# 浙江大学 2014 - 2015 学年春夏学期

## 《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系，任课教师：__________

考试试卷：A 卷 √、B 卷（请在选定项上打 √）

考试形式：闭 √、开卷（请在选定项上打 √），允许带计算器入场

考试日期：2015 年 7 月 8 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

**请注意：本试卷共六大题，四页，两大张。**
**请勿将试卷拆开或撕页！如发生此情况责任自负！**

考生姓名：__________学号：__________专业/大类：__________

| 题序 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总 分 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | |
| 评卷人 | | | | | | | |

注：$\Phi(1)=0.84$, $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.98$, $\Phi(3.36)=0.9996$, $t_{0.025}(8)=2.31$, $t_{0.005}(8)=3.36$, $\chi^2_{0.05}(2)=5.991$, $\chi^2_{0.05}(3)=7.815$, $F_{0.05}(2,22)=3.44$, $F_{0.05}(3,22)=3.05$, $F_{0.05}(2,6)=5.14$.

一. 填空题（每小格 3 分，共 42 分）：

1. 设随机事件 $A,B,C$ 相互独立，$P(A)=P(B)=P(C)=x$，（1）若 $x=0.4$，则 $P(A-B)=$ __________；（2）若 $P(A\cup B\cup C)=0.973$，则 $x=$ __________.

2. 某公交车站单位时间等车的人数 X 服从泊松分布 $\pi(\lambda)$，则 X 的分布函数值 $F(1.5)=$ __________，若独立观察 5 个单位时间，等车人数分别为 2，5，3，6，0，则 $\lambda$ 的似然函数 $L(\lambda)=$ __________，$\lambda$ 的极大似然估计值为__________.

3. 某小店开门到首个顾客到达所用的时间 $X$（单位：分钟）的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}0.2e^{-0.2x}, & x>0,\\ 0, & x\le 0.\end{cases}$，则在开门后 10 分钟内首个顾客到达的概率为__________，若开门后 5 分钟内没有顾客到达，则在接下来的 5 分钟内仍没有顾客到达的概率为__________.

4. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$，$X_1, \ldots, X_n$ 为来自 $X$ 的简单随机样本，当 $n \to \infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 依概率收敛到________，$\sum_{i=1}^{9} X_i$ 与 $\sum_{i=4}^{19} X_i$ 的相关系数为________，$\frac{2\sum_{i=1}^{3}(X_i-\mu)^2}{\sum_{i=4}^{9}(X_i-\mu)^2} \sim$ ____________分布（写出参数），若取得容量是 9 的样本，计算得样本均值 $\bar{x} = 1.896$，样本标准差为 $s = 0.8$，则假设 $H_0: \mu = 1, H_1: \mu \neq 1$ 的 P_值为________，若显著水平为 0.05，则应该拒绝还是接受原假设________________.

5. 一个四面体各面标有 1，2，3，4，现抛掷 200 次，1，2，3，4 面出现次数分别为 60，58，38，44，若计算得 $(60^2 + 58^2 + 38^2 + 44^2)/50 = 206.88$。则在显著水平为 0.05 下检验假设"$H_0$：该四面体匀称"，应该(拒绝/接受)原假设？答：________________，理由：________________________.

二.（10 分）设三种不同型号灯的寿命（单位：千小时）X，Y 与 Z 相互独立，均服从正态分布，方差相等，$X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$，$Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$，$Z \sim N(\mu_3, \sigma^2)$。现从这三个总体中分别抽取容量为 8，9，8 的样本，数据如下表所示：

| | 寿命数据 | | | | | | | | | 平均 | 方差 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A 型号 X | 3.33 | 3.73 | 3.29 | 3.12 | 2.98 | 3.08 | 3.18 | 3.77 | | 3.31 | 0.0862 |
| B 型号 Y | 2.94 | 3.44 | 3.54 | 2.92 | 3.31 | 3.51 | 3.28 | 3.58 | 3.00 | 3.28 | 0.0701 |
| C 型号 Z | 3.29 | 3.42 | 3.62 | 3.67 | 3.72 | 3.66 | 3.75 | 3.51 | | 3.58 | 0.0256 |

（1）求全部数据的样本均值 $\bar{x} =$ ________，并完成方差分析表；

| 方差来源 | 平方和 | 自由度 | 均方 | F |
|---|---|---|---|---|
| 类型 | | | | |
| 误差 | | | | |
| 总和 | 1.791816 | | / | |

（2）在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3, H_1: \mu_1, \mu_2, \mu_3$ 不全相等. 并说明理由.

三.（9 分）盒中有 3 个红球，4 个白球，第 1 次从中随机取一球，不放回，第 2 次从剩下的球中一次性取两个球，$X$ 表示第 1 次取到的红球数，$Y$ 表示第 2 次取到的红球数. 求 $(X,Y)$ 的联合分布律及 $Y$ 的边际分布律.

四.（15 分）某人喜欢长跑，基本上每天跑 10 公里，假设他跑 10 公里所花时间（分钟）为 Y=40+20X，其中 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2(1-x), 0<x<1,\\ 0, \quad 其他.\end{cases}$ .（1）求他跑完 10 公里用时少于 50 分钟的概率；（2）求 Y 的概率密度 $f_Y(y)$；（3）若一周跑 6 次，每天用时是相互独立同分布的，求至少有 5 次用时少于 50 分钟的概率；（4）在未来的 100 天，每天跑 10 公里所花时间为 $Y_1,\ldots,Y_{100}$，设 $Y_1,\ldots,Y_{100}$ 相互独立，与 Y 同分布，求 $\overline{Y}=\frac{1}{100}\sum_{i=1}^{100}Y_i$ 的近似分布。

五．（10 分）设随机变量$(X,Y)$的联合概率密度$f(x,y)=\begin{cases} x-xy, & 0<x<2, 0<y<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$。

求（1）$P(X>Y)$，（2）分别求$X,Y$的边际概率密度$f_X(x), f_Y(y)$，并判断$X$与$Y$是否相互独立？ 说明理由。

六．（14 分）设总体$X$的概率密度$f(x;\theta)=\begin{cases} \dfrac{8x}{\theta^2}, & 0<x\le\dfrac{\theta}{2}, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$，$\theta>0$是未知参数，

$X_1,\ldots,X_n$为来自$X$的简单随机样本，（1）求$\theta$的矩估计量$\hat{\theta}_1$，并判断其是否为无偏估计，说明理由；（2）求$\theta$的极大似然估计量$\hat{\theta}_2$，并判断其是否为无偏估计，说明理由.