

**Mục tiêu:** Cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace. Trên cơ sở đó, sinh viên có thể học tiếp các học phần sau về toán cũng như các môn kỹ thuật khác, góp phần tạo nên nền tảng toán học cơ bản cho kỹ sư các ngành công nghệ.

**Objective:** To provide the knowledge and calculation skills on infinite series and basic differential equations, one-sided Laplace transform, to formulate Mathematical foundations for students of technology majors, providing mathematical tools for students.

**Nội dung:** Chuỗi số, chuỗi hàm, chuỗi lũy thừa, chuỗi Fourier, phương trình vi phân cấp I, phương trình vi phân cấp II, hệ phương trình vi phân cấp I, phương pháp toán tử Laplace và vận dụng vào việc giải các phương trình vi phân cấp cao và hệ phương trình vi phân. Giới thiệu một số mô hình toán.

**Contents:** Infinite numerical series, series of functions, Fourier series, first-order differential equations, Second-order linear differential equations, first-order systems of differential equations, Laplace transforms, some models and modelling of technical problems.

1. THÔNG TIN CHUNG

- Tên học phần:Giải tích III
- Đơn vị phụ trách:Khoa Toán – Tin
- Mã số học phần:MI1132
- Khối lượng:

3(2-2-0-6)

- Lý thuyết: 30 tiết

- Bài tập: 30 tiết
- Học phần tiên quyết:
- Học phần học trước:

- MI1112 Giải tích I
- Học phần song hành:

- MI1122 Giải tích II

2. MÔ TẢ HỌC PHẦN

Môn học này nhằm cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace.

3. MỤC TIÊU VÀ CHUẨN ĐẦU RA CỦA HỌC PHẦN

Sinh viên hoàn thành học phần này có khả năng:

Mục tiêu/CĐR	Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần	CĐR được phân bổ cho HP/ Mức độ (I/T/U)
[1]	[2]	[3]
M1	Nắm vững được các kiến thức cơ bản của về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace	
M1.1	Nắm vững các khái niệm cơ bản.	IT
M1.2	Có khả năng vận dụng kiến thức đã học để giải các bài tập liên quan tới nội dung môn học.	TU

Mục tiêu/CDR	Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần	CDR được phân bổ cho HP/ Mức độ (I/T/U)
<b>M2</b>	<b>Có thái độ làm việc nghiêm túc cùng kỹ năng cần thiết để làm việc có hiệu quả</b>	
M2.1	Có kỹ năng: phân tích và giải quyết vấn đề bằng tư duy, logic chặt chẽ; làm việc độc lập, tập trung.	TU
M2.2	Nhận diện một số vấn đề thực tế có thể sử dụng công cụ của chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace để giải quyết.	ITU
M2.3	Thái độ làm việc nghiêm túc, chủ động sáng tạo, thích nghi với môi trường làm việc có tính cạnh tranh cao.	IT

#### 4. TÀI LIỆU HỌC TẬP

##### Giáo trình

- [1] Nguyễn Đình Trí, Trần Việt Dũng, Trần Xuân Hiền, Nguyễn Xuân Thảo (2015). *Toán học cao cấp tập 3: Chuỗi và phương trình vi phân*. NXB Giáo dục VN.
- [2] Nguyễn Đình Trí, Trần Việt Dũng, Trần Xuân Hiền, Nguyễn Xuân Thảo (2017). *Bài tập Toán học cao cấp tập 3: Chuỗi và phương trình vi phân*. NXB Giáo dục VN.
- [3] Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (2000). *Bài tập Toán học cao cấp tập II*. NXB Giáo dục.
- [4] Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (1999). *Bài tập Toán học cao cấp tập III*. NXB Giáo dục.

##### Tài liệu tham khảo

- [1] Nguyễn Thiệu Huy, Bùi Xuân Diệu, Đào Tuấn Anh: *Giải tích III, chuỗi vô hạn và phương trình vi phân*. NXB Bách Khoa Hà Nội, 2022.
- [2] Khoa Toán – Tin (2023). *Slide bài giảng Giải tích III* (tài liệu lưu hành nội bộ).
- [3] Lê Ngọc Lãng, Nguyễn Chí Bảo, Trần Xuân Hiền, Nguyễn Phú Trường. *Ôn thi học kỳ và thi vào giai đoạn II*. NXB Giáo dục.
- [4] Trần Bình (2005). *Giải tích II và III*, NXB KH và KT.
- [5] Đinh Bạt Thâm, Nguyễn Phú Trường (1993). *Bài tập Toán học cao cấp tập II*. NXB Giáo dục.
- [6] Nguyễn Xuân Thảo (2010). *Bài giảng Phương pháp Toán tử Laplace* (tài liệu lưu hành nội bộ).
- [7] Nguyễn Thiệu Huy: Infinite series and differential equations.  
download: <https://fami.hust.edu.vn/wp-content/uploads/CalculusIII.pdf>

#### 5. CÁCH ĐÁNH GIÁ HỌC PHẦN

Điểm thành phần	Phương pháp đánh giá cụ thể	Mô tả	CDR được đánh giá	Tỷ trọng
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]

<b>A1. Điểm quá trình</b>				<b>50%</b>
<b>A1.1. Điểm chuyên cần và tích cực*</b>	Thái độ học tập và sự chuyên cần của sinh viên trên lớp học	Theo quy định của khoa Toán - Tin	M2.3	<b>10%</b>
<b>A1.2. Điểm đánh giá liên tục</b>	Bài kiểm tra đánh giá liên tục	Bài kiểm tra trắc nghiệm trực tuyến	M1.1, M1.2	<b>10%</b>
<b>A1.3. Điểm kiểm tra giữa kỳ</b>	Kiểm tra giữa kỳ <b>Nội dung: Từ tuần học 1 đến tuần học 7</b>	Bài kiểm tra trắc nghiệm kết hợp tự luận	M1.1, M1.2, M2.1, M2.2, M2.3	<b>30%</b>
<b>A2. Điểm cuối kỳ</b>	<b>Thi cuối kỳ</b>	Bài thi tự luận	M1.1, M1.2, M2.1, M2.2, M2.3	<b>50%</b>

\* Điểm chuyên cần và tích cực được tính theo quy định của Khoa Toán - Tin và Quy chế Đào tạo của ĐH Bách khoa Hà Nội.

## 6. KẾ HOẠCH GIẢNG DẠY

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
1	<p><b>Chương 1. Chuỗi (11LT+ 11BT)</b></p> <p><b>1.1</b> Đại cương về chuỗi số</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Các khái niệm: Chuỗi số, số hạng tổng quát, tổng riêng, phần dư, chuỗi hội tụ, phân kỳ, tổng của chuỗi hội tụ. Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi <math>\sum_{n=0}^{+\infty} aq^n</math>.</li> <li>Điều kiện ắt có để chuỗi hội tụ (có chứng minh). Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi <math>\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}</math>.</li> <li>Các tính chất cơ bản của chuỗi số hội tụ (học sinh tự đọc chứng minh)</li> </ul> <p><b>1.2</b> Chuỗi số dương</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Định nghĩa chuỗi số dương</li> <li>Các định lý so sánh 1 và 2 (chứng minh định lý 1, học sinh tự đọc chứng minh định lý 2)</li> <li>Các tiêu chuẩn hội tụ (tiêu chuẩn D’Alambert, Cauchy, tích phân) (Chứng minh tiêu chuẩn D’Alambert, học sinh tự đọc chứng minh 2 tiêu chuẩn còn lại). Chú ý:</li> </ul>	M1,M2	Giảng bài	A1.1 A1.2 A1.3 A2

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
	Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\alpha}$ .			
2	<b>1.3</b> Chuỗi số có số hạng với dấu bất kỳ <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chuỗi có dấu bất kỳ: các khái niệm hội tụ tuyệt đối, bán hội tụ. Định lý về chuỗi số hội tụ tuyệt đối (học sinh tự đọc chứng minh)</li> <li>- Chuỗi số đan dấu: định nghĩa, định lý Leibniz (có chứng minh)</li> <li>- Các tính chất của chuỗi số hội tụ tuyệt đối. Tính chất đổi thứ tự và tích hai chuỗi (học sinh tự đọc chứng minh)</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A1.3 A2
3	<b>1.4</b> Chuỗi hàm <ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa chuỗi hàm, miền hội tụ của chuỗi hàm (hội tụ điểm), tổng của chuỗi hàm</li> <li>- Sự hội tụ đều của chuỗi hàm: định nghĩa, tiêu chuẩn Cauchy, tiêu chuẩn Weierstrass (không chứng minh)</li> <li>- Các tính chất của chuỗi hàm hội tụ đều: tổng là hàm liên tục, tích phân, đạo hàm dưới tổng (học sinh tự đọc chứng minh hai tính chất cuối)</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A1.3 A2
4	<b>1.5</b> Chuỗi lũy thừa <ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa chuỗi lũy thừa: định lý Abel (có chứng minh), khoảng và miền hội tụ</li> <li>- Các tính chất của chuỗi lũy thừa: chuỗi hội tụ đều, tổng là hàm liên tục, tích phân và đạo hàm dưới tổng (học sinh tự đọc chứng minh). Phần áp dụng để tính tổng một số chuỗi (chỉ nêu một ví dụ, học sinh tự đọc)</li> <li>- Khai triển hàm thành chuỗi lũy thừa (Chuỗi Taylor, Maclaurin). Các định lý về hàm khai triển được (không chứng minh)</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A1.3 A2
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các khai triển của một số hàm số sơ cấp cơ bản. Áp dụng để tính gần đúng giá trị của hàm, tính gần đúng tích phân xác định (học sinh tự đọc)</li> </ul> <b>1.6</b> Chuỗi Fourier <ul style="list-style-type: none"> <li>- Chuỗi lượng giác, chuỗi Fourier</li> <li>- Điều kiện để một hàm khai triển được thành chuỗi Fourier. Định lý Dirichlet (không</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A1.3 A2

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
	chứng minh)			
6	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Khai triển Fourier hàm chẵn, hàm lẻ tuần hoàn chu kỳ <math>2\pi</math>.</li> <li>- Khai triển Fourier hàm tuần hoàn chu kỳ <math>2\pi</math>, chu kỳ <math>2l</math>.</li> </ul> <p><b>Chương 2. Phương trình vi phân (11LT+12 BT)</b></p> <p><b>2.1</b> Khái niệm mở đầu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa phương trình vi phân (PTVT), cấp của phương trình, nghiệm của phương trình (PT)</li> </ul> <p><b>2.2</b> Phương trình vi phân cấp 1</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại cương về PTVP cấp 1: dạng tổng quát của PT, định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm (không chứng minh), bài toán Cauchy, nghiệm tổng quát, nghiệm riêng. Giới thiệu một vài ứng dụng thực tế của PTVP cấp 1.</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A1.3 A2
7	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Các PT khuyết <math>y</math>, khuyết <math>x</math></li> <li>- PT biến số phân ly</li> <li>- PT thuần nhất (đẳng cấp)</li> <li>- PT tuyến tính</li> <li>- PT Bernoulli</li> <li>- PTVP toàn phần</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A1.3 A2
8	<p><b>2.3</b> Phương trình vi phân cấp 2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Đại cương về PTVP cấp 2: Dạng tổng quát, định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm, bài toán Cauchy, nghiệm tổng quát, nghiệm riêng. Giới thiệu một vài ứng dụng thực tế của PTVP cấp 2.</li> <li>- Các PT khuyết <math>y</math> và <math>y'</math>, khuyết <math>y</math>, khuyết <math>x</math></li> <li>- PT tuyến tính dạng: <math>y'' + p(x)y' + q(x)y = f(x)</math></li> </ul> <p>PT thuần nhất: Các định lý về cấu trúc nghiệm của PTVP tuyến tính cấp 2 thuần nhất (chứng minh định lý để dẫn đến công thức <math>y = C_1y_1(x) + C_2y_2(x)</math>)</p>	M1,M2		A1.1 A1.2 A2

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
9	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PT không thuần nhất: Định lý về nghiệm tổng quát (học sinh tự đọc chứng minh). Phương pháp biến thiên hằng số Lagrange. Nguyên lý chồng chất nghiệm</li> <li>- PTVP tuyến tính cấp 2 có hệ số không đổi: PT thuần nhất</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A2
10	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PT không thuần nhất với vế phải <math>f(x)</math> có dạng:  <math display="block">f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)</math> <math display="block">f(x) = e^{\alpha x} [P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x]</math> </li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A2
11	<ul style="list-style-type: none"> <li>- PT <i>Euler</i> (giáo viên hướng dẫn thông qua một số ví dụ)</li> </ul> <p><b>2.4 Hệ phương trình vi phân cấp 1</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Định nghĩa dạng tổng quát, nghiệm, đưa PTVP cấp cao về hệ chuẩn tắc và ngược lại. Định lý về sự tồn tại duy nhất nghiệm. Phương pháp khử (thể hiện qua một ví dụ giải hệ gồm 2 phương trình có hệ số không đổi dạng đơn giản) (giáo viên hướng dẫn học sinh tự đọc và làm bài tập).</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A2
12	<p><b>Chương 3. Phương pháp toán tử Laplace (8LT+ 7BT)</b></p> <p><b>3.1</b> Phép biến đổi Laplace và phép biến đổi ngược</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Phép biến đổi Laplace (PBĐ), tính chất tuyến tính, bảng PBĐ Laplace của một số hàm, hàm số liên tục từng khúc, sự tồn tại của PBĐ Laplace. Ví dụ.</li> <li>- PBĐ Laplace nghịch đảo, sự duy nhất của PBĐ Laplace nghịch đảo. Ví dụ.</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A2
13	<p><b>3.2</b> Phép biến đổi của bài toán với giá trị ban đầu</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- PBĐ của đạo hàm, nghiệm của bài toán giá trị ban đầu, Ví dụ giải PTVP tuyến tính cấp 2 với hệ số hằng số</li> <li>- Hệ PTVP tuyến tính cấp hai, giới thiệu mô hình toán</li> <li>- PBĐ của tích phân</li> </ul>	M1,M2		A1.1 A1.2 A2

Tuần	Nội dung	CDR học phần	Hoạt động dạy và học	Bài đánh giá
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
14	<b>3.3</b> Phép tịnh tiến và phân thức đơn giản - Phân thức đơn giản tuyến tính, phân thức đơn giản bậc 2, biến đổi trên trục $s$ . - Giải PTVP tuyến tính cấp cao (lớn hơn hay bằng 3) với hệ số hằng số	M1,M2		A1.1 A1.2 A2
15	<b>3.4</b> Đạo hàm, tích phân và tích của các phép biến đổi - Tích chập của hai hàm, PBD Laplace của tích chập - Vi phân của PBD - Tích phân của PBD - Giải PTVP tuyến tính thuần nhất cấp 2 với hệ số biến đổi (nhị thức bậc nhất)	M1,M2		A1.1 A1.2 A2
16	Ôn tập – Tổng kết	M1,M2		A2

## 7. QUY ĐỊNH CỦA HỌC PHẦN

(Các quy định của học phần nếu có)

8. NGÀY PHÊ DUYỆT: .....

**Khoa Toán – Tin**