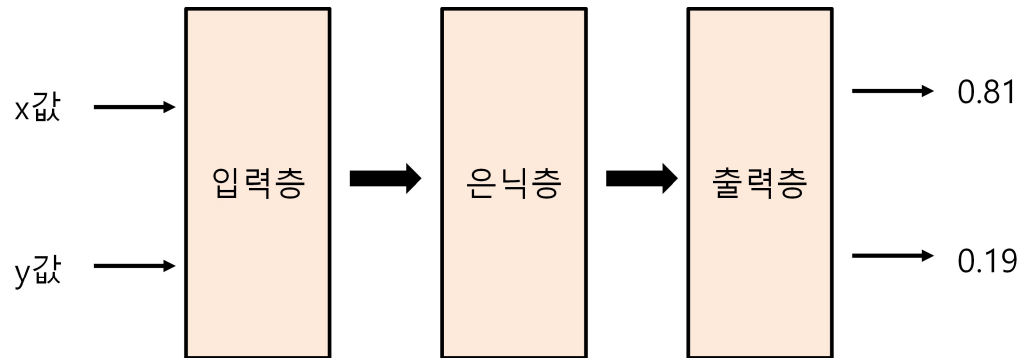
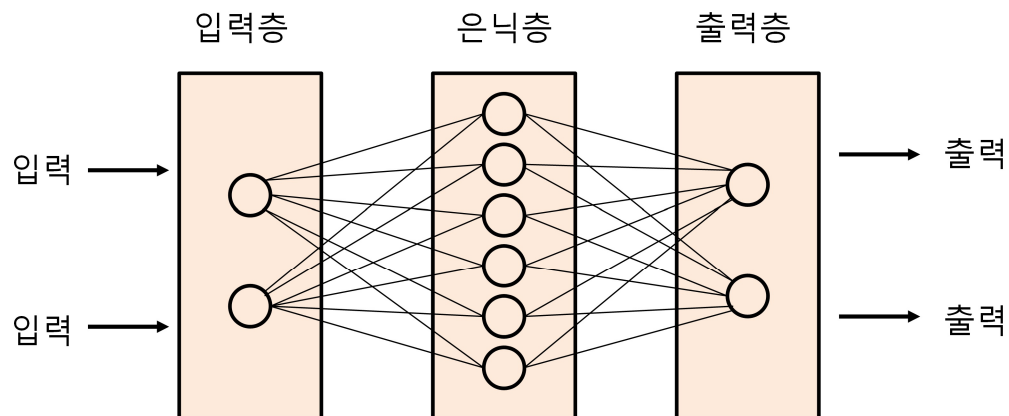


09. 분류 문제의 역전파

- 입력된 x, y 값이 \sin 곡선의 상단 또는 하단에 위치하는지를 분류할 수 있도록 학습시킴



- 정답은 $[0, 1]$ 또는 $[1, 0]$ 인 원핫 인코딩(one-hot encoding)으로 표시 $\sin(x)$ 와 $\sin(y)$ 크기 비교
- 출력값과 정답의 오차를 전파시켜 가중치와 bias를 수정
- 입력층 뉴런 2개, 은닉층 뉴런 6개, 출력층 뉴런 2개



- 은닉층 활성화 함수 : 시그모이드
- 출력층 활성화 함수 : 소프트맥스
- 손실 함수 : 교차 엔트로피
- 최적화 알고리즘 : SGD
- 배치 사이즈 : 1

1. 출력층 구현

- 기존 회귀 문제의 출력층과 거의 같은 내용,
출력층의 활성화 함수를 소프트맥스로 대체

```

class OutputLayer:
    def __init__(self, n_upper, n):
        self.w = wb_width * np.random.randn(n_upper, n) # 가중치 ( 행렬 )
        self.b = wb_width * np.random.randn(n) # 편향 ( 벡터 )

    def forward(self, x):
        self.x = x
        u = np.dot(x, self.w) + self.b
        self.y = np.exp(u)/np.sum(np.exp(u), axis=1, keepdims=True) # 소프트맥스 함수

    def backward(self, t):
        delta = self.y - t

        self.grad_w = np.dot(self.x.T, delta)
        self.grad_b = np.sum(delta, axis=0)

        self.grad_x = np.dot(delta, self.w.T)

    def update(self, eta):
        self.w -= eta * self.grad_w
        self.b -= eta * self.grad_b

```

** 배치사이즈 X 1 형태의 행렬을 유지하기 위해 keepdims=True 사용

2. 전체 코드

```

%matplotlib inline

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#--값--
X = np.arange(-1.0, 1.1, 0.1)
Y = np.arange(-1.0, 1.1, 0.1)

#--입력, 정답 벡터 생성(one-hot encoding)--
input_data = []
correct_data = []
for x in X:
    for y in Y:
        input_data.append([x, y])
        if y < np.sin(np.pi * x): # y값이 sin 곡선 아래에 있으면
            correct_data.append([0, 1]) # 아래 영역
        else:
            correct_data.append([1, 0]) # 위 영역

n_data = len(correct_data) # 데이터 수

input_data = np.array(input_data)
correct_data = np.array(correct_data)

```

```

# -- 각 설정 값 --
n_in = 2 # 입력층 뉴런 수
n_mid = 6 # 은닉층 뉴런 수
n_out = 2 # 출력층 뉴런 수

wb_width = 0.01 # 가중치와 편향 설정을 위한 정규분포 표준편차
eta = 0.1 # 학습률
epoch = 101
interval = 10 # 경과 표시 간격

# -- 은닉층 --
class MiddleLayer:
    def __init__(self, n_upper, n):
        self.w = wb_width * np.random.randn(n_upper, n) # 가중치(행렬)
        self.b = wb_width * np.random.randn(n) # 편향 ( 벡터 )

    def forward(self, x):
        self.x = x
        u = np.dot(x, self.w) + self.b
        self.y = 1/(1+np.exp(-u)) # 시그모이드 함수

    def backward(self, grad_y):
        delta = grad_y * (1-self.y)*self.y

        self.grad_w = np.dot(self.x.T, delta)
        self.grad_b = np.sum(delta, axis=0)

        self.grad_x = np.dot(delta, self.w.T)

    def update(self, eta):
        self.w -= eta * self.grad_w
        self.b -= eta * self.grad_b

# -- 출력층 --
class OutputLayer:
    def __init__(self, n_upper, n):
        self.w = wb_width * np.random.randn(n_upper, n) # 가중치 ( 행렬 )
        self.b = wb_width * np.random.randn(n) # 편향 ( 벡터 )

    def forward(self, x):
        self.x = x
        u = np.dot(x, self.w) + self.b
        self.y = np.exp(u)/np.sum(np.exp(u), axis=1, keepdims=True) # 소프트맥스 함수

    def backward(self, t):
        delta = self.y - t

```

```

self.grad_w = np.dot(self.x.T, delta)
self.grad_b = np.sum(delta, axis=0)

self.grad_x = np.dot(delta, self.w.T)

def update(self, eta):
    self.w -= eta * self.grad_w
    self.b -= eta * self.grad_b

# -- 각 층의 초기화 --
middle_layer = MiddleLayer(n_in, n_mid)
output_layer = OutputLayer(n_mid, n_out)

# -- 학습 --
sin_data = np.sin(np.pi * X) # 결과 검증용
for i in range(epoch):

    # 인덱스 임의 섞기
    index_random = np.arange(n_data)
    np.random.shuffle(index_random)

    # 결과 표시용
    total_error = 0
    x_1 = []
    y_1 = []
    x_2 = []
    y_2 = []

    for idx in index_random:

        x = input_data[idx]
        t = correct_data[idx]

        # 순전파
        middle_layer.forward(x.reshape(1,2))
        output_layer.forward(middle_layer.y)

        # 역전파
        output_layer.backward(t.reshape(1,2))
        middle_layer.backward(output_layer.grad_x)

        # 가중치와 편향 수정
        middle_layer.update(eta)
        output_layer.update(eta)

    if i%interval == 0:

        y = output_layer.y.reshape(-1) # 행렬을 벡터로 되돌림

```

```

# 오차 계산
total_error += - np.sum(t * np.log(y + 1e-7)) # 교차 엔트로피 오차

# 확률 크기를 비교하여 분류
if y[0] > y[1]:
    x_1.append(x[0])
    y_1.append(x[1])
else:
    x_2.append(x[0])
    y_2.append(x[1])

if i%interval == 0:

    # 출력 그래프 표시
    plt.plot(X, sin_data, linestyle="dashed")
    plt.scatter(x_1, y_1, marker="+")
    plt.scatter(x_2, y_2, marker="x")
    plt.show()

    # 에포크 수와 오차 표시
    print("Epoch:" + str(i) + "/" + str(epoch), "Error:" + str(total_error/n_data))

```