

# 华南理工大学 2008-2009 学年第一学期“解析几何”期末考试 B

共七道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、简答题（共 32 分）

(1) 求通过点  $M(2, -3, -5)$  且与平面  $6x - 3y - 5z + 2 = 0$  垂直的直线方程.

(2) 若直线  $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$  与平面  $kx + 3y - 5z + 1 = 0$  平行, 求  $k$  的值.

(3) 求二次曲线  $x^2 - xy + y^2 - 1 = 0$  通过点  $(0, 2)$  的切线方程.

(4) 若向量  $\alpha, \beta, \gamma$  两两相互垂直, 且长度均为 2, 求  $\alpha + \beta + \gamma$  的长度.

(5) 已知旧坐标系中有相互垂直的三条直线

$$l_1: x = y = z, \quad l_2: x = \frac{y}{-2} = z, \quad l_3: x = -z, y = 0,$$

求以这三条直线为新坐标轴的右手直角坐标变换公式.

(6) 求通过点  $M(1, 0, -2)$  且与两直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$  和  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{0}$  垂直的直线.

(7) 求二次曲线  $x^2 - 2xy + y^2 - 4x = 0$  的主方向与对称轴.

(8) 求母线  $\Gamma: \begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$  绕  $y$  轴旋转所得旋转曲面的方程.

二、(共 10 分) 证明直线  $l: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$  与平面  $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$  相交, 并求它们的交点和交角.

三、(共 10 分) 用矢量法证明:  $P$  是  $\triangle ABC$  重心的充要条件是  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$ .

四、(共 10 分) 已知两直线  $l_1: \frac{x-3}{3} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-3}{1}$ ;  $l: \frac{x+3}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-6}{4}$ , 证明这两直线为异面直线, 并求它们之间的距离.

五、(共 14 分) 按参数  $\lambda$  的值讨论曲线  $\lambda x^2 - 2xy + \lambda y^2 - 2x + 2y + 5 = 0$  的类型.

六、(共 14 分) 求单叶双曲面  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$  上经过点  $M(0,2,0)$  的两条直母线方程.

七、(共 10 分) 求过三条平行直线  $x = y = z$ ,  $x+1 = y = z-1$  和  $x-1 = y+1 = z-2$  的圆柱面方程.