南京航空航天大学 2012-2013 学年第一学期"高等代数 I"期末

共六道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、(共50分)

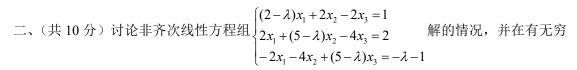
- 2、 己知 $|(\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \alpha_3)|=2$,求 $|(\alpha_1 \quad -2\alpha_2+\alpha_1 \quad 3\alpha_3+\alpha_2)|$.
- 3、已知 A 为 2 阶方阵,若存在可逆矩阵 P,使得 $P^{-1}AP = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$,求 \widetilde{A} .
- 4、已知 A,B 为 3 阶方阵,且满足: |A|=2, |B|=3. $|A^{-1}+B|=3$,求 $|A+B^{-1}|$.

$$5, \ \ \Re \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2013}.$$

6、计算行列式
$$D = \begin{vmatrix} 1+x_1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2+x_2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3+x_3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4+x_4 \end{vmatrix} (x_1x_2x_3x_4 \neq 0).$$

7、已知矩阵
$$X$$
满足 $AX=A+2X$,其中 $A=\begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.求 X .

8、设 $\alpha_1 = (1 \ 3 \ 1 \ 2)^T$, $\alpha_2 = (2 \ 5 \ 3 \ 3)^T$, $\alpha_3 = (0 \ 1 \ -1 \ 2)^T$, $\alpha_4 = (3 \ 10 \ 2 \ 2)^T$,求矩阵 $(\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \alpha_4)$ 的秩及由这四个向量组成的向量组的一个极大无关组.



多解时求出其通解.

三、(共 10 分)设 A,B 分别为 $m \times n, n \times m (m > n)$ 矩阵,求证: |AB|=0

四、(共 10 分)设 A,B,C均为 n 阶矩阵,且 r(CA)=r(A).求证: r(CAB)=r(AB).

五、(共 10 分)已知矩阵 A 为秩为 n-1 的 n 阶矩阵.求证:存在 n 阶的可逆矩阵 B 和秩为 n-1 的 n 阶矩阵 C, 使得: A=BC, C²=C.

六、(共10分)设A,B,C,D均为n阶矩阵,且A,B为可逆矩阵.求证: $|A||B-CA^{-1}D|=|B||A-DB^{-1}C|$.