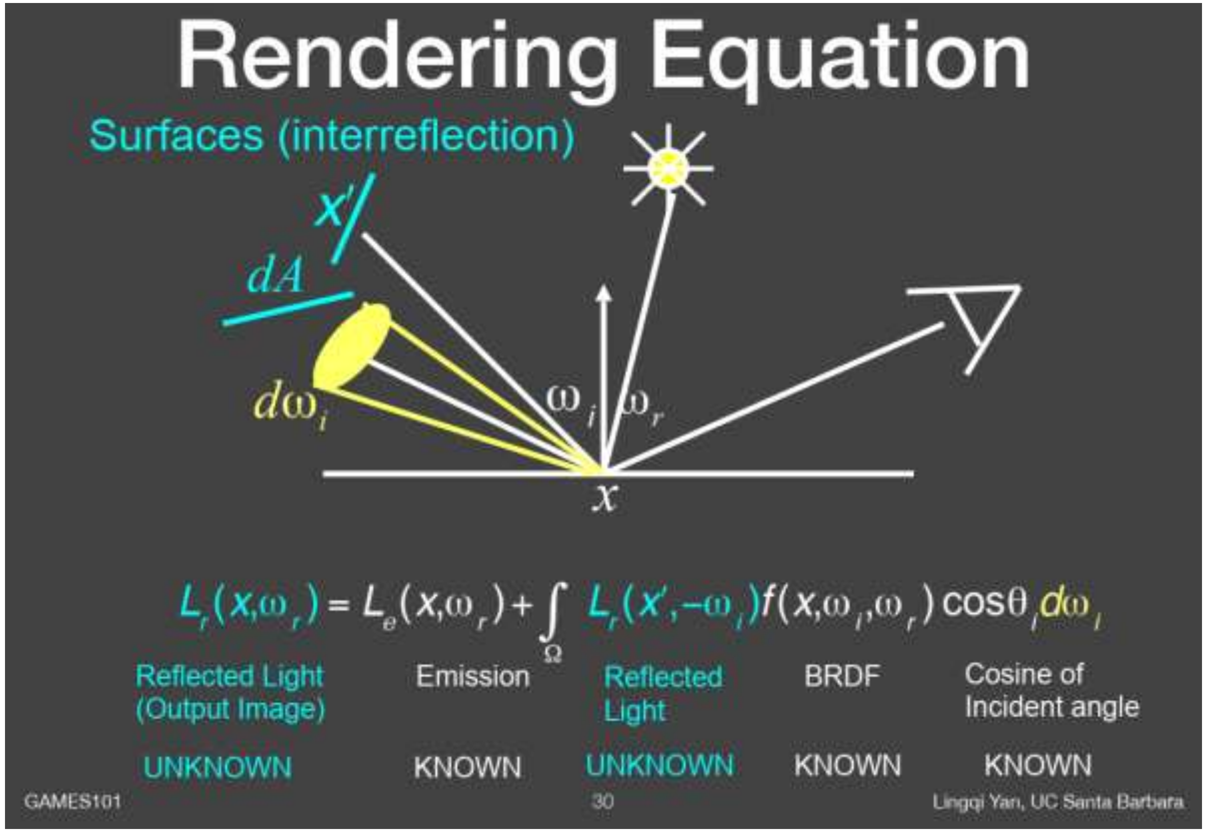
- Kajiva: 1986 “The Rendering Equation”
  - 反射方程和渲染方程都是由吉姆·卡吉雅提出的。

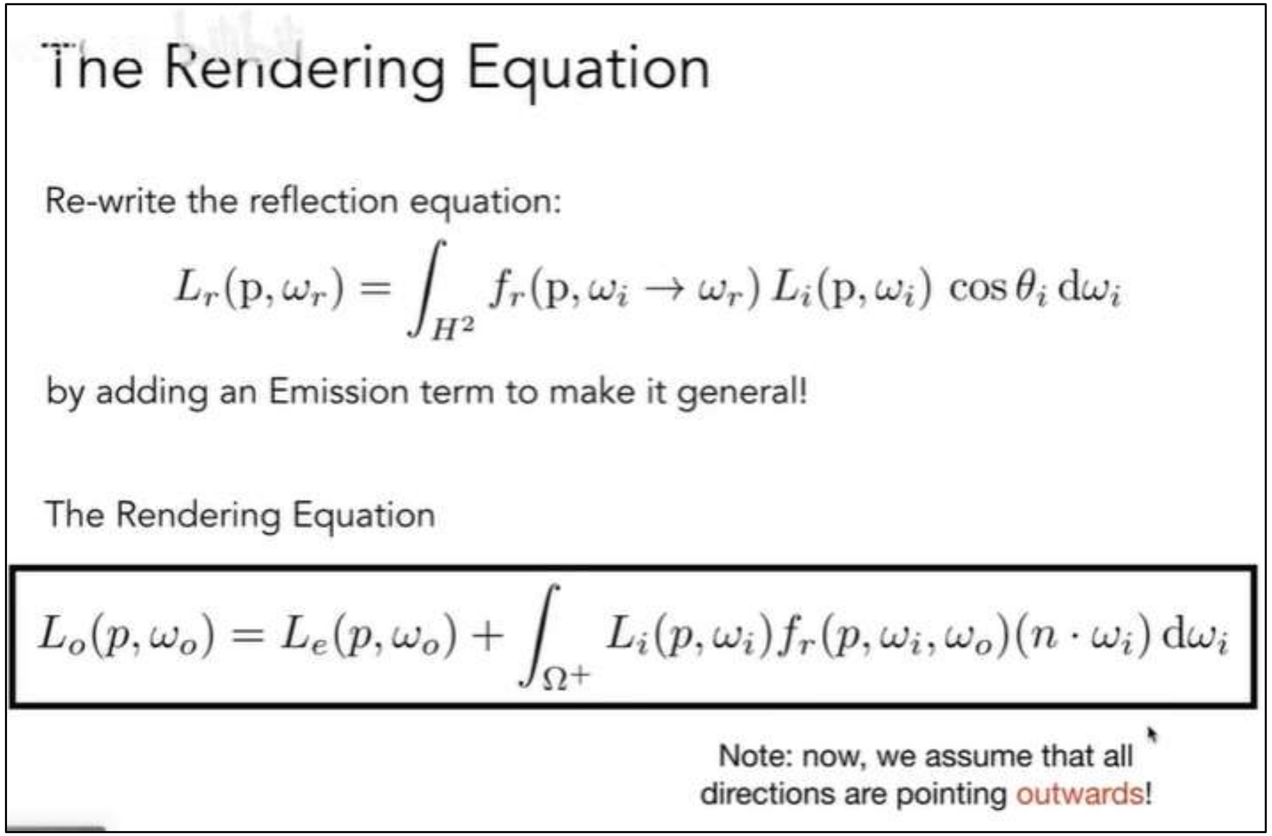




Rendering Equation(cont.)

- The Rendering Equation(渲染方程)(cont.)
  - 反射方程是渲染方程的一个特例，渲染方程是反射方程的扩展和一般化形式



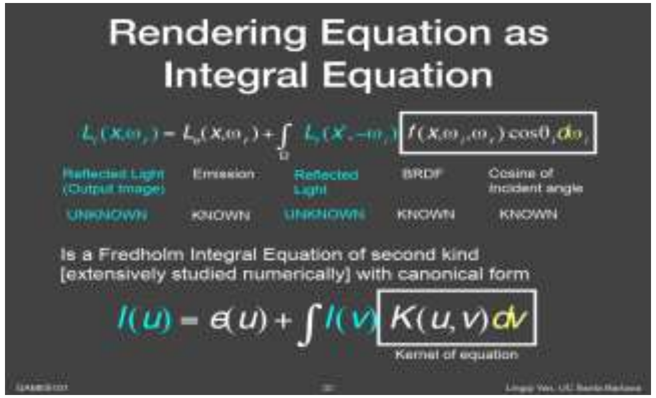


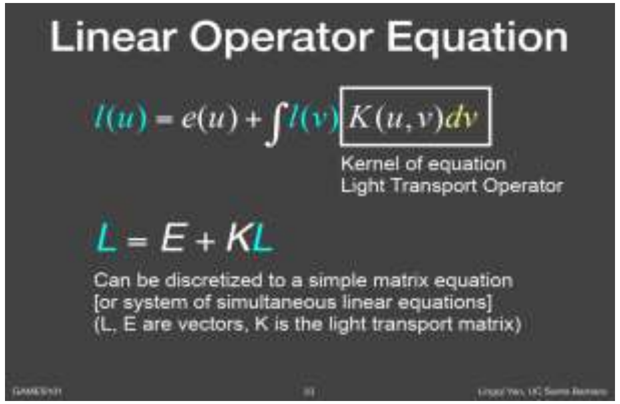
Outline

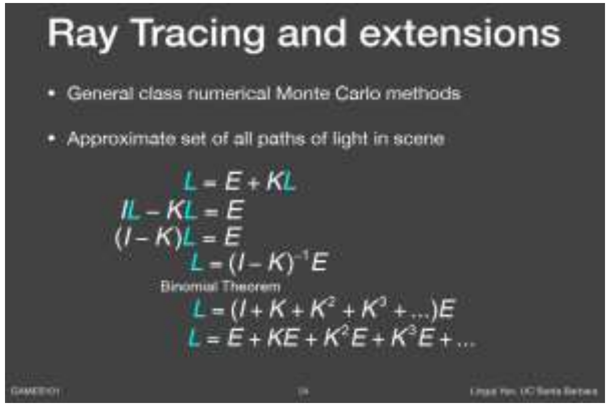
- **PBR(Physical Based Rendering)**
  - Radiometry(辐射度量学）
  - BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function双向反射分布函数)
  - The Reflection Equation（反射方程）
  - The Rendering Equation（渲染方程）
  - Global Illumination(全局光照）

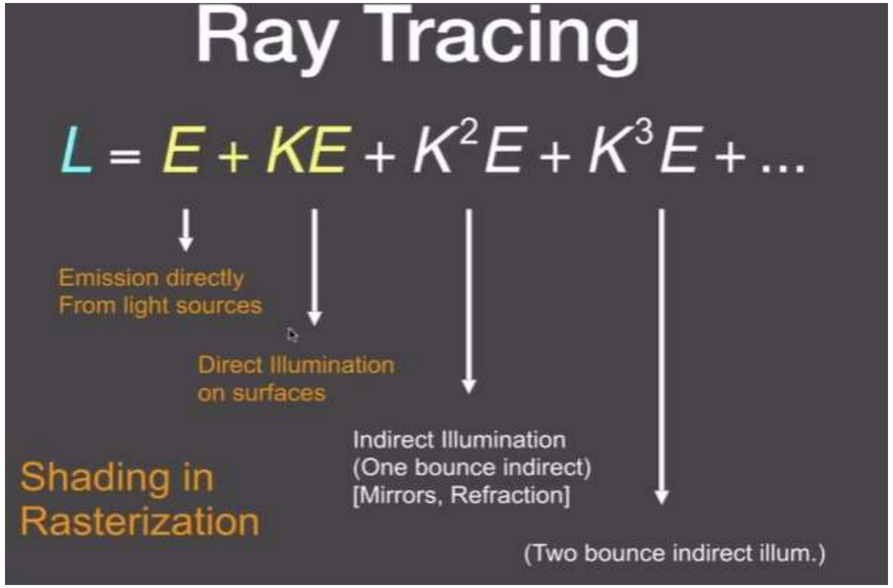
Global Illumination(全局光照）

➤ Global illumination=Emission + Direct illumination + Indirect Illumination









取自《Physically Based Rendering,Second Edition Edition From Theory to Implementation》的封面

Global Illumination(全局光照)(cont.)

- Global Illumination 全局光照 $L = E + KE + K^2E + K^3E + \ldots$
  - 弹射1次得到直接光照效果，弹射2次以上就包含了间接光照，才是全局光照。
  - 思考：无限次弹射后，会收敛到某个亮度不再变化，还是会一直变亮，直到过曝全白？

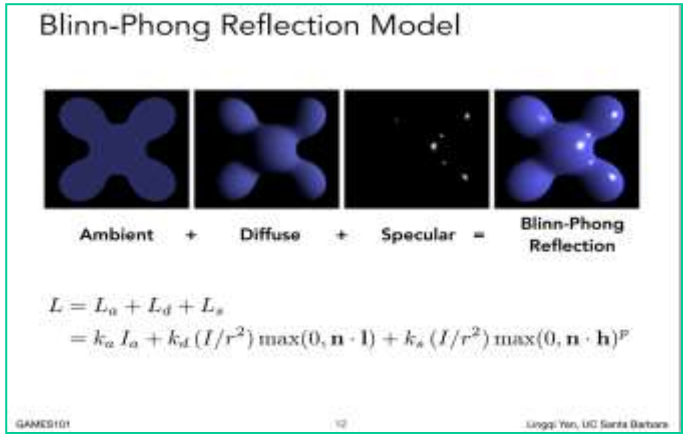
Global Illumination(全局光照)(cont.)

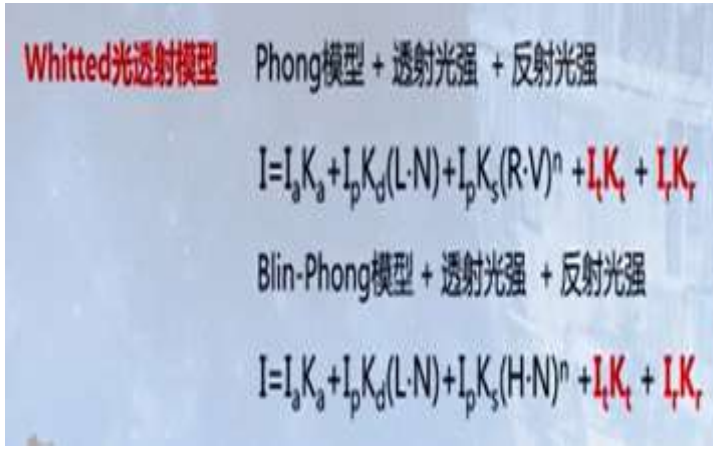
各种光照模型比较:

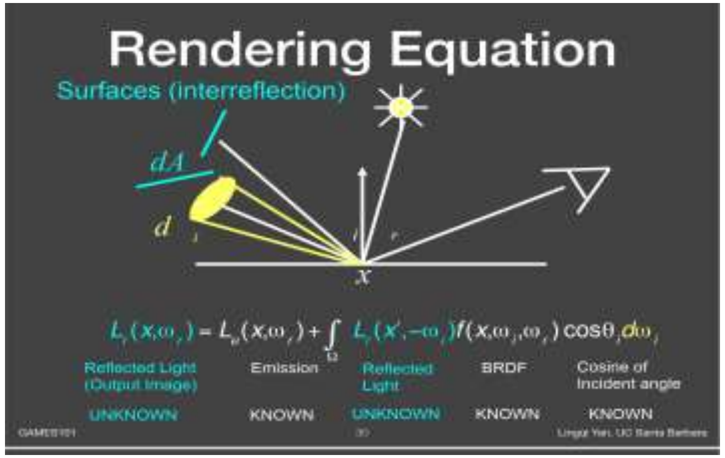
Blinn-Phong：local illumination

Whitted-Style Model：fake-global illumination

Rendering Equation： real-global illumination







Summary

- **PBR(Physical Based Rendering)**
  - Radiometry: intensity, irradiance, radiance
  - BRDF(Bidirectional Reflectance Distribution Function)
  - The Reflection Equation（反射方程）
  - The Rendering Equation（渲染方程）
  - Global Illumination(全局光照）
  - ……（next)

Summary(cont.)

➢ **Next:** How to solve an integral numerically ?

But the rendering equation is correct

$$L_o(p,\omega_o) = L_e(p,\omega_o) + \int_{\Omega+} L_i(p,\omega_i) f_r(p,\omega_i,\omega_o)(n\cdot\omega_i)\,\mathrm{d}\omega_i$$

But it involves

- Solving an integral over the hemisphere, and
- Recursive execution

How do you solve an integral numerically?