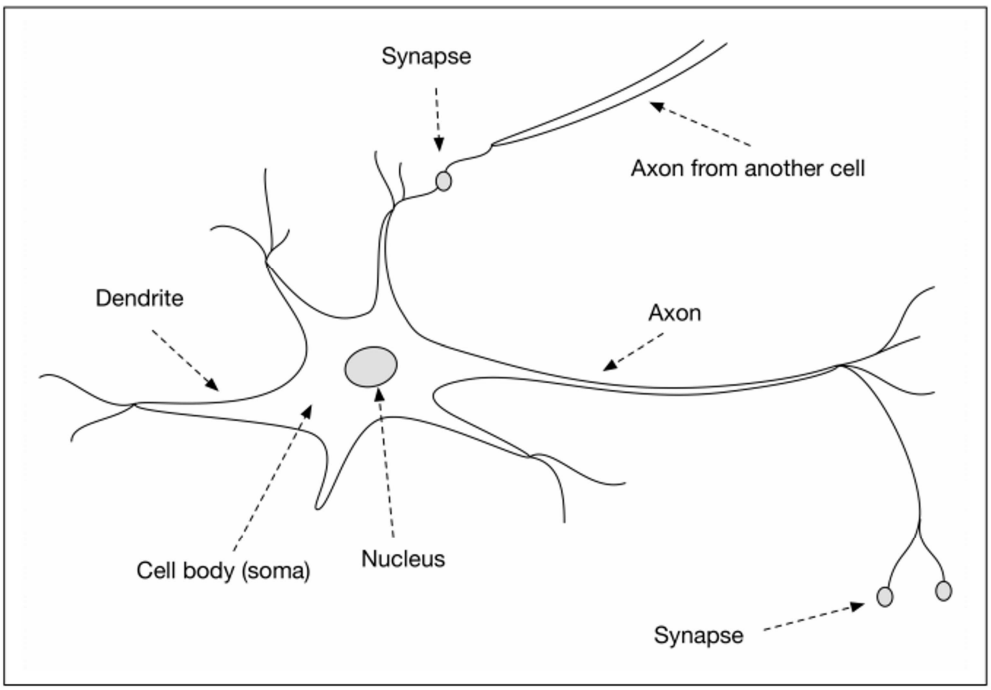
03. 신경망

2020년 12월 27일 일요일 오전 11:46

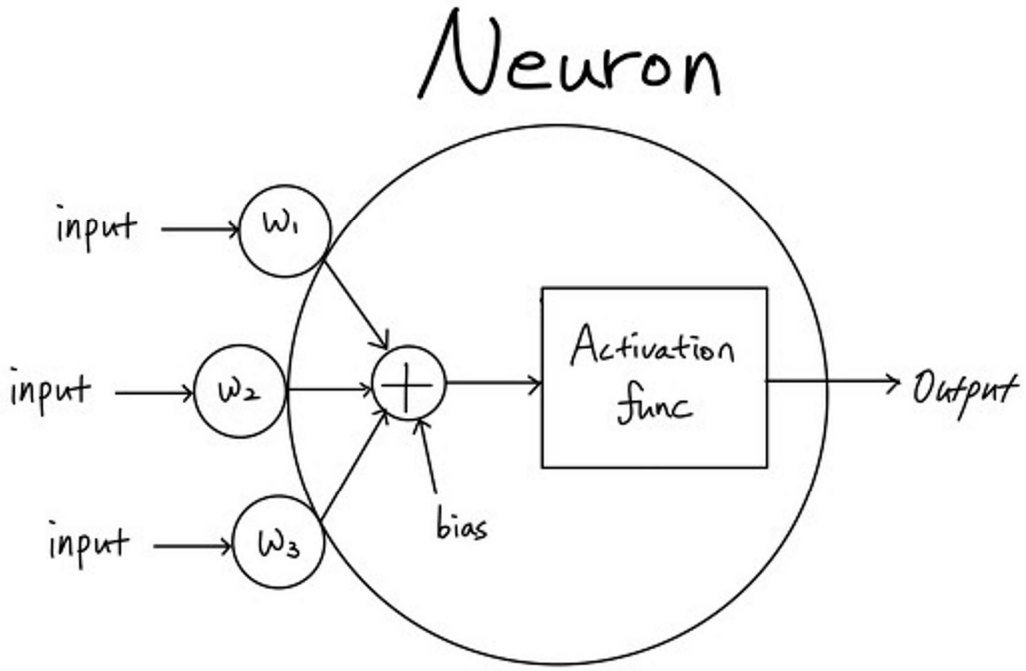
1. 신경망
- Dendrite : 수상돌기
- Axon : 축삭돌기
- Synapse : 시냅스, 세포와 세포 사이 약간의 공간

Synapse를 통해 세포들이 무언가는 주고 받지만 중요한 것만 전달하고, 모두 전달하지 않는다.



2. 뉴런 모델

- 사람의 신경세포(Neuron, 뉴런) 역할을 하는 AI 신경세포(Node, 노드)를 만들자



● 뉴런(node)으로의 입력 : $x_1, x_2, x_3 \cdots, x_n$ *(feature)*

● 각 입력에 대응하는 가중치 : $w_1, w_2, w_3 \cdots, w_n$ *(weight)*

● 각 입력에 대한 가중치 곱 : xw로 표현

● 각 입력과 가중치의 갯수가 n개 라고 하면 다음과 같이 일반화 가능

$$\sum_{k=1}^{n} x_k w_k$$

dendrite에서 input
w : 가중치
Activation func : sigmoid
|
{(input1 * w1) + (input2 * w2) + ... + (inputn * wn)} + bias
Activation func을 거치면 0 < output < 1

● 위 결과에 bias b를 더한 결과는 다음과 같음

$$u = \sum_{k=1}^{n} (x_k w_k) + b$$

● 위 결과 u를 활성화함수(Activation function) f에 입력하여 출력된 결과를 y라 하면

$$y = f(u) = f(\sum_{k=1}^{n} (x_k w_k) + b)$$

● 위의 입력과 가중치의 곱에 bias 를 더하는 부분을 행렬을 이용하면 간단하게 표현 가능

입력을 벡터 $\vec{x}$ 로, 가중치를 벡터 $\vec{w}$ 로 표현하면

$\vec{x} = (x_1, x_2, x_3 \cdots, x_n)$
$\vec{w} = (w_1, w_2, w_3 \cdots, w_n)$

이 둘을 행렬곱으로 표현

$u = \vec{x}\vec{w}$ + b= ($x_1, x_2, x_3 \cdots, x_n$) $\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \\ w_n \end{pmatrix} + b$

$\vec{x}$ 와 $\overrightarrow{w}$ 를 X, W로 사용하기도 함 u =

XW + b

$y = f(u) = f(XW + b)$

3. 단일 신경망 구축

● 딥러닝에서 가중치와 bias는 임의의 수로 설정 후 학습하는 과정에서 갱신함
● 이번 예제는 가중치와 bias를 고정하고, 이 값들이 실제 신경망에서 어떤 의미인지를 확인

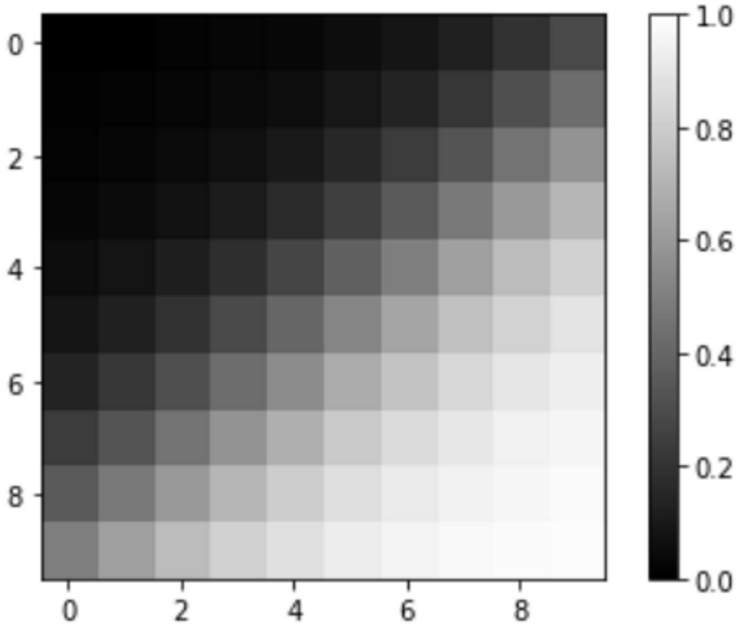
● 입력으로 단 두개의 값(feature) x_1, x_2
● 활성화함수로 시그모이드 함수(0 < y < 1) 사 용

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# x1, x2 값
X1 = np.arange(-1.0, 1.0, 0.2) # 원소 수는 10개
X2 = np.arange(-1.0, 1.0, 0.2)

# 출력값을 저장할 10x10 그리드
Z = np.zeros((10,10))

# x1, x2 값의 입력 가중치
w_x1 = 2.5
w_x2 = 3.0

# 편향
bias = 0.1

# 그리드맵의 각 그리드별 뉴런의 연산
# range(10) : 0~9 숫자 리스트
 for i in range(10):
   for j in range(10):


      # 입력과 가중치 곱의 합 + 편향
       # 시그모이드 함수에 u 대입
      u = X1[i]*w_x1 + X2[j]*w_x2 + bias


      # 그리드맵에 출력 값 저장
      y = 1/(1+np.exp(-u)) # 시그모이드 함수
      Z[j][i] = y
```

```
# 그리드맵 표시
plt.imshow(Z, "gray", vmin = 0.0, vmax = 1.0)
plt.colorbar()
plt.show()
```

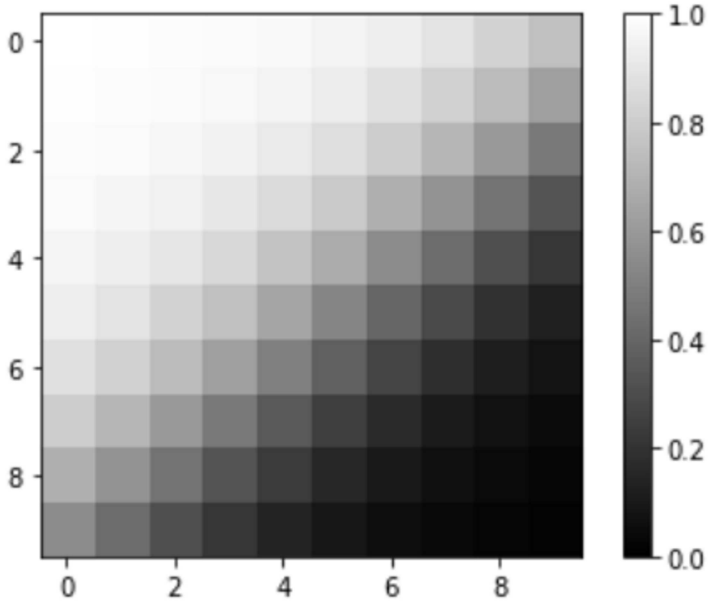
● numpy의 ndarray를 이용한 행렬연산

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# x1, x2 값
X1 = np.arange(-1.0, 1.0, 0.2)  # 원소 수는 10개
X2 = np.arange(-1.0, 1.0, 0.2)

# 출력값을 저장할 10x10 그리드
Z = np.zeros((10,10))

# x, y 값의 입력 가중치
W = np.array([2.5,3.0])


# 편향
bias = np.array([0.1])

# 그리드맵의 각 그리드별 뉴런의 연산
for i in range(10):
    for j in range(10):

        # 입력과 가중치 곱의 합 + 편향
        list1 = [X1[i], X2[j]]
        X = np.array(list1)
        u = np.dot(X, W.T) + bias
        # 그리드맵에 출력 값 저장
        y = 1/(1+np.exp(-u)) # 시그모이드 함수
        Z[j][i] = y

# 그리드맵 표시
plt.imshow(Z, "gray", vmin = 0.0, vmax = 1.0)
plt.colorbar()
plt.show()
```

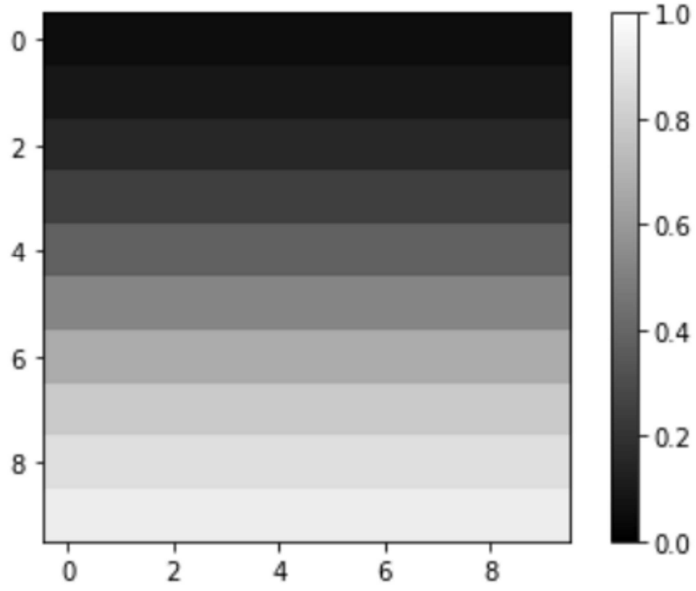


< 가중치와 bias의 영향 >

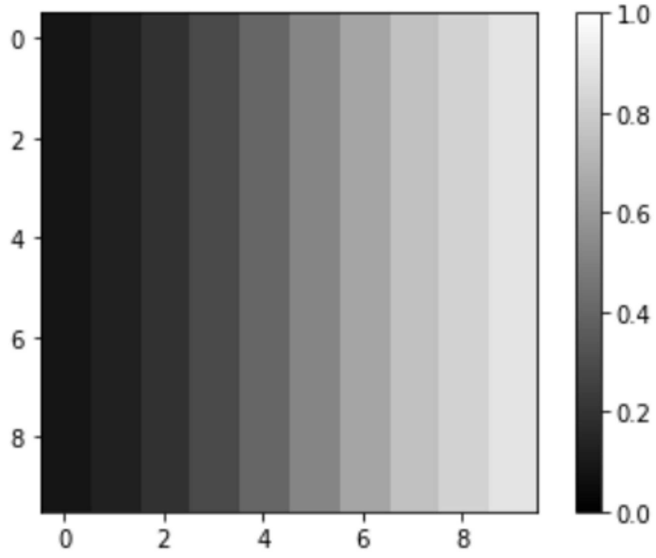
● W = [-2.5, -3.0]



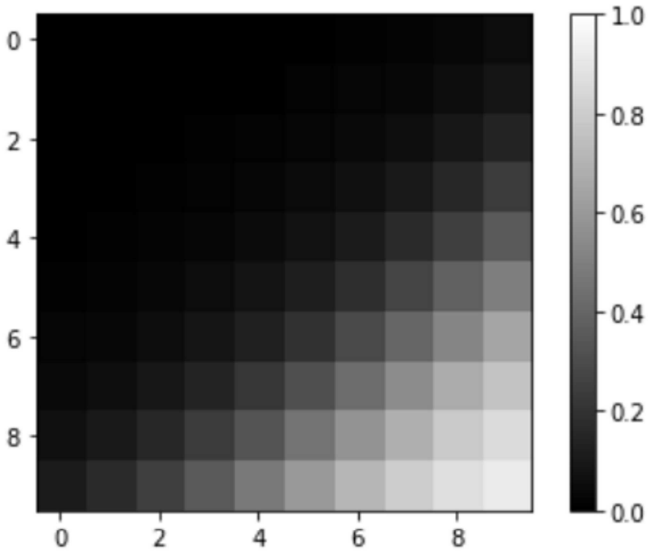
● W = [0, 3.0]



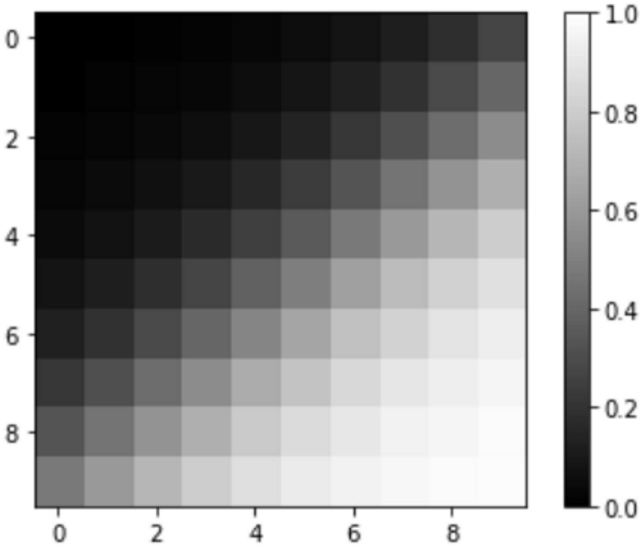
● W = [2.5, 0]



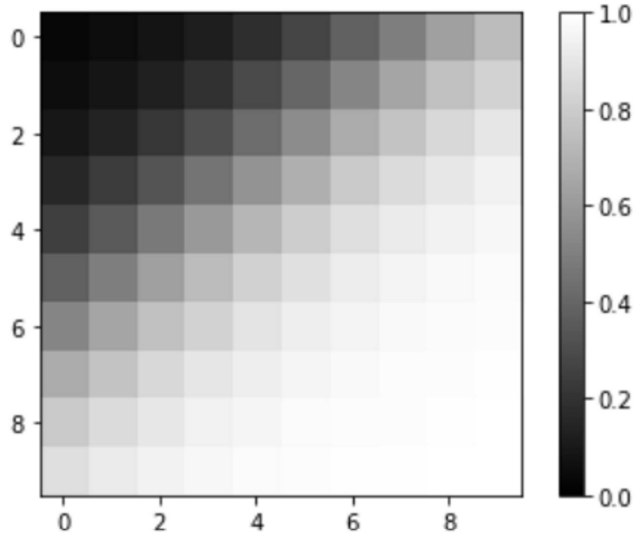
● bias = [-2.0]



● bias = [0.0]



● bias = [2.0]



4. 다중 신경망

● 뉴런(node)으로의 입력을 X = [$x_1, x_2, x_3 \cdots, x_m$] *(feature)*

● 출력 뉴런(노드)의 수를 n개라 가정

● 각 입력에 대응하는 가중치 W 행렬은 다음과 같음

$$\begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \cdots & w_{1n} \\ w_{21} & w_{22} \cdots & w_{2n} \\ w_{31} & w_{32} \cdots & w_{3n} \\ \vdots & \vdots \cdots & \vdots \\ w_{m1} & w_{m2} \cdots & w_{mn} \end{bmatrix}$$

● *bias*의 수도 뉴런의 수와 동일

B = $[b, b_2, b_3 \cdots, b_n]$

● 각 입력과 가중치의 갯수가 n개 라고 하면 다음과 같이 일반화 가능

$$XW = [\sum_{k=1}^{m} x_k\, w_{k1}, \sum_{k=1}^{m} x_k\, w_{k2}, \sum_{k=1}^{m} x_k\, w_{k3}, \ldots., \sum_{k=1}^{m} x_k\, w_{kn}]$$

● 위 결과에 bias b를 더한 결과는 다음과 같음

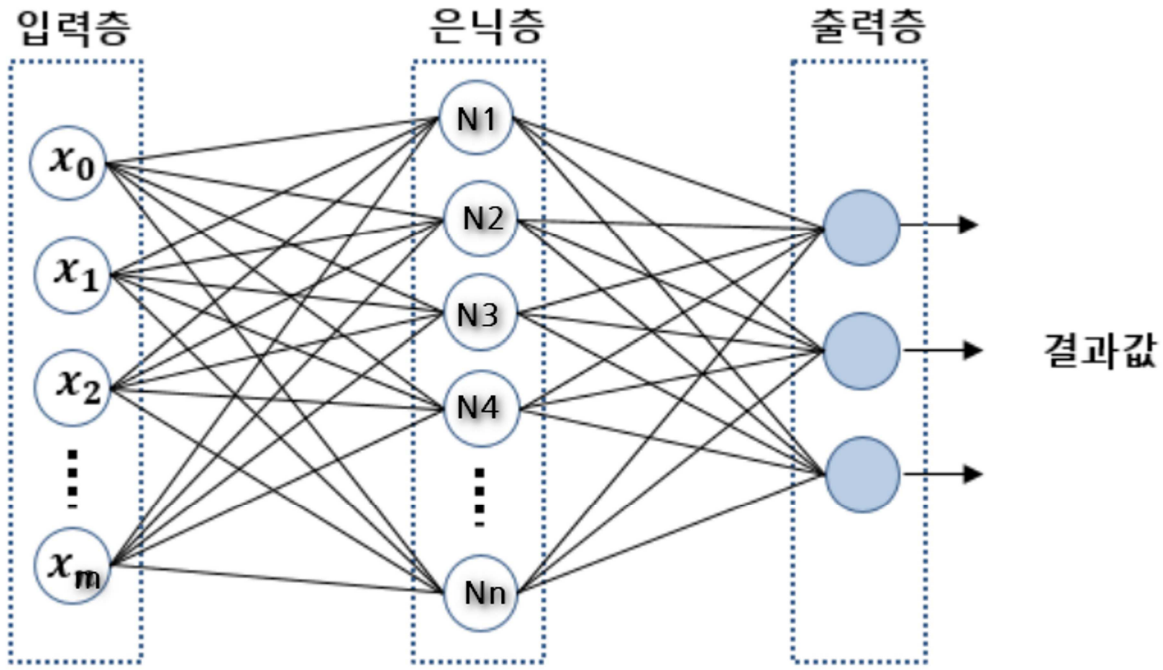
$$U = [\sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{k1}) + b_1, \sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{k2}) + b_2, \sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{k3}) + b_3, \ldots, \sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{kn}) + b_n]$$

● 위 결과 u를 활성화함수(Activation function) f에 입력하여 출력된 결과를 y라 하면

$$Y = f(u)$$

$$= [f(\sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{k1}) + b_1), f(\sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{k2}) + b_2), f(\sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{k3}) + b_3), \ldots, f(\sum_{k=1}^{m} (x_k\, w_{kn}) + b_n)\ ]$$

● 위 결과를 그림으로 표현

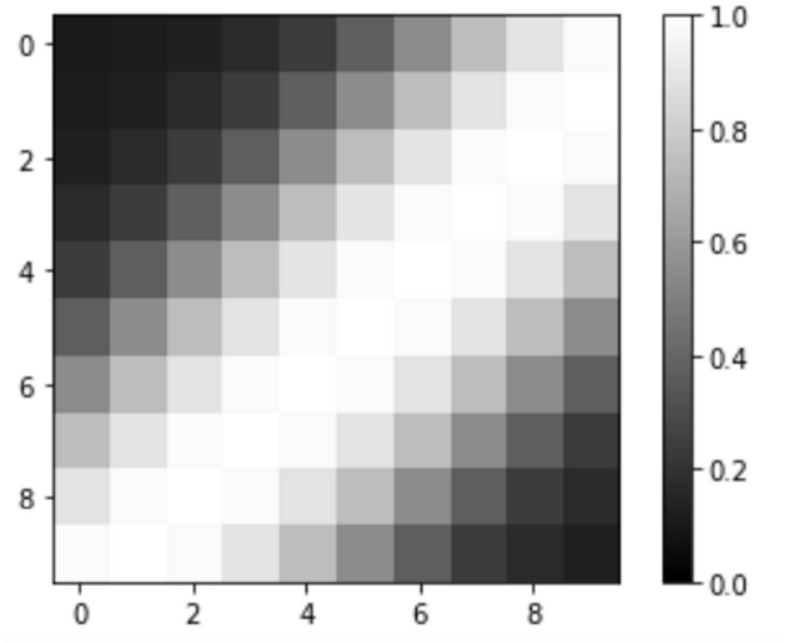


● 지금 부터 구현하는 신경망을 Input Layer 입력 2개, Hidden Layer 노드 2개, Output Layer 노드 1개

● Hiddel Layer 활성화 함수는 시그모이드, Output Layer 활성화 함수는 항등함수

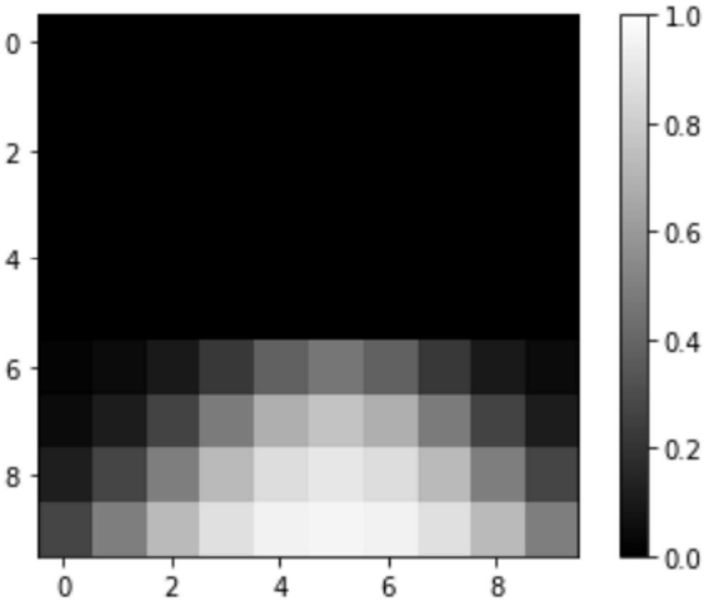
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# x, y 값
X = np.arange(-1.0, 1.0, 0.2)  # 원소는 10개
Y = np.arange(-1.0, 1.0, 0.2)

# 출력을 저장하는 10X10 그리드
Z = np.zeros((10,10))

# 가중치
w_im = np.array([[4.0,4.0],
                 [4.0,4.0]])  # 은닉층 2x2 행렬
w_mo = np.array([[1.0],
                 [-1.0]])    # 출력층 2x1 행렬

# 편향
b_im = np.array([3.0,-3.0]) # 은닉층
b_mo = np.array([0.1])      # 출력층

# 은닉층
def middle_layer(x, w, b):
    u = np.dot(x, w) + b
    return 1/(1+np.exp(-u)) # 시그모이드 함수
```

```
# 출력층
def output_layer(x, w, b):
    u = np.dot(x, w) + b
    return u  # 항등함수

# 그리드맵의 각 그리드별 신경망 연산
for i in range(10):
    for j in range(10):

        # 순전파
        inp = np.array([X[i], Y[j]])       # 입력층
        mid = middle_layer(inp, w_im, b_im) # 은닉층
        out = output_layer(mid, w_mo, b_mo) # 출력층

        # 그리드맵에 신경망 출력 값 저장
        Z[j][i] = out[0]

# 그리드맵으로 표시
plt.imshow(Z, "gray", vmin = 0.0, vmax = 1.0)
plt.colorbar()
plt.show()
```



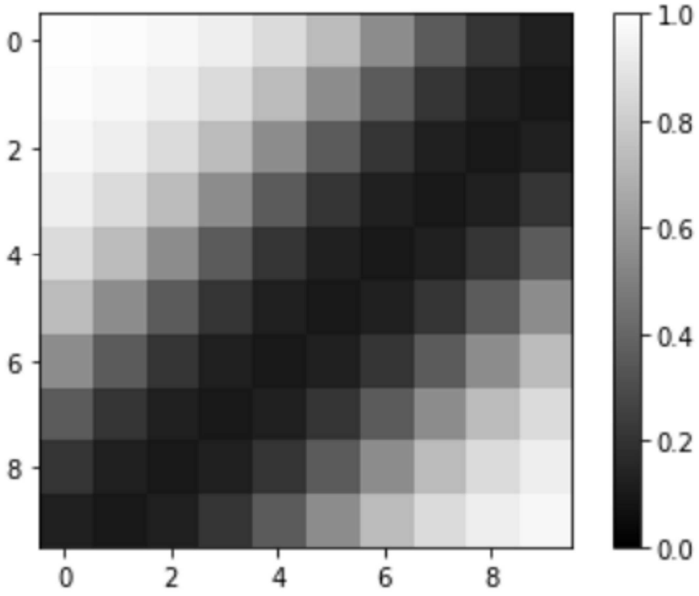
● w_im = np.array([[-5.0,-5.0],
[5.0,-5.0]])
w_mo = np.array([[1.0],
[-1.0]])

b_im = np.array([0.0,0.0])
b_mo = np.array([0.0])



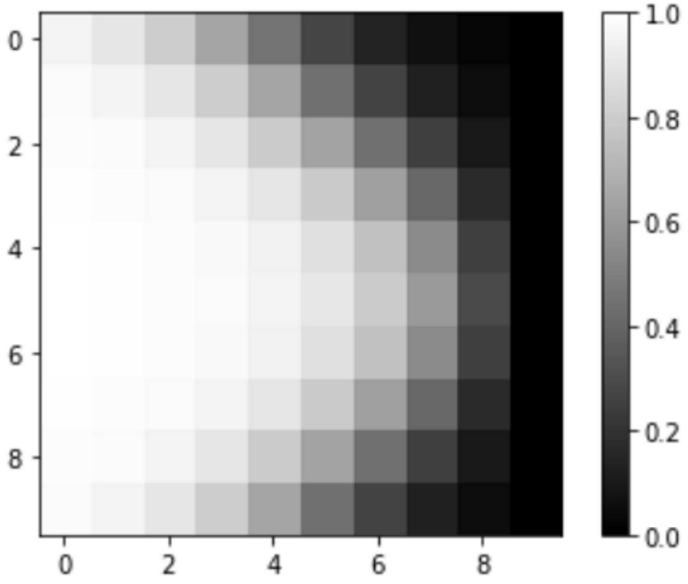
● w_im = np.array([[4.0, 4.0],
[4.0,4.0]])
w_mo = np.array([[-1.0],
[1.0]])

b_im = np.array([3.0,-3.0])
b_mo = np.array([1.0])



● w_im = np.array([[-4.0, 4.0],
[-4.0,-4.0]])
w_mo = np.array([[1.0],
[-1.0]])

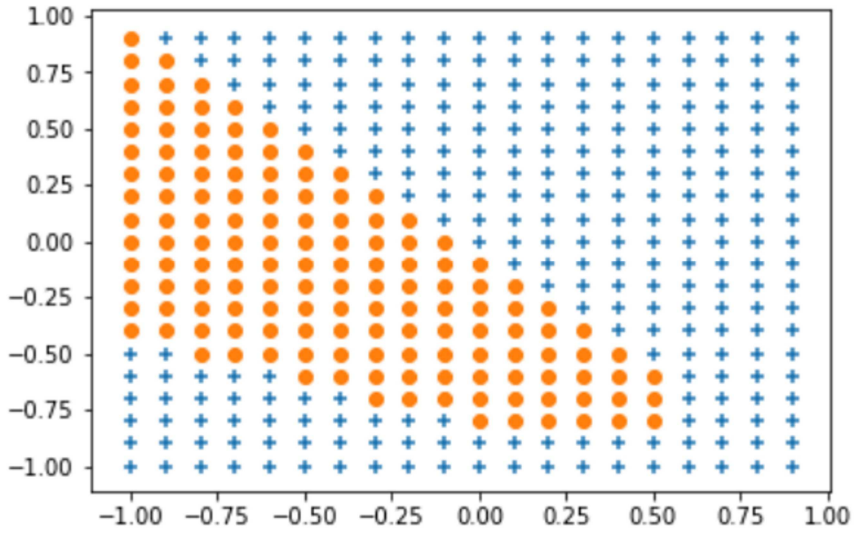
b_im = np.array([3.0,-3.0])
b_mo = np.array([0.0])



5. 분류
   - Input Layer 입력 2개, Hidden Layer 노드 2개, Output Layer 노드 2개
   - Output Layer 활성화 함수는 소프트맥스 사용

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# x, y 값
X = np.arange(-1.0, 1.0, 0.1)  # 원소 수는 20개
Y = np.arange(-1.0, 1.0, 0.1)

# 가중치
w_im = np.array([[1.0,2.0],
            [2.0,3.0]])  # 은닉층 2x2 행렬
w_mo = np.array([[-1.0,1.0],
            [1.0,-1.0]]) # 출력층 2x2 행렬

# 편향
b_im = np.array([0.3,-0.3]) # 은닉층
b_mo = np.array([0.4,0.1])  # 출력층

# 은닉층
def middle_layer(x, w, b):
   u = np.dot(x, w) + b
   return 1/(1+np.exp(-u)) # 시그모이드 함수

# 출력층
def output_layer(x, w, b):
   u = np.dot(x, w) + b
   return np.exp(u)/np.sum(np.exp(u)) # 소프트맥스 함수
```

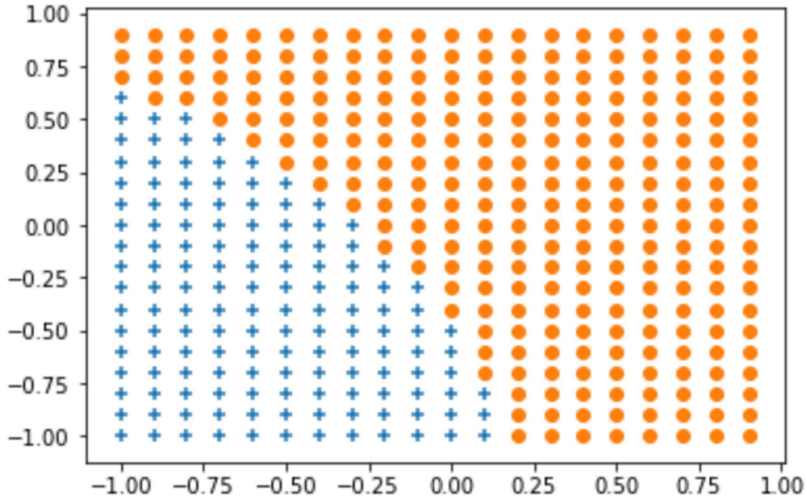
```
# 분류 결과를 저장하는 리스트
x_1 = []
y_1 = []
x_2 = []
y_2 = []

# 그리드맵의 각 그리드별 신경망 연산
for i in range(20):
    for j in range(20):

        # 순전파
        inp = np.array([X[i], Y[j]])
        mid = middle_layer(inp, w_im, b_im)
        out = output_layer(mid, w_mo, b_mo)

        # 확률의 크기를 비교해 분류함
        if out[0] > out[1]:
            x_1.append(X[i])
            y_1.append(Y[j])
        else:
            x_2.append(X[i])
            y_2.append(Y[j])

# 산포도 표시
plt.scatter(x_1, y_1, marker="+")
plt.scatter(x_2, y_2, marker="o")
plt.show()
```



● w_im = np.array([[2.0,1.0],
[0.0,3.0]])
w_mo = np.array([[-2.0,1.0],
[-1.0,-1.0]])

편향

b_im = np.array([-0.3,-0.3])
b_mo = np.array([0.4,-1.2])



● w_im = np.array([[2.0,2.0],
[2.0,3.0]])
w_mo = np.array([[-1.0,1.0],
[1.0,-1.0]])

# 편향
b_im = np.array([0.3,-0.3])
b_mo = np.array([0.4,0.1])