

**诚信考试      沉着应考      杜绝违纪**

浙江大学 2009 - 2010 学年秋冬学期

《几何学》课程期末考试试卷 (A 卷)

开课学院: 理学院, 考试形式: 闭 卷, 允许带                      入场

考试时间: 10 年 1 月 24 日, 所需时间: 120 分钟, 任课教师:

\_\_\_\_\_

考生姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 专业: \_\_\_\_\_

题序	一	二	三	四	五	六	七	八	总 分
得分									
评卷人									

一、(14 分) 在四面体  $ABCD$  中, 设  $\overrightarrow{AB} = \vec{e}_1$ ,  $\overrightarrow{AC} = \vec{e}_2$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{e}_3$ ,  $O_1$ ,  $O_2$  和  $O_3$  分别为  $\triangle BCD$ ,  $\triangle ACD$  和  $\triangle ABC$  的重心.

1) (7 分) 证明三线  $AO_1$ ,  $BO_2$  及  $CO_3$  相交于一点;

2) (7 分) 在坐标系  $\{A, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  下, 求(1)中交点  $O$  的坐标.

二、（14分）已知点  $P_0(1,0,2)$ ，平面  $\pi: x+y+z-6=0$  和直线  $l: \begin{cases} x-y-2=0, \\ y+2z+1=0, \end{cases}$

- 1) (7分)求过直线  $l$  与平面  $\pi$  垂直的平面的方程;
- 2) (7分)求过点  $P_0$  与直线  $l$  相交，且与平面  $\pi$  平行的直线方程.

三、（12分）已知直线  $L: \begin{cases} x=2t, \\ y=k, \\ z=t, \end{cases}$  绕  $z$  轴得到一张曲面  $S$ ，这里  $k$  是一个给定的

非零实数， $t$  是参数.

- 1) (6分)求曲面  $S$  的方程;
- 2) (6分)求该曲面上与已知直线垂直相交的直母线方程。

四、（12分）设两条异面直线方程 $l_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ 与 $l_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{-2}$ ，求所有与 $l_1$ 垂直相交，并与 $l_2$ 共面的直线 $l$ 的轨迹方程.

五、（14分）化简下列二次曲面方程为标准方程，并写出相应的坐标变换公式.

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz - x - y + 1 = 0$$

六、（14 分）已知空间正交变换

$$\begin{cases} x' = \frac{11}{15}x + \frac{2}{15}y - \frac{2}{3}z, \\ y' = \frac{2}{15}x + \frac{14}{15}y + \frac{1}{3}z, \\ z' = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z, \end{cases}$$

这个变换可以由绕不动直线旋转一个角度来实现。求这条不动直线的方向数与旋转角的大小（不要求旋转方向）。

七、（10 分）问  $k$  为何值时，平面  $\pi: x - ky + z = 0$  与二次曲面  $x^2 + z^2 = y^2$  的交线为两条不同直线？

八、（10 分）证明保持原点不动的仿射变换可分解为一个保持原点不动的等距变换与沿两个互相垂直方向的伸缩变换之积.