吉林大学 2016-2017 学年第一学期“高等代数 I”期中考试试题

共六道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、（共 15 分）设 $f(x)=(x^2-1)^{2m}-a\in\Omega[x]$ 有重因式，其中 $m\in N_+$， $a\in\Omega$，求 a 的值.

二、（共 15 分）求多项式 $f(x)=x^4-2x^3-3x^2+4x+4$ 在有理数域上的标准分解.

三、（共 20 分）设 $c_1,c_2,\ldots,c_n$ 是多项式 $f(x)=x^n+2x^{n-1}+3x^{n-2}+\ldots+nx+1$ 的 n 个复数根，计

算行列式 $D=\begin{vmatrix} 1 & c_1 & \cdots & c_n \\ c_1 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ c_n & & & 1 \end{vmatrix}$（空白处为 0）的值.

四、（共 15 分）设 $f=p^n\in\Omega[x]$，其中 p 为既约多项式，设 $g,h\in\Omega[x]$

求证：若 $f\mid gh$，则必有 $f\mid g$ 或存在正整数 m 使得 $f\mid h^m$.

五、（共 15 分）设线性方程组 $\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\ldots+a_{1n}x_n=1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\ldots+a_{2n}x_n=1 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\ldots+a_{nn}x_n=1 \end{cases}$ 的系数行列式 D=1.

求证：对于该方程的解 $x_1=c_1,x_2=c_2,\ldots,x_n=c_n$ 必有 $c_1+c_2+\ldots+c_n$ 等于 D 的所有元素的代数余子式之和.

六、（共 15 分）设 $f\in\Omega[x_1,x_2,\ldots,x_n]$，$f\neq 0$，求证：对任意给定的正整数 m，均存在 m 个互异的 $c_1\in\Omega$，m 个互异的 $c_1\in\Omega$，……，m 个互异的 $c_n\in\Omega$ 使得 $f(c_1,c_2,\ldots,c_n)\neq 0$.