浙江大学 2013 - 2014 学年春夏学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系，任课教师：____________

考试试卷：A 卷√、B 卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带计算器入场

考试日期：2014 年 7 月 3 日，考试时间：120 分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

请注意：本试卷共五大题，四页，两大张。

请勿将试卷拆开或撕页！如发生此情况责任自负！

考生姓名：____________学号：____________专业/大类：____________

题序	一	二	三	四	五	总 分
得分						
评卷人						

注：$\Phi(0.89)=0.81$, $\Phi(1)=0.84$, $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.98$, $t_{0.05}(10)=1.81$, $t_{0.025}(10)=2.23$, $t_{0.05}(15)=1.75$, $t_{0.025}(15)=2.13$, $F_{0.05}(2,15)=3.68$, $F_{0.05}(3,15)=3.29$.

一．填空题（每小格 3 分，共 36 分。每个分布要求写出参数）：

1. 设 A,B,C 为三个随机事件，$P(A)=P(B)=P(C)=0.4$，A与B 不相容，C与A 独立，C与B 独立，则 $P(A\cup B)=$ ______，$P(A\cup B\cup C)=$ ______.

2. 一盒中有 3 个红球 5 个白球，采用不放回抽样从中取 2 个球，以 X_1 表示取到红球的个数，则 X_1 的分布律为 $\begin{array}{c|c} X_1 & \\ \hline p_k & \end{array}$ ______；若将取出的 2 个球放回，重新采用不放回抽样取 2 个球，取到的红球数记为 X_2，…，如此重复进行 n 次，第 n 次采用不放回抽样取 2 个球，取到的红球数记为 X_n，则（1）若 $n=3$，三次试验中都没有取到红球的概率为______；（2）若 $n=980$，则没有取到红球的情况不超过 365 次的概率近似值为______；（3）当 $n\to\infty$

时，$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \xrightarrow{P}$ ________。

3. 设某种电池的寿命 X（小时）具有概率密度 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{200}e^{-x/200}, & x>0,\\ 0, & 其它.\end{cases}$，随机选取一节电池，则它使用 100 小时以上的概率为______________； 若选取 2 节电池串联使用，则串联后系统能使用 100 小时以上的概率为______________.

4. 设总体 $X \sim N(\mu, 0.5), \mu$ 未知，$X_1,\ldots,X_9$ 为来自 X 的简单随机样本，记 $\bar{X}=\frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} X_i$，

则 $P(|\bar{X}-X_1| \le 2/3)=$ ________，$\sum_{i=1}^{4}(X_i - X_{i+4})^2$ 服从 ____________分布，若根据样本观测值，得 $\bar{x}=6.472$，则检验假设 $H_0: \mu \le 6, H_1: \mu > 6$ 的 $P\_$ 值为__________.

5. 在研究我国人均消费水平问题上，考虑人均国民收入 x（千元）对人均消费金额 Y（千元）的影响。设 $Y \sim N(a+bx, \sigma^2)$， a, b, σ^2 均未知，$(x_1, y_1)\ldots(x_{20}, y_{20})$ 是 1980－1999 年的数据，已知 $\bar{x}=2.37$， $\bar{y}=1.16$，$s_{xx}=\sum_{i=1}^{20}(x_i-\bar{x})^2=73.5$，$s_{yy}=\sum_{i=1}^{20}(y_i-\bar{y})^2=15.3$，

$s_{xy}=\sum_{i=1}^{20}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=44.1$，采用最小二乘估计，则回归方程 $\hat{y}=$ ________________.

二.（16 分）某种化合物中酒精含量的百分比 X 是随机变量，其概率密度为

$f(x)=\begin{cases}c(1-x), & 0.1<x<0.9,\\ 0, & 其他.\end{cases}$，（1）求常数 c；（2）求 X 的分布函数；（3）设该化合物的成本为每升 10 元，售价每升只有 50 元和 100 元两种：若酒精含量在 $0.3<X<0.5$ 时，售价为 100 元的概率为 0.8，酒精含量在 $X \le 0.3$或$X \ge 0.5$ 时，售价为 100 元的概率为 0.3. 以 Y 表示每升的利润，求 $P(Y=90)$及$E(Y)$.

三.（16 分）设随机变量X与Y独立同分布，$X \sim U(-1,1)$（均匀分布），$Z = X + Y$，求（1）$P(X<0|Z<1)$，（2）X与Z的相关系数ρ_{XZ}，（3）Z的概率密度$f_Z(z)$，（4）设$U=\begin{cases}1, X>0,\\0, X\le 0.\end{cases}$，$V=\begin{cases}1, Z>1,\\0, Z\le 1.\end{cases}$，求$(U,V)$的联合分布律.

四.（16 分）（1）设总体X的概率密度$f(x;\theta)=\begin{cases}\dfrac{x}{2\theta^2}, & 0<x<2\theta,\\ 0, & 其他.\end{cases}$ $\theta>0$是未知参数，$X_1,\ldots,X_n$为来自X的简单随机样本，求θ的矩估计量$\hat{\theta}$，判断$\hat{\theta}^2$是否为θ^2的无偏估计量，说明理由；（2）设总体$Y \sim \pi(\lambda)$（泊松分布），$\lambda>0$未知，Y的样本观测值为 1，3，0，1，2，2，分别求λ和$P(Y=1)$的极大似然估计值。

五.（16 分）为比较三种不同型号橡胶制品 A，B 和 C 的耐磨系数 X，Y 和 Z，从三种产品中各随机抽取 6 件，测得数据如下：

数据	1	2	3	4	5	6	样本均值	样本方差
X	305.8	295.1	336.7	313.8	298.4	324.6	$\overline{x}=312.4$	$s_x^2=256.028$
Y	262.1	249.9	278.8	274.8	241.3	259.7	$\overline{y}=261.1$	$s_y^2=204.284$
Z	300.3	268.5	279.2	294.1	273.6	302.1	$\overline{z}=286.3$	$s_z^2=207.004$

设三种型号橡胶制品的耐磨系数来自独立正态总体 $X\sim N(\mu_1,\sigma^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma^2)$，

$Z\sim N(\mu_3,\sigma^2)$。（1）完成下面的方差分析表，

	平方和	自由度	均方	F 比
型号				
误差				/
总和	11232.46		/	/

且在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\mu_1=\mu_2=\mu_3, H_1:\mu_1,\mu_2,\mu_3$ 不全相等；

（2）求 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 95％的双侧置信区间.