

浙江大学 2005-2006 学年春夏学期《常微分方程》期末考试

数学系必修课 方道元 2006-07-05

Moqi@88 根据记忆整理，仅供参考

一、(21 分) 考虑初值问题
$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2 \\ y|_{x=x_0} = y_0 \end{cases}, \text{ 其中 } x_0, y_0 \text{ 是实数。}$$

1. 写出毕卡叠代序列的前三项
2. 应用解的存在定理确定 $x_0 = 0, y_0 = 0$ 时解的最大存在区间
3. 讨论一般情形解的最大存在区间

二、(16 分) 已知方程 $xy''' + 3y'' - xy' - y = 0$ 的一个解 $y = \frac{1}{x}$ ，求出方程的通解

三、(20 分) 求解下述初值问题

$$\begin{cases} y'' + y = \operatorname{tg} x \\ y(0) = y'(0) = 0 \end{cases}$$

四、(16 分) 求解线性方程组

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x - 2y + 5z \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 2y - z \\ \frac{dz}{dt} = 3x - 2y - z \end{cases}$$

五、(20 分) 求系统

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -x - \alpha y + \frac{1}{6}x^3 \end{cases} \quad (\text{其中 } \alpha \geq 0)$$

的奇点并确定其类型。画出草相图并讨论系统稳定性。

六、(7 分) 求解如下边值问题 $x'' + \lambda x = 0, x(0) = 0, x(1) + x'(1) = 0$