浙江大学 2013 - 2014 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系，任课教师：______________

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带计算器入场

考试日期：2014 年 1 月 12 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

请注意：本试卷共六大题，四页，两大张。

请勿将试卷拆开或撕页！如发生此情况责任自负！

考生姓名：____________学号：____________专业/大类：____________

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据：$e^{-0.5}=0.607, e^{-1}=0.368, e^{-2}=0.135$，$F_{0.05}(2,15)=3.68$，$\Phi(0.5)=0.69, \Phi(1)=0.84, \Phi(1.64)=0.95, \Phi(1.96)=0.975, \Phi(2)=0.98$，$t_{0.05}(5)=2.02$，$t_{0.025}(5)=2.57$，$\chi^2_{0.05}(3)=7.82$，$\chi^2_{0.05}(2)=5.99$.

一．填空题（每小格 3 分，共 33 分）：

1. 设 A,B 为两个独立事件，已知 $P(A)=0.6$，$P(B)=0.3$。（1）则 A 与 B 至少有一个发生的概率为______；（2）在 A 与 B 至少有一个发生的条件下 A 发生的概率为______.

2. 设近期某地发生雾霾的概率为 0.4，在雾霾天气，该地各居民独立地以概率 0.2 戴口罩，在没有雾霾的时候各居民独立地以概率 0.01 戴口罩. 则近期在该地随机选一居民，他戴口罩的概率为__________，若同时选 3 人，则至少有一人戴口罩的概率为____________.

3. 设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$，则 $P(2X>1)=$ ______，$D(X)=$ _____.

4. 设 X 服从泊松分布 $\pi(2)$，则 $P(X\le 1)=$______，$E[X(X-1)(X-2)]=$______.

5. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\dots,X_4$ 是总体 X 的简单随机样本，$\bar{X}$ 是样本均值，则

$P(|\overline{X}-\mu|>\sigma)=$ ________，$\dfrac{(X_1-X_2)^2}{(X_3-\mu)^2+(X_4-\mu)^2}\sim$ __________分布（写出参数）；

若已知$\sigma=2$，观测结果$\overline{x}=2$，则检验假设$H_0:\mu\le 1, H_1:\mu>1$的P_值＝ ________.

二.（10分）设随机变量X,Y，$P(X=0)=P(X=1)=0.5$，$P(Y=-1)=P(Y=1)=0.25$，$P(Y=0)=0.5$．（1）求X的分布函数$F(x)$；（2）若$P(X=1,Y=-1)=0.2$，且X与Y不相关，求(X,Y)的分布律.

三.（14分）设随机变量(X,Y)的概率密度$f(x,y)=\begin{cases}2xy+x, & 0<x<1,0<y<1\\ 0, & \text{其它.}\end{cases}$，(1) 求$P(X+Y>1)$；（2）分别求$X$与$Y$的边际概率密度$f_X(x),f_Y(y)$，判断$X$与$Y$是否独立，说明理由；（3）设$Z=X+Y$，求$Z$的概率密度$f_Z(z)$.

四.（16 分）总体X的概率密度$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta^2}{x^3}e^{\frac{-\theta}{x}}, & x>0,\\ 0, & 其他.\end{cases}$，参数$\theta>0$未知，$X_1,\ldots,X_n$是总体$X$的简单随机样本，（1）求$\theta$的矩估计量$\hat{\theta}_1$，判断$\hat{\theta}_1$是否为$\theta$的无偏估计量，说明理由.（2）求$\theta$的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$，判断$\hat{\theta}_2$是否为$\theta$的相合估计量，说明理由.

五.（14 分）某种产品的寿命X（单位：十年）具有概率密度$f(x)$，从该种产品中独立抽取 180 件进行检测，得到寿命为$X_1,\ldots,X_{180}$.（1）若$f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0,\\ 0, & 其他.\end{cases}$，求$P(\min\limits_{1\le i\le 180}X_i>\dfrac{1}{90})$的值，及$P\{\sum\limits_{i=1}^{180}e^{-2X_i}<64\}$的近似值。（2）对 180 件产品实际观察发现，有 63 件寿命$x<0.5$，50 件寿命$0.5\le x<1$，45 件寿命$1\le x<2$，22 件寿命$x\ge 2$. 在显著水平 0.05 下，用χ^2拟合检验法检验$H_0:f(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x>0,\\ 0, & 其他.\end{cases}$.

六. （13 分）设 A 型号汽车的燃油消耗量X（升/每百公里）服从$N(\mu_1,\sigma^2)$，现获得 6 个观测数据为 6.6 6.5 7.4 6.8 6.9 7.2，计算得样本均值6.9，样本方差0.12，(1) 求μ_1的置信度为95%的双侧置信区间。(2) 若对型号 B 和 C 的汽车燃油消耗量Y和Z也进行观测，设$Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，$Z\sim N(\mu_3,\sigma^2)$，X,Y,Z相互独立，数据如下：

汽车型号	观测数据	样本均值	样本方差
A	6.6 6.5 7.4 6.8 6.9 7.2	6.9	0.120
B	6.8 7.4 7.7 7.1 7.6 7.2	7.3	0.112
C	7.9 8.0 7.8 8.7 8.2 7.4	8.0	0.188

请完成下面的方差分析表，

并在显著水平 0.05 下检验假设：$H_0:\mu_1=\mu_2=\mu_3, H_1:\mu_1,\mu_2,\mu_3$不全相等.

方差来源	平方和	自由度	均方	F 比
汽车				
误差				
总和	5.82			