15-16 学期抽象代数考题回忆

1.证明：σ 是 G 上的自同构充要条件是 G 是 $Abel$ 群

2.试写出 180 阶群的同构类，写出有几种

3.在 Q 和 Z_5 上分解因式（具体忘了）

4.设 I,J 是 R 的两个理想

(1)证明：$IJ \subseteq I \cap J$

(2)若 $I+J=R$，证明 $IJ = I \cap J$

5.已知 f 是 $R[x]$ 上的自同构，并且对于任何常数有 $f(a)=a$

(1)证明:必存在实数 a,b，使得 $f(x)=ax+b$

(2)试问在这个自同构下 $g(x)$ 的像是什么

6.已知 π 是 Q 上超越元

(1)试写出 $Q(\pi)$ 上元素的形式

(2) $Q(\pi)$ 上的代数元和超越元分别是什么，并说明理由

7.已知 H 是 G 的正规子群，并且 H 阶为 p（p 为素数），G 阶为 p^5，证明：H 必包含于 G 的中心之中