吉林大学 2015-2016 学年第一学期“高等代数 I”期中考试试题

共五道大题 满分 100 分 时间 100 分钟

一、简答题(共 55 分)

1、求多项式 $f(x)=x^4+4x^3-2x^2-12x+9$ 在有理数域上的标准分解.

2、设多项式 $f(x)=(x^2+1)^m+a\in\Omega[x]$ 有重因式，其中 $a\in\Omega, m>1$ 是正整数，求 a.

3、求行列式 $\begin{vmatrix} 1-x & 2 & \dots & n \\ 1 & 2-x & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 2 & \dots & n-x \end{vmatrix}$ 第一列元素的代数余子式之和.

4、设 $f(x_1,\dots,x_n)=\begin{vmatrix} x_1 & a & \dots & a \\ a & x_2 & \dots & a \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a & a & \dots & x_n \end{vmatrix}$，那么 $f(x_1,\dots,x_n)$ 是否为对称多项式？说明理由.

二.(共 15 分)

设 $f\in R[x]$，证明 f 在 R 上无重根当且仅当 (f,f') 无实根.

三.(共 15 分)

设 $f(x)\in Z[x]$ 有一个整数根 a，证明存在 $g(x)\in Z[x]$ 使得 $f(x)=(x-a)g(x)$.

四.(共 15 分)

设 $f(x)=x^n+a_1x^{n-1}+\dots+a_{n-1}x+a_n\in\Omega[x]$，设 $c_1,\dots,c_n$ 是 $f(x)$ 的 n 个复根，

证明对 $\Omega[x]$ 上任意的 n 元对称多项式 $g(x_1,\dots,x_n)$ 均有 $g(c_1,\dots,c_n)\in\Omega$.