Première Année

Année scolaire 2019-2020

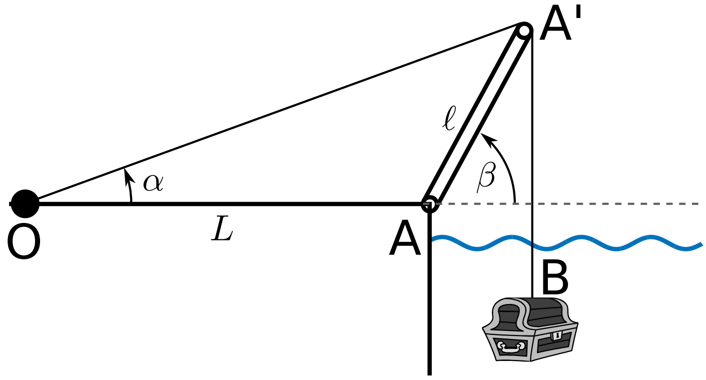
Physique - S2 - Interrogation écrite 2

10 avril 2020 **Durée : 1 h**

Tout type de calculatrice autorisé. Tout document interdit. Non seulement vos résultats, mais surtout votre capacité à les justifier clairement et à les analyser ensuite de manière critique seront évalués. Le barème est donné à titre indicatif.

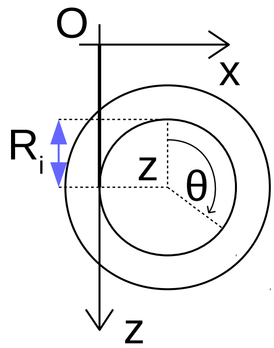
I - Pêche au trésor ($\approx$ 9 pts)

On s'intéresse à une grue sur un port permettant de repêcher un coffre (solide) situé sous l'eau. La grue est constituée d'un fil relié à un moteur (point fixe O), passant par une poulie en A', puis fixée au solide en B. Le fil fait un angle α avec le sol au point O. Le bras de grue AA' de longueur $\ell = 1.5$ m et de masse $m' = 30$ kg est fixé par une liaison pivot en A ($OA = L$), et fait un angle β avec le sol. Le moteur est initialement arrêté, et le coffre de volume $V = 70$ L et de masse $M = 85$ kg est suspendu et entièrement immergé sous l'eau (masse volumique $\rho = 1.0$ g.cm^{-3}). L'accélération de la pesanteur au niveau du sol vaut $g = 9.81$ m.s^{-2}. Dans les questions 1 à 4, on considère que la grue est à l'équilibre.



1) Déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique de la norme de la tension du fil. On admettra par la suite que la tension du fil est la même en tout point du fil ($OA'B$).
2) Quelle est l'expression de la force de réaction du sol au point A ? Donner la valeur de la norme de cette force pour un angle $\alpha = 20^\circ$.
3) On rappelle que la liaison pivot en A n'induit pas de couple sur le bras {AA'}. Déterminer une relation entre les angles α et β permettant d'assurer l'équilibre du système.
4) *BONUS* : Cet équilibre est-il stable ?
5) Le moteur est maintenant utilisé pour élever le coffre d'une hauteur h sous l'eau puis il s'arrête. Justifier brièvement que lors de la montée de ce coffre la tension du fil est généralement différente de la valeur calculée à la question 1. En considérant le système {coffre}, déterminer l'énergie nécessaire pour soulever le coffre d'une hauteur h. Que peut-on en déduire quant au travail fourni par le moteur ?

II - Étude d'un yo-yo ($\approx$ 6 pts)



On étudie le mouvement vertical d'un yo-yo de masse M, de rayon interne R_i (moyeu sur lequel s'enroule le fil), de rayon externe R_e et de moment d'inertie J par rapport à son axe de rotation. Le déplacement du yo-yo combine un mouvement de translation et un mouvement de rotation, et on suppose que le fil ainsi que la trajectoire du yo-yo restent toujours verticaux. On repère, par la coordonnée z, la position du centre de masse du yo-yo sur un axe Oz vertical orienté vers le bas. On repère aussi l'orientation du yo-yo par un angle θ mesuré depuis l'axe Oz et illustré sur la figure ci-contre. À $t = 0$ on a $z = 0$ et $\theta = 0$. Quand le yo-yo est descendu d'une hauteur z il a donc tourné d'un angle θ.

On néglige la masse du fil ainsi que son épaisseur ; on néglige aussi les frottements. Le yo-yo est lâché sans vitesse initiale en $z = 0$. Lorsque le yo-yo est descendu d'une hauteur z :

1) Faire un bilan des forces extérieures qui s'appliquent sur le système {yo-yo + fil } (le fil déroulé fait partie du système) et les représenter sur une figure ;

2) Donner la relation entre z et θ et en déduire la relation entre $\dot{z}$ et $\dot{\theta}$;

3) En fonction z, $\dot{z}$, M, J et g :

   a. Calculer l'énergie cinétique totale ;

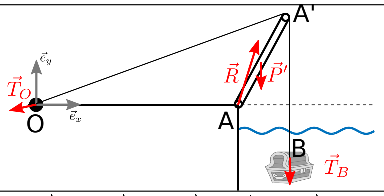
   b. Calculer l'énergie potentielle de pesanteur et en déduire l'énergie mécanique du yo-yo.

4) Déterminer la vitesse v_h atteinte par le yo-yo lorsqu'il est descendu d'une hauteur h.

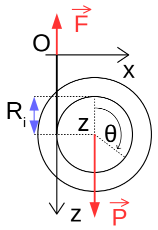
S2 - IE2 - 10 avril 2020 - Corrigé - barème sur 15

Sanctionner toute expression manifestement non homogène ou tout résultat aberrant et non commenté.

I - Pêche au trésor (9 pts + 1 pt bonus)

1)	Système : {coffre}, référentiel lié à la Terre et supposé galiléen.	**0,25**
	Repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ indiqué sur un schéma, $\vec{e}_z$ normal au dessin vers le lecteur.	**0,25**
	Bilan des actions extérieures :	
	Poids $\vec{P}$ appliqué en G centre de masse du coffre, vertical, dirigé vers le bas, norme Mg ;	**0,25**
	Poussée d'Archimède $\vec{P}_a$, appliquée en G, verticale vers le haut, norme $\rho V g$;	**0,25**
	Tension du fil $\vec{T}$, en B, verticale vers le haut.	**0,25**
	Le système est à l'équilibre, donc $\vec{P} + \vec{P}_a + \vec{T} = \vec{0}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \vec{T} = (M - \rho V) g \vec{e}_y$	
	A.N. : $T = 147$ N =0,15 kN	**0,5**
2)	Système :{Bras AA'+ fil} (ou {Bras}).	**0,25**
	Bilan des actions extérieures :	**1**
	Poids du bras : $\vec{P'} = -m' g \vec{e}_y$, appliqué au milieu du bras ;	
	Action du coffre sur le fil en B : $\vec{T}_B = -\vec{F}_{fil \rightarrow coffre} = -T\vec{e}_y$;	
	Action du moteur sur le fil en O $\vec{T}_O$: norme T, direction du fil, sens de $\vec{A'O}$;	
	Réaction du support $\vec{R}$ en A, direction, sens et norme inconnues.	
	Si système {Bras}, $\vec{P'} + \vec{R}+$ [Action du fil (A'B) sur le bras en A' $= \vec{T}_B$] + [Action du fil (OA') sur le bras en A' $= \vec{T}_O$]	
	Schéma : 	**0,5**
	PFS : $\vec{P'} + \vec{T}_B + \vec{T}_O + \vec{R} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{R} = T\cos\alpha \vec{e}_x + (m'g + T(1+\sin\alpha))\,\vec{e}_y$	**0,5**
	A.N. : $R = \lVert\vec{R}\rVert = 511$ N $= 0,51$ kN	**0,5**
3)	Equilibre : somme des moments en un point des actions extérieures doit être nulle	**0,5**
	Choix du point/axe : A/(Az)	**0,25**
	$\Gamma_{\vec{P'}}(Az) = -\frac{\ell}{2} m' g \cos\beta$; $\Gamma_{\vec{T}_B}(Az) = -T\ell\cos\beta$; $\Gamma_{\vec{T}_O}(Az) = TL\sin\alpha$	**0,75**
	$\Gamma_{\vec{P'}}(Az) + \Gamma_{\vec{T}_B}(Az) + \Gamma_{\vec{T}_O}(Az) = 0 \Leftrightarrow TL\sin\alpha = \left(T\ell + \frac{\ell}{2} m' g\right)\cos\beta$	**0,5**
	(Si système {Bras}, on trouve $T\ell\sin(\beta - \alpha) = \left(T\ell + \frac{\ell}{2} m' g\right)\cos\beta$.)	
4)	Le moment résultant en A est $\Gamma = TL\sin\alpha - \left(T\ell + \frac{1}{2} m' g \ell\right)\cos\beta$	**+1**
	(ou $\Gamma = T\ell\sin(\beta-\alpha) - \left(T\ell + \frac{1}{2} m' g\ell\right)\cos\beta$ si système {Bras})	
	A l'équilibre, $\Gamma = 0$. Si β augmente, $\cos\beta$ diminue, et $\sin\alpha$ (ou $\sin(\beta-\alpha)$ - moins immédiat, β augmente plus que α) augmente, ce qui entraine $\Gamma > 0$. Ce couple résultant va faire augmenter encore plus β, l'équilibre est donc instable.	
5)	Pour { coffre }, le PFD donne $\vec{P} + \vec{P}_a + \vec{T} = m\vec{a} \neq \vec{0}$ donc T différente par rapport Q1	**0,25**
	Théorème de l'énergie cinétique appliqué au système {coffre}, avec une vitesse nulle au début et à l'arrivée : $\Delta Ec = 0 = W_{\vec{P}} + W_{\vec{P}_a} + W_{\vec{T}}$	**0,5**
	Travail du poids : $W_{\vec{P}} = -Mgh$	**0,25**
	Travail de la poussée d'Archimède : $W_{\vec{P}_a} = \int \vec{P}_a \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \rho V g h$	**0,5**
	TEC : $0 = (-M + \rho V)gh + W_{\vec{T}}$ et donc $W_{\vec{T}} = (M - \rho V)gh$.	**0,25**
	Seul le moteur peut fournir de l'énergie à l'ensemble, donc le travail fourni par le moteur est (au moins) égal au travail exercé par le câble.	**0,5**

II - Étude d'un yo-yo (6 pts)

1)	Système : {yo-yo + fil}, référentiel lié à la Terre et supposé galiléen. Bilan des forces : - poids $\vec{P}$ de norme Mg, appliqué au centre de gravité du système, vertical, dirigé vers le bas - Réaction $\vec{F}$ exercée par le support, de norme inconnue F, appliquée en O Comme $\vec{F} = -\vec{T}_{\text{fil}\to\text{support}}$, $\vec{F}$ est verticale et dirigée vers le haut.	**0,25** **0,25** **0,5**
	Schéma : 	**0.5**
2)	$z = R_i\theta \Rightarrow v = \dot{z} = R_i\dot{\theta}$	**0,25 + 0,25**
3)	a. $E_c = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2$ (0.5 pts translation + 0.5 pts rotation) Remplacement $v = \dot{z}$ ici ou après	**1** **0,5**
	b. $E_p = -Mgz$ en posant $E_p(0) = 0$ ou alors $E_p = -Mgz + C$, $C \in \mathbb{R}$ $E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}J\dot{\theta}^2 - Mgz$	**0,5** **0,5**
4)	**Version 1** : Pas de frottement et la force $\vec{F}$ ne travaille pas (point d'application fixe), d'où conservation de l'E_m	 **0,5**
	$E_m(z = h) = E_m(z = 0) \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\left(M + \dfrac{J}{R_i^2}\right)v_h^2 - Mgh = 0$ D'où $v_h = \sqrt{\dfrac{2Mgh}{M + \frac{J}{R_i^2}}}$	**0,5** **0,5**

4)	**Version 2**, via trajectoire : Pas de frottement et la force $\vec{F}$ ne travaille pas (point d'application fixe), d'où conservation de l'E_m $\dfrac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}E_c}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}E_p}{\mathrm{d}t} = Mv\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + J\dot{\theta}\ddot{\theta} - Mgv = Mv\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} + J\dfrac{1}{R_i^2}v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} - Mgv = 0$	**0,5**
	$\Leftrightarrow \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \dfrac{Mg}{M + \dfrac{J}{R_i^2}}$ $v = \dfrac{Mg}{M + \frac{J}{R_i^2}}t + v_0$ or $v(0) = 0$ d'où $v_0 = 0$ $z = \dfrac{1}{2}\dfrac{Mg}{M + \dfrac{J}{R_i^2}}t^2 + z_0$ or $z(0) = 0$ d'où $z_0 = 0$	**0,5**
	Pour $z = h$ on a $t = \sqrt{2h\dfrac{M + \frac{J}{R_i^2}}{Mg}}$ D'où $v_h = \sqrt{\dfrac{2Mgh}{M + \frac{J}{R_i^2}}}$	**0,5**