

练习 1. 假设 $f \in L^1(\mathbb{R}^n)$. 给定正数 $\delta > 0$, 定义 $f_\delta(x) = f(\delta x)$. 证明: 当 $\delta \rightarrow 1$ 时, $\|f_\delta - f\|_{L^1(\mathbb{R}^n)} \rightarrow 0$.

练习 2. 完成下列两个小问.

(1) 举例说明: 存在 \mathbb{R} 上的连续函数 $f > 0$, 该函数在 \mathbb{R} 上可积, 且

$$\limsup_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty.$$

(2) 如果 f 是在 \mathbb{R}^n 上一致连续的可积函数, 证明: $\lim_{|x| \rightarrow \infty} f(x) = 0$.