

华南理工大学 2011-2012 学年第一学期“解析几何”期末考试 A

共七道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、简答题（共 32 分）

(1) 若直线 $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$ 与平面 $kx+3y-5z+1=0$ 平行, 求 k 的值.

(2) 求二次曲线 $y^2-4x-4y=0$ 过点(3,-2)的切线方程.

(3) 求母线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + \frac{y^2}{4} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转所得旋转曲面的方程.

(4) 求二次曲线 $x^2-2xy+y^2-4x=0$ 的主方向为和对称轴.

(5) 设仿射坐标 I 到 II 的点的坐标变换公式为 $\begin{cases} x = -y' + 3 \\ y = x' - 2 \end{cases}$, 求直线 $l_1: 2x - y + 1 = 0$ 在坐

标系 II 中的方程和直线 $l_2: 3x' + 2y' - 5 = 0$ 在坐标系 I 中的方程.

(6) 设 $\vec{a} \cdot \vec{x} = \vec{a} \cdot \vec{y}$ 且 $\vec{a} \times \vec{x} = \vec{a} \times \vec{y}$, 其中 $\vec{a} \neq \vec{0}$, 求 \vec{x} 与 \vec{y} 的关系.

(7) 求二次曲线 $2x^2 + 5xy + 2y^2 - 6x - 3y + 5 = 0$ 的对称中心和渐近方向.

(8) 平面上, 设 x' 轴和 y' 轴在原坐标系中的方程为 $3x - 4y + 1 = 0$ 和 $4x + 3y - 7 = 0$, 且新, 旧坐标系都是右手直角坐标系, 求 I 到 II 的点的坐标变换公式.

二、(共 10 分) 用向量方法证明三角形的正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$.

三、(共 10 分) 求经过点 $p(4, -2, 1)$ 和 x 轴的平面方程.

四、(共 14 分) 证明直线族 $\begin{cases} 3\lambda x - 2\lambda y - 6z = 0 \\ 3x + 2y - 6\lambda = 0 \end{cases}$ 构成的曲面是双曲抛物面, 并求该曲面上平

行于平面 $3x + 4y - 4z = 0$ 的直母线方程.

五、(共 10 分) 在直角坐标系中, 利用转轴和移轴的方法把方程 $x^2 - 2xy + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$ 化成标准型, 并说明原方程表示什么曲线.

六、(共 14 分) 求到定点与定直线(定点不在定直线上)距离之比等于常数 $k > 0$ 的点的轨迹, 并根据 k 的取值范围, 说明轨迹的形状.

七、(共 10 分) 求经过点 $p(1, 0, -1)$, 并且与直线 $l_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ 和 $l_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}$ 都相交的直线的方程.