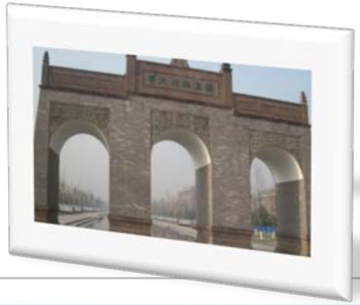
四川大学

期末复习

重点题型讲解



题型一 条件概率及派生的三个公式

例1(2017年期末考试题) 若电源电压不超过200 V，某电子元件损坏的概率为0.1；而若电源的电压在200 V 与240 V 之间时，此电子元件损坏的概率为0.002；而当电源的电压超过240 V 时，此电子元件损坏的概率则为 0.3。设电源的电压服从正态分布N(220,400) , 试求：

（1）此电子元件损坏的概率；（结果保留三位小数）

（2）若此电子元件损坏了，求此时电压超过240 V 的概率.（结果保留三位小数）

知识点：条件概率及派生的三个公式

1. 条件概率公式：$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$

2. 乘法公式： $P(AB)=P(B)P(A|B)=P(A)P(B|A)$ → 多个事件同时发生的概率

3. 全概率公式：$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$ → 多个原因导致的复杂事件的概率

4. 贝叶斯公式：$P(A_i|B)=\frac{P(A_i)P(B|A_i)}{P(B)}=\frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A_j)P(B|A_j)}$， $i=1,2,\cdots n$

→ 结果是由某个原因导致的概率

题型一 条件概率及派生的三个公式

例1(2017年期末考试题) 若电源电压不超过200 V，某电子元件损坏的概率为0.1；而若电源的电压在200 V 与240 V 之间时，此电子元件损坏的概率为0.002；而当电源的电压超过240 V 时，此电子元件损坏的概率则为 0.3。设电源的电压服从正态分布N(220,400)，试求：

（1）此电子元件损坏的概率；（结果保留三位小数）

（2）若此电子元件损坏了，求此时电压超过240 V 的概率.（结果保留三位小数）

解：假设电源电压为X，则由题意知，$X \sim \mathrm{N}(220,400)$。

又$A_1=\{X\le 200\}$，$A_2=\{200<X\le 240\}$，$A_3=\{240<X\}$构成一个完备事件组。

$\mathrm{P}(A_1)=P(X\le 200)=\emptyset\left(\frac{200-220}{20}\right)=1-\emptyset(1)=1-0.8413=0.1587$，

$\mathrm{P}(A_2)=P(200<X\le 240)=\emptyset\left(\frac{240-220}{20}\right)-\emptyset\left(\frac{200-220}{20}\right)=2\emptyset(1)-1=0.6826$，

$\mathrm{P}(A_3)=P(X>240)=P(X\le 200)=0.1587.$

设B表示时间“电子元件损坏”，由题意:

$\mathrm{P}(B|A_1)=0.1$，$\mathrm{P}(B|A_2)=0.002$，$\mathrm{P}(B|A_3)=0.3$，

(1) 由全概率公式，所求概率为：

$\mathrm{P}(B)=\sum_{i=1}^{3}P(A_i)\mathrm{P}(B|A_i)=0.1587\times 0.1+0.6826\times 0.02+0.1587\times 0.3=0.0648$

题型一 条件概率及派生的三个公式

例1(2017年期末考试题) 若电源电压不超过200 V，某电子元件损坏的概率为0.1；而若电源的电压在200 V与240 V之间时，此电子元件损坏的概率为0.002；而当电源的电压超过240 V时，此电子元件损坏的概率则为 0.3。设电源的电压服从正态分布N(220,400)，试求：

（1）此电子元件损坏的概率；（结果保留三位小数）

（2）若此电子元件损坏了，求此时电压超过240 V 的概率.（结果保留三位小数）

解： (2) 由贝叶斯公式，所求概率为：

$$\mathrm{P}(A_3|B)=\frac{P(A_3)\mathrm{P}(B|A_3)}{\sum_{i=1}^{3}P(A_i)\mathrm{P}(B|A_i)}=\frac{0.1587\times 0.3}{0.0648}=0.7323.$$

题型一 条件概率及派生的三个公式

例2(2018年期末考试题) 据统计互联网上垃圾邮件和正常邮件的比例为1:3，在40%的垃圾邮件中会出现符号“\$”，而只有4%的正常邮件中会出现“\$”。现随机选择一封邮件，试求:

（1）此邮件中会出现符号“\$”的概率；

（2）若邮件中出现了符号“\$”，求它是垃圾邮件的概率。

解： 设A表示邮件为垃圾邮件，B表示邮件中有符号“\$”。

(1) 由全概率公式，所求概率为：

$$\mathrm{P}(B)=P(A)\mathrm{P}(B|A)+P(\bar{A})\mathrm{P}(B|\bar{A})=0.25\times 0.4+0.75\times 0.04=0.13;$$

(2) 由全概率公式，所求概率为：

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{P(A)\mathrm{P}(B|A)}{P(B)}=\frac{0.25\times 0.4}{0.13}=\frac{10}{13}.$$

题型一 条件概率及派生的三个公式

练习(2016年期末考试题)某生物群体在$t=0$时刻只有一个个体，在$t=1$时刻，该个体要么一分为二，要么死亡．如果一分为二，在$t=2$时刻，两个新的个体独立演化（要么一分为二，要么死亡）。假设每个个体在演化时一分为二的概率均为0.5，用X 和Y分别表示$t=1$和$t=2$时该群体的个体数量，请回答下列问题：

（1）计算该群体在$t=2$时刻灭绝（即$Y=0$）的概率；

（2）该群体在$t=2$时刻灭绝的条件下，在$t=1$时刻没有灭绝的概率；

（3）计算(X,Y)的联合概率分布.

题型二 由联合分布求边缘分布和条件分布并计算协方差和随机变量函数的密度函数

例3(2018年期末考试题) 设(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}2(x+y), & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）求X和Y的边际密度函数$f_X(x)$与$f_Y(y)$, 并判断X和Y的独立性;

（2）求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$，并计算条件概率$\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{4}\middle|Y=\frac{1}{2}\right)$;

（3）若$Z=3X^3-1$, 求Z的密度函数$f_Z(z)$.

知识点1：三种分布的转换关系

联合密度函数 → 边缘密度函数

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$$

$$f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy$$

联合密度函数 → 条件密度函数

$$f_{X|Y}(x|y)=\frac{f(x,y)}{f_Y(y)}$$

$$f_{Y|X}(y|x)=\frac{f(x,y)}{f_X(x)}$$

边缘密度函数、条件密度函数 → 联合密度函数

$$f(x,y)=f_Y(y)f_{X|Y}(x|y)=f_X(x)f_{Y|X}(y|x)$$

题型二 由联合分布求边缘分布和条件分布并计算协方差和随机变量函数的密度函数

例3(2018年期末考试题)设(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}2(x+y), & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）求X和Y的边际密度函数$f_X(x)$与$f_Y(y)$, 并判断X和Y的独立性;

（2）求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$，并计算条件概率$\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{4}\middle|Y=\frac{1}{2}\right)$；

（3）若$Z=3X^3-1$, 求Z的密度函数$f_Z(z)$.

知识点2：随机变量函数的密度函数的求法

设X有密度函数$f_X(x)$，$Y=g(x)$，求Y的密度函数的一般步骤如下：

(1) 由X的取值区间，求出Y的值域$R(Y)$；

(2) 对任意$y\in R(Y)$，求出Y的分布函数；

(3) $f_Y(y)=\begin{cases}F'_Y(y), & y\in R(Y),\\ 0, & y\notin R(Y).\end{cases}$

题型二 由联合分布求边缘分布和条件分布并计算协方差和随机变量函数的密度函数

例3(2018年期末考试题)设(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}2(x+y), & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）求X和Y的边际密度函数$f_X(x)$与$f_Y(y)$, 并判断X和Y的独立性;

（2）求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$，并计算条件概率$\mathrm{P}\left(X\le \frac{3}{4}\middle|Y=\frac{1}{2}\right)$；

（3）若$Z=3X^3-1$, 求Z的密度函数$f_Z(z)$.

解：(1) $f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^x 2(x+y)dy=3x^2, & 0\le x\le 1,\\ \int_{-\infty}^{+\infty}0dy=0, & \text{其他.}\end{cases}$

$$f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_y^1 2(x+y)dx=1+2y-3y^2, & 0\le y\le 1,\\ \int_{-\infty}^{+\infty}0dx=0, & \text{其他.}\end{cases}$$

因为$f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)$，故X,Y不独立。

题型二 由联合分布求边缘分布和条件分布并计算协方差和随机变量函数的密度函数

例3(2018年期末考试题) 设(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}2(x+y), & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）求X和Y的边际密度函数$f_X(x)$与$f_Y(y)$, 并判断X和Y的独立性;

（2）求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$，并计算条件概率$\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{4}\middle|Y=\frac{1}{2}\right)$；

（3）若$Z=3X^3-1$, 求Z的密度函数$f_Z(z)$.

解： (2) 给定$y\in(0,1)$，$f_{X|Y}(x|y)=\dfrac{f(x,y)}{f_Y(y)}=\begin{cases}\dfrac{2(x+y)}{1+2y-3y^2}, & y\le x\le 1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

当$y=\frac{1}{2}$时，$f_{X|Y}\left(x\middle|\frac{1}{2}\right)=\begin{cases}\frac{8}{5}\left(x+\frac{1}{2}\right), & \frac{1}{2}\le x\le 1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$

$$\mathrm{P}\left(x\le\frac{3}{4}\middle|y=\frac{1}{2}\right)=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{4}}\frac{8}{5}\left(x+\frac{1}{2}\right)dx=\frac{9}{20}.$$

题型二 由联合分布求边缘分布和条件分布并计算协方差和随机变量函数的密度函数

例3(2018年期末考试题) 设(X,Y)的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}2(x+y), & 0\le y\le x\le 1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

（1）求X和Y的边际密度函数$f_X(x)$与$f_Y(y)$, 并判断X和Y的独立性;

（2）求条件密度函数$f_{X|Y}(x|y)$，并计算条件概率$P\left(X\le\frac{3}{4}\middle|Y=\frac{1}{2}\right)$；

（3）若$Z=3X^3-1$, 求Z的密度函数$f_Z(z)$.

解： (3) $R(Z)=[-1,2]$，

对$\forall z\in R(Z)$， $F_Z(z)=P(Z\le z)=P\left(3X^3-1\le z\right)=P\left(X\le\sqrt[3]{\frac{z+1}{3}}\right)=\int_0^{\sqrt[3]{\frac{z+1}{3}}}3x^2dx=\frac{z+1}{3}$,

从而$f_Z(z)=\begin{cases}\frac{1}{3}, & z\in[-1,2],\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

故$Z\sim U(-1,2)$.

题型二 由联合分布求边缘分布和条件分布并计算协方差和随机变量函数的密度函数

练习(2017年期末考试题)设(X,Y)为区域G上的均匀分布， $G=\left\{(x,y)|0\le x\le 1,0\le y\le x^2\right\}$.

（1）计算条件概率$\mathrm{P}\left(X\le\frac{3}{4}\middle|Y=\frac{1}{4}\right)$；

（2）计算X和Y的协方差$Cov(X,Y)$并判断相关性；

（3）若$Z=2X^3-1$, 求Z的密度函数.

题型三 中心极限定理

例4(2017年期末考试题)今年4月发生的美联航超售事件震惊了全世界，其实航空超售是比较常见的现象. 现考虑一趟可乘坐250名乘客的航班，假设每名购票乘客独立地选择是否来乘坐该航班，且每名乘客会来乘坐该航班的概率为0.95. 请根据中心极限定理回答下列问题：

（1）如果该航班售出了260张机票，请计算航班座位比实际乘客人数少的概率；

（2）如果要求航班座位比实际乘客人数少的概率不超过50%， 航空公司最多可售出多少张机票？

知识点：中心极限定理

1. 独立同分布的中心极限定理：

设随机变量序列$\{X_k\}$独立同分布，且$E(X_k)=\mu$， $D(X_k)=\sigma^2>0$，则当n充分大时，近似地有：

$$\sum_{k=1}^{n} X_k \sim N(n\mu,\ n\sigma^2) \quad \text{或} \quad \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k \sim N(\mu,\ \frac{\sigma^2}{n})$$

2. 棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理：

设随机变量序列$\{X_k\}$中， $X_k \sim B(n,\ p)$，则当n充分大时，近似地有：

$$X_n \sim N(np,\ npq)$$

题型三 中心极限定理

例4(2017年期末考试题)今年4月发生的美联航超售事件震惊了全世界，其实航空超售是比较常见的现象. 现考虑一趟可乘坐250名乘客的航班，假设每名购票乘客独立地选择是否来乘坐该航班，且每名乘客会来乘坐该航班的概率为0.95. 请根据中心极限定理回答下列问题：

（1）如果该航班售出了260张机票，请计算航班座位比实际乘客人数少的概率；

（2）如果要求航班座位比实际乘客人数少的概率不超过50%， 航空公司最多可售出多少张机票？

解：设X为实际乘坐该航班的乘客人数，

(1) $X \sim B(260,\ 0.95)$，由中心极限定理X近似服从正态分布，

由$E(X) = 260 \times 0.95 = 247$， $D(X) = 260 \times 0.95 \times 0.05 = 12.35$可得： $X \sim N(247,\ 12.35)$，

$$P(X > 250) = 1 - P(X \le 250) = 1 - \emptyset\left(\frac{250-247}{\sqrt{12.35}}\right) = 1 - \emptyset(0.85) = 0.1977.$$

(2) 设售出n张机票，则$X \sim B\ (n,\ 0.95)$，从而近似地有：$X \sim N(0.95n,\ 0.95 \times 0.05n)$，

$$P(X > 250) = 1 - P(X \le 250) = 1 - \emptyset\left(\frac{250-0.95n}{\sqrt{0.95\times 0.05n}}\right) \le 50\% = \emptyset(0).$$

从而$250 - 0.95n \ge 0$，也即$n \le 263.16$.

故最多可售263张机票.

题型三 中心极限定理

练习(2018年期末考试题)保险公司推出一项针对60岁以上老年人的保险业务，保费为每人每年200元，若顾客死亡则保险公司需赔偿其家属10000元. 假设有10000人购买了此保险，每个顾客在一年里去世的概率为0.01.

（1）请根据中心极限定理计算保险公司此项业务一年的利润不低于100万的概率;

（2）据市场调研，保费每降低1元，会增加125名新顾客，请为保险公司制定此项业务最优（利润的期望值最大）的保费

题型四 点估计的两种方法及评价标准

例5(2017年期末考试题)设总体X为区间$[0,\theta]$上的均匀分布，其中$\theta > 0$为未知参数，$X_1, X_2, \cdots X_n$为来自总体X的样本：

（1） 求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$；

（2） 求θ的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$；

（3）令$\hat{\theta}_3 = \frac{n+1}{n}\hat{\theta}_2$，请比较估计量$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_3$的优劣（提示：考虑无偏性和有效性）.

知识点1：点估计的两种方法——矩估计法、极大似然估计法（详见表格“点估计方法”）

知识点2：估计量的评价标准——无偏性、有效性

1. 无偏性：若$E(\hat{\theta}) = \theta$，则称$\hat{\theta}$ 为参数θ的无偏估计量;

2. 有效性：设$\hat{\theta}_1$、$\hat{\theta}_2$是θ的两个无偏估计量，若$D(\hat{\theta}_1) \le D(\hat{\theta}_2)$，则称$\hat{\theta}_1$比$\hat{\theta}_2$更有效.

题型四 点估计的两种方法及评价标准

例5(2017年期末考试题)设总体X为区间$[0,\theta]$上的均匀分布，其中$\theta>0$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots X_n$为来自总体X的样本：

（1） 求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$；

（2） 求θ的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$；

（3）令$\hat{\theta}_3=\frac{n+1}{n}\hat{\theta}_2$，请比较估计量$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_3$的优劣（提示：考虑无偏性和有效性）.

解： (1) $m_1=E(X)=\frac{\theta}{2}$，$\Rightarrow\theta=2m_1$，$\Rightarrow\hat{\theta}_1=2\bar{X}$；

(2) 似然函数为$L(\theta)=(\frac{1}{\theta})^n=\theta^{-n}$，

由$L'(\theta)<0$易知：$L(\theta)$单调递减，从而$L(\theta)$的最大值在θ的最小值处取得；

由X的取值范围可知：$x_i\le\theta$，$\Rightarrow\max\{x_1,x_2,\cdots x_n\}\le\theta$；

从而 $\hat{\theta}_2=\max\{x_1,x_2,\cdots x_n\}$.

(3) $E\left(\hat{\theta}_1\right)=E\left(2\bar{X}\right)=2E\left(\bar{X}\right)=2\times\frac{\theta}{2}=\theta$，故$\hat{\theta}_1$是$\theta$的无偏估计量；

$D\left(\hat{\theta}_1\right)=D\left(2\bar{X}\right)=4D\left(\bar{X}\right)=4\times\frac{1}{n}\times\frac{\theta^2}{12}=\frac{\theta^2}{3n}$；

题型四 点估计的两种方法及评价标准

例5(2017年期末考试题) 设总体X为区间$[0,\theta]$上的均匀分布，其中$\theta>0$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots X_n$为来自总体X的样本：

（1） 求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$；

（2） 求θ的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$；

（3）令$\hat{\theta}_3=\frac{n+1}{n}\hat{\theta}_2$，请比较估计量$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_3$的优劣（提示：考虑无偏性和有效性）.

解： (3) $E(\hat{\theta}_2)=E(\max\{x_1,x_2,\cdots x_n\})=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_{max}(x)dx$，

由$X\sim U[0,\theta]$可得： $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}, & x\in[0,\theta],\\ 0, & 其他.\end{cases}$ $F(x)=\begin{cases}0, & x<0,\\ \frac{1}{\theta}, & x\in[0,\theta],\\ 1, & x>1.\end{cases}$

又$F_{max}(x)=F^n(x)$，从而$f_{max}(x)=F'_{max}(x)=nF^{n-1}(x)f(x)=\begin{cases}\frac{nx^{n-1}}{\theta^n}, & x\in[0,\theta],\\ 0, & 其他.\end{cases}$

$E(\hat{\theta}_2)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_{max}(x)dx=\int_0^{\theta}\frac{nx^n}{\theta^n}dx=\frac{n}{n+1}\theta$，

$E(\hat{\theta}_3)=\frac{n+1}{n}E(\hat{\theta}_2)=\theta$，故$\hat{\theta}_3$也是$\theta$的无偏估计量.

题型四 点估计的两种方法及评价标准

例5(2017年期末考试题)设总体X为区间$[0,\theta]$上的均匀分布，其中$\theta>0$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots X_n$为来自总体X的样本：

（1） 求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$；

（2） 求θ的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$；

（3）令$\hat{\theta}_3=\frac{n+1}{n}\hat{\theta}_2$，请比较估计量$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_3$的优劣（提示：考虑无偏性和有效性）.

解： (3) $D(\hat{\theta}_2)=E(\hat{\theta}_2^2)-E^2(\hat{\theta}_2)=\frac{n}{n+2}\theta^2-(\frac{n}{n+1}\theta)^2$,

$$D\left(\hat{\theta}_3\right)=D(\frac{n+1}{n}\hat{\theta}_2)=(\frac{n+1}{n})^2\,D\left(\hat{\theta}_2\right)=\frac{1}{n(n+2)}\theta^2\le\frac{\theta^2}{3n}=D\left(\hat{\theta}_1\right).$$

故$\hat{\theta}_1$、$\hat{\theta}_3$均是θ的无偏估计量，但是$\hat{\theta}_3$比$\hat{\theta}_1$更有效.

题型四 点估计的两种方法及评价标准

练习(2017年期末考试题)设总体X的密度函数为：$f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{2\theta^2}{x^3}, & x\geq\theta\\ 0, & 其他\end{cases}$，其中$\theta>0$为未知参数；$X_1,X_2,\cdots X_n$为来自总体$X$的样本：

（1） 求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$；

（2） 求θ的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$；

（3） 请判断估计量$\hat{\theta}_1$和$\hat{\theta}_2$的无偏性.

题型五 区间估计与假设检验

例6(2017年期末考试题) 据调查，某市的商品房均价大约为1万元/平米. 为降低房价，市政府出台了限购措施，限购后的房价X（单位：万元/平米）服从正态分布，即$X\sim N(\mu,\sigma^2)$. 随机调查了25 起限购后的商品房交易，均价为0.95，标准差为0.4，请回答下列问题：

（1）求限购后平均房价μ的置信度为95%的置信区间；（结果保留三位小数）

（2）该市的限购政策是否明显降低了房价（显著性水平$\alpha=0.05$）？

知识点1：一个正态总体下3种情况的置信区间的表达式；

知识点2：一个正态总体下拒绝域的表达式；

详见表格“一个正态总体的区间估计与假设检验”

题型五 区间估计与假设检验

例6(2017年期末考试题) 据调查，某市的商品房均价大约为1万元/平米. 为降低房价，市政府出台了限购措施，限购后的房价X（单位：万元/平米）服从正态分布，即$X\sim N(\mu,\sigma^2)$. 随机调查了25 起限购后的商品房交易，均价为0.95，标准差为0.4，请回答下列问题：

（1）求限购后平均房价μ的置信度为95%的置信区间；（结果保留三位小数）

（2）该市的限购政策是否明显降低了房价（显著性水平$\alpha=0.05$）？

解：$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2未知，由抽样分布定理知：$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$.

(1) σ^2未知时，μ的置信度为1-α的置信区间为$\left(\bar{x}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1),\bar{x}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$.

本题中，$\alpha=5\%$，$n=25$，$\bar{x}=0.95$，$S=0.4$，$t_{0.975}(24)=2.0639$，

代入得μ的置信度为95%的置信区间为$(0.785,1.115)$.

(2) H_0：$\mu=\mu_0=1$，H_1：$\mu<\mu_0=1$.

拒绝域$\mathrm{W}=\left\{\mathrm{T}=\frac{\bar{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}<t_{0.95}(24)=-1.7109\right\}$

代入观测值得$\mathrm{T}=\frac{0.95-1}{0.4/\sqrt{25}}=-0.625>-1.7109$，

故接受H_0，认为限购政策没有明显降低房价。

题型五 区间估计与假设检验

练习(2018年期末考试题) 假设汽车每年行驶的里程数X（单位:千米）服从正态分布，即$X \sim N(\mu, \sigma^2)$. 随机调查了25辆汽车一年的里程数，得到样本均值为22500，样本标准差为5000，请回答下列问题：

（1）求平均里程数μ的置信度为95%的置信区间;

（2）能否认为平均里程数大于20000千米（显著性水平$\alpha = 0.05$）？