

华南理工大学 2008-2009 学年第一学期“解析几何”期末考试 A

共七道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、简答题（共 32 分）

(1) 求直线 $l: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$ 的交点坐标.

(2) 求二次曲线 $x^2 + xy + y^2 = 3$ 的平行于 x 轴的切线方程.

(3) 求母线 $\Gamma: \begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转产生的旋转曲面方程.

(4) 求二次曲线 $x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$ 的渐近方向与其类型.

(5) 设平面仿射坐标系 I 到 II 的点的坐标变换公式为 $\begin{cases} x = -y' + 1 \\ y = x' - 3 \end{cases}$, 求直线

$l_1: 2x - 3y + 5 = 0$ 在坐标系 II 中的方程与直线 $l_2: x' + 3y' - 1 = 0$ 在坐标系 I 中的方程.

(6) 在右手直角坐标系中, 设向量 α, β 的坐标分别为 $(5, -2, 1), (4, 0, 6)$, 求 $\alpha \times \beta$ 的坐标.

(7) 假设直线 $\begin{cases} x = 1 + kt \\ y = k + t \end{cases}$ 与二次曲线 $x^2 + 3y^2 - 4xy - y = 0$ 交于一点, 求 k 的值.

(8) 求通过平面 $4x - y + 3z - 1 = 0$ 和 $x + 5y - z + 2 = 0$ 的交线且经过原点的平面方程.

二、(共 10 分) 用向量法证明三角形的余弦定理: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

三、(共 10 分) 给定两异面直线: $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$ 与 $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{1}$, 求它们的公垂线方程.

四、(共 14 分) 证明双曲抛物面 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 2z (a \neq b)$ 上的任意两条直母线正交时, 其交点必在一双曲线上.

五、(共 10 分) 用转轴和移轴的方法把二次曲线 $32x^2 + 52xy - 7y^2 - 40x + 80y - 280 = 0$ 的方程化简成最简形式.

六、(共 10 分) 设直线 l 与 m 为互不垂直的两条异面直线, C 是 l 与 m 的公垂线的中点, A, B 两点分别在直线 l, m 上滑动, 且 $\angle ACB = 90^\circ$, 试证直线 AB 的轨迹是一个单叶双曲面.

七、(共 14 分) 求与两直线 $\frac{x-6}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ 与 $\frac{x}{3} = \frac{y-8}{2} = \frac{z+4}{-21}$ 都相交, 且与平面 $2x + 3y - 5 = 0$ 平行的直线的轨迹.