

吉林大学 2016-2017 学年第一学期“解析几何”期末考试试题

共七道大题 满分 100 分 时间 150 分钟

一、简答题（共 30 分）

1、已知向量 $\alpha = (2, -3, 1), \beta = (-1, 1, -1), \gamma = (-1, 2, 1)$ ，求 $\alpha \times \beta$ ， γ 的夹角.

2、由条件分别写出向量 α, β 的关系：

(1) 向量 $\alpha \times \beta, \alpha$ 共线；

(2) 向量 $\alpha \times \beta, \alpha, \beta$ 共面.

3、写出两条直线 $l_i: \overrightarrow{M_i M} \times \vec{u}_i = \vec{0} (i=1, 2)$ 异面的一个充要条件，并求其距离.

4、写出曲线 $\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$ 以 z 轴为轴旋转而成的旋转面的参数方程.

5、列出马鞍面所有可能的平面截线.

二、计算题（共 50 分）

1、在空间直角坐标系中，按要求求出直线方程：

(1) 平行于向量 $u = (1, 2, 3)$ ，且与直线 $\frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z}{1}, \frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{4} = \frac{z}{1}$ 都相交；

(2) 过点 $M_0(-3, 5, 1)$ ，平行于平面 $x + y + z - 1 = 0$ ，且与直线 $\begin{cases} x + 2y - z - 5 = 0 \\ z - 1 = 0 \end{cases}$ 垂直.

2、已知平面直角坐标系内，曲线的方程为： $8x^2 + 4xy + 5y^2 + 8x - 16y - 16 = 0$.

(1) 判断其的曲线类型；

(2) 求出其对称轴；

(3) 化简其至标准方程.

3、求空间直角坐标系中过三个坐标轴的圆锥面的方程.

三、证明题（共 20 分）

1、求证：过椭圆中心的任何一条直线都为该椭圆的一条直径.

2、设直线 l 与 m 为互不垂直的两条异面直线， C 是 l 与 m 的公垂线的中点， A, B 两点分别在直线 l, m 上滑动，且 $\angle ACB = 90^\circ$ ，试证直线 AB 的轨迹是一个单叶双曲面.