

浙江大学 2013 - 2014 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷解答

一. 填空题 (每小格 3 分, 共 36 分. 每个分布要求写出参数):

1. 0.8, 0.88.

2. $\frac{X_1}{p_k} \left| \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ 5/14 & 15/28 & 3/28 \end{array} \right|$; (1) $\left(\frac{5}{14}\right)^3 = 0.0456$; (2) $\Phi(1) = 0.84$; (3) $\frac{3}{4}$.

3. $e^{-0.5} = 0.6065$; $e^{-1} = 0.368$.

4. $2\Phi(1) - 1 = 0.68$, $\chi^2(4)$, 0.02.

5. $\hat{y} = -0.262 + 0.6x$.

二. (16 分) (1) $\int_{0.1}^{0.9} c(1-x)dx = 0.4c = 1, \Rightarrow c = 2.5$. 3 分

(2) $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \begin{cases} 0, & x < 0.1, \\ -1.25x^2 + 2.5x - 0.2375, & 0.1 \leq x < 0.9; \\ 1, & x \geq 0.9. \end{cases}$ 7 分

(3) 记 $A = \{0.3 < X < 0.5\}$,

$P(Y=90) = P(A)P(Y=90|A) + P(\bar{A})P(Y=90|\bar{A}) = 0.3 \times 0.8 + 0.7 \times 0.3 = 0.45$ 13 分

$E(Y) = 90 \times P(Y=90) + 40 \times P(Y=40) = 62.5$ 16 分

三. (16 分) (1) $P(X < 0 | Z < 1) = \frac{P(X < 0, Z < 1)}{P(Z < 1)} = \frac{1/2}{7/8} = \frac{4}{7} = 0.5714$, 4 分

(2) $D(X) = \frac{1}{3}, D(Z) = 2D(X) = \frac{2}{3}, Cov(X, Z) = D(X), \rho_{XZ} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$, 8 分

(3) $f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, z-x)dx = \begin{cases} \int_{-1}^{z+1} \frac{1}{4} dx = \frac{z+2}{4}, & -2 < z < 0, \\ \int_{z-1}^1 \frac{1}{4} dx = \frac{2-z}{4}, & 0 < z < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 12 分

(4) $P(U=1, V=1) = P(X > 0, Z > 1) = \frac{1}{8}, P(U=1, V=0) = P(X > 0, Z \leq 1) = \frac{3}{8},$

$P(U=0, V=1) = P(X \leq 0, Z > 1) = 0, P(U=0, V=0) = P(X \leq 0, Z \leq 1) = \frac{1}{2}$. 16 分

四. (16 分) (1) $E(X) = \int_0^{2\theta} \frac{x^2}{2\theta^2} dx = \frac{8\theta^3}{6\theta^2} = \frac{4\theta}{3}, E(\hat{X}) = \bar{X}, \hat{\theta} = \frac{3\bar{X}}{4}.$ 5 分

$\hat{\theta}^2$ 不是 θ^2 的无偏估计量, 因为

$E(\hat{\theta}) = \frac{3E(\bar{X})}{4} = \theta, D(\hat{\theta}) > 0, E(\hat{\theta}^2) = D(\hat{\theta}) + (E(\hat{\theta}))^2 > \theta^2.$ 9 分

(2) $L(\lambda) = \lambda e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^3}{3!} e^{-\lambda} \times e^{-\lambda} \times \lambda e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = \frac{\lambda^9}{24} e^{-6\lambda}$ 12 分

$\ln L(\lambda) = -\ln 24 + 9 \ln \lambda - 6\lambda, \frac{d}{d\lambda} \ln L(\lambda) = \frac{9}{\lambda} - 6 = 0, \Rightarrow \lambda = 1.5$ 14 分

$P(\hat{Y}=1) = 1.5e^{-1.5} = 0.335$ 16 分

(1) 五. (16 分) (1) $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, H_1: \mu_1, \mu_2, \mu_3$ 不全相等.

	平方和	自由度	均方	F 比
型号	7895.88	2	3947.94	17.75
误差	3336.58	15	222.439	/
总和	11232.46	17	/	/

8 分

$F \text{ 比} = 17.57 > F_{0.05}(2, 15) = 3.68$, 拒绝原假设。 11 分

(2) 求 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 95% 的双侧置信区间.

$(\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{0.025}(15) \sqrt{MSE} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}) = (51.3 \pm 18.34) = (32.96, 69.64)$ 16 分