

华南理工大学 2011-2012 学年第一学期“解析几何”期末考试 B

共七道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、简答题（共 32 分）

(1) 求母线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转产生的旋转曲面方程.

(2) 若直线 $\begin{cases} x = 2t + 2 \\ y = -4t - 5 \\ z = 3t - 1 \end{cases}$ 与平面 $lx + my + 6z - 7 = 0$ 垂直, 求 l, m 的值.

(3) 求二次曲线 $x^2 - xy + y^2 - 1 = 0$ 通过点(0,2)的切线方程.

(4) 若单位向量 α, β, γ 两两相互垂直, 求 $\alpha + \beta + \gamma$ 的长度.

(5) 设平面仿射坐标 I 到 II 的点的坐标变换公式为 $\begin{cases} x = -y' + 1 \\ y = x' - 1 \end{cases}$, 求直线 $l_1: x - 2y + 2 = 0$ 在坐标系 II 中的方程与直线 $l_2: x' + 2y' - 1 = 0$ 在坐标系 I 中的方程.

(6) 求二次曲线 $x^2 - 3xy + y^2 + 10x - 10y + 21 = 0$ 的主方向和对称轴.

(7) 求二次曲线 $x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$ 的渐近方向和曲线类型.

(8) 平面上, 设 x' 轴和 y' 轴在原坐标系中的方程是 $3x - 4y + 6 = 0, 4x + 3y - 17 = 0$, 且新、旧坐标系都是右手直角坐标系, 求 I 到 II 的点的坐标变换公式.

二、(共 10 分) 求经过直线 $\begin{cases} x+3y-5=0 \\ x-y-2z+4=0 \end{cases}$, 并且在 x, y 两轴上截距相等的平面方程.

三、(共 10 分) 用向量方法证明: 三角形的三条高线交于一点.

四、(共 14 分) 证明两直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{0}$ 与 $l_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$ 为异面直线, 并求这两条直线的公垂线.

五、(共 10 分) 在直角坐标系中, 将方程 $xy=1$ 化成标准型, 并且作出其图形, 说明该方程表示什么曲线.

六、(共 10 分) 求单叶双曲面 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$ 上经过点 $M(0,2,0)$ 的两条直母线方程.

七、(共 14 分) 将直线 $\frac{x}{\alpha} = \frac{y-\beta}{0} = \frac{z}{1}$ 绕 z 轴旋转, 求这旋转曲面的方程, 并就 α, β 可能的值讨论此曲面的类型.