作业编号：____________　　上课时间：____________

浙江大学 2017－2018 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学科学学院，任课教师：______________

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带无存储功能计算器入场

考试日期：2018 年 7 月 7 日,考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

请注意：本试卷共六大题，四页，两大张。

请勿将试卷拆开或撕页！如发生此情况责任自负！

考生姓名：____________学号：____________专业：____________

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

备用数据：$\Phi(1)=0.84$, $\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.98$,

$t_{0.05}(15)=1.75$,　$t_{0.025}(15)=2.13$,　$\chi^2_{0.05}(15)=25.0$,　$\chi^2_{0.025}(15)=27.5$,

$\chi^2_{0.975}(15)=6.26$,　$\chi^2_{0.95}(15)=7.26$,　$\chi^2_{0.05}(5)=11.07$,　$\chi^2_{0.05}(4)=9.49$.

一．填空题（每小格 3 分，共 39 分）：

1．一个教室里有 6 名一年级女生，8 名一年级男生，9 名二年级女生，a 名二年级男生，从该教室内随机选一名学生，若已知选到的是一年级学生，则他是男生的概率为________；若选到学生的性别与年级相互独立，则 a=____________.

2. 设 $X\sim U(1,c)$（均匀分布），$E(X)=2$，则 $c=$______，$\mathrm{Var}(X)=$__________.

3．设 (X,Y) 服从正态分布，$X\sim N(2,1), Y\sim N(1,4)$，$X$ 与 Y 的相关系数为 0.75，则

$P(X>Y+1)=$ ______，$X+Y$ 与 $X-Y$ 的相关系数为___________.

4．设 $X_1,\ldots,X_n$ (n>2)相互独立，均服从参数 $\lambda=0.5$ 的指数分布，则 $P(\min(X_1,X_2)\le 1)=$

______，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{e}^{-2X_i}\xrightarrow{P}$______；若 $n=180$，则 $P(\sum_{i=1}^{180}\mathrm{e}^{-X_i}>52)\approx$________.

5．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\ldots,X_{16}$ 是总体 X 的简单随机样本，$\bar{X}$ 是样本均值，(1)若

$\mu=0$，用$T=16(\bar{X})^2$估计σ^2，则均方误差$\mathrm{Mse}(T)=$________；(2)若μ,σ^2均未知，计算得$\bar{x}=5.8$，$\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2=6.26$，则$\mu$的置信度为95%的置信区间为________________________(数据保留 3 位小数)，为检验假设$H_0:\sigma^2\ge 1, H_1:\sigma^2<1$，$P_=$________，若显著水平$\alpha=0.05$，应该拒绝还是接受原假设？答：________________.

二.（12 分）小王喜欢玩某款一对一对战游戏，该游戏会根据玩家自身的等级分随机匹配等级分相近的玩家。假设在一局中小王遇到等级分高于，等于，低于自己的玩家的概率分别为 0.4，0.2，0.4，遇到等级分高的玩家，小王胜，平，负的概率分别为 0.3，0.3，0.4，遇到等级分相同的玩家，小王胜，平，负的概率分别为 0.4，0.4，0.2，遇到等级分低的玩家，小王胜，平，负的概率分别为 0.5，0.3，0.2. (1)求在一局中小王胜的概率；(2)若已知小王胜了一局，求此局对手是等级分高的玩家的概率；(3)若小王独立玩了 5 局，问他恰好胜 2 局的概率是多少？第 5 局是第 2 次胜的概率又是多少？

三.（12 分）设(X,Y)的联合分布律如右表所示.已知$E(X)$=0.6，$E(Y)$=0，(1) 若$a_6=0.1$，且X与Y不相关，求(X,Y)的联合分布律；(2) 若X与Y相互独立，求(X,Y)的联合分布律.

$X \setminus Y$	-1	0	1
0	0.1	a_2	a_3
1	a_4	a_5	a_6

四．(13 分) 设(X,Y)的联合概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}4x, & 0<y<x^2, 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$ (1) 求(X,Y)的联合分布函数值$F(0.5,0.5)$；(2)分别求X与Y的边际概率密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$，并判断X与Y是否相互独立；(3)求$\mathrm{Cov}(X,Y)$，并判断X与Y是否相关.

五．(8 分)设总体X取值在区间$(0,1)$，对总体进行 128 次观察，数据统计如下：

X 的取值	$(0, 0.25]$	$(0.25, 0.5]$	$(0.5, 0.625]$	$(0.625, 0.75]$	$(0.75, 0.875]$	$(0.875, 1)$
频数	6	28	20	26	24	24

在显著水平$\alpha=0.05$下，用χ^2拟合优度检验法检验假设H_0: X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}2x, 0<x<1,\\ 0, \quad \text{其他}.\end{cases}$$

六．(16 分) 设总体 X 的概率密度函数 $f(x;\lambda,\theta)=\begin{cases}\lambda x^{\lambda-1}/\theta^{\lambda}, & 0<x<\theta,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ 未知参数 $\lambda>1,\theta>0$，$X_1,\ldots,X_n$为 X 的简单随机样本，(1)若 $\lambda=2$，求θ的矩估计量$\hat{\theta}$，并判断$\hat{\theta}$是否为θ的无偏估计量，说明理由；(2) 若 $\theta=2$，求λ的极大似然估计量$\hat{\lambda}$，并判断$\hat{\lambda}$是否为λ的相合估计量，说明理由.