第 28 讲 边界延拓定理

1. 利用 Schwarz 反射原理和边界延拓定理证明：单位圆盘到自身的双全纯映射必为

$$f(z) = e^{i\theta}\frac{z-a}{1-\bar{a}z},\ a \in \mathbb{D}, \theta \in \mathbb{R}.$$

注：之前利用 Schwarz 引理证明过此事，此处方法不同.

2. 假设 $D, \Omega \neq \mathbb{C}$ 都是平面上的单连通区域, 边界都为简单闭曲线. 任取 $\partial D$ 上正向排列的三点 $z_1, z_2, z_3$, $\partial\Omega$ 上正向排列的三点 $w_1, w_2, w_3$. 证明存在唯一双全纯映射 $\phi : D \to \Omega$, 满足边界点对应:

$$\phi(z_k) = w_k, k = 1, 2, 3.$$

3. 记圆环 $A(R) = \{1 < |z| < R\}$. 假设 $f : A(R_1) \to A(R_2)$ 双全纯，证明 $f$ 可以延拓为同胚 $f : \overline{A(R_1)} \to \overline{A(R_2)}$.