

华南理工大学 2009-2010 学年第一学期“解析几何”期末考试 B

共七道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、简答题（共 32 分）

(1) 设三角形的三边向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}, |\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}| = 1$, 求 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

(2) 求直线 $\frac{x-a}{X} = \frac{y-b}{Y} = \frac{z-c}{Z}$ 与平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 相交与平行的充要条件.

(3) 求直线 $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与 xoy 面的交点.

(4) 求母线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转所产生的旋转曲面的方程.

(5) 设仿射坐标 I 到 II 的点的坐标变换公式为 $\begin{cases} x = -y' + 1 \\ y = x' - 1 \end{cases}$, 求直线 $l_1: x - 2y + 2 = 0$ 在坐

标系 II 中的方程与直线 $l_2: x' + 2y' - 1 = 0$ 在坐标系 I 中的方程.

(6) 求通过点 $M(3, 0, -5)$ 且与两直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 和 $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{0}$ 垂直的直线方程.

(7) 求二次曲线 $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ 的主方向 and 对称轴.

(8) 平面上, 设 x' 轴和 y' 轴在原坐标系中的方程为 $3x - 4y - 1 = 0$ 和 $4x + 3y + 7 = 0$, 且新, 旧坐标系都是右手直角坐标系, 求 I 到 II 的点的坐标变换公式.

二、(共 12 分) 求单叶双曲面 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$ 上经过点 $M(0,2,0)$ 的两条直母线方程.

三、(共 8 分) 设 L 、 M 、 N 分别是 $\triangle ABC$ 的三边 BC 、 CA 、 AB 的中点, 证明: 三中线向量 \overrightarrow{AL} , \overrightarrow{BM} , \overrightarrow{CN} 可以构成一个三角形.

四、(共 12 分) 已知两条异面直线 l_1 和 l_2 , 试证连接 l_1 上任一点与 l_2 上任一点的线段的中点轨迹是公垂线段的垂直平分面.

五、(共 12 分) 将直线 $\frac{x}{\alpha} = \frac{y-\beta}{0} = \frac{z}{1}$ 绕 z 轴旋转, 求这旋转曲面的方程, 并就 α, β 可能的值讨论此曲面的类型.

六、(12 分) 在直角坐标系中, 利用转轴和移轴的方法把方程 $x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$ 化成标准型, 并说明原方程表示什么曲线.

七、(12 分) 证明两直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{0}$ 与 $l_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$ 为异面直线, 并求这两条直线的公垂线.