

华南理工大学 2010-2011 学年第一学期“解析几何”期末考试 B

共七道大题 满分 100 分 时间 120 分钟

一、简答题（共 32 分）

(1) 设 $|\vec{e}|=1$, $\vec{e} \perp \vec{r}$, 求将 \vec{r} 绕 \vec{e} 右旋角度 β 所得到的向量.

(2) 求将曲线 $\Gamma: \begin{cases} f(y, z) = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转所得旋转曲面的方程.

(3) 求直线 $l: \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$ 与平面 $\pi: 2x + y - z - 3 = 0$ 的交点坐标.

(4) 设仿射坐标 I 到 II 的点的坐标变换公式为 $\begin{cases} x = y' - 2 \\ y = -x' + 3 \end{cases}$, 求直线 $l_1: 2x - y + 1 = 0$ 在

坐标系 II 中的方程和直线 $l_2: 2x' + y' - 3 = 0$ 在坐标系 I 中的方程.

(5) 求通过平面 $4x - y + 3z - 1 = 0$ 和 $x + 5y - z + 2 = 0$ 的交线且经过原点的平面方程.

(6) 求二次曲线 $x^2 - 2xy + y^2 - 1 = 0$ 的渐近方向和曲线类型.

(7) 平面上, 设 x' 轴和 y' 轴在原坐标系中的方程分别为 $12x - 5y - 2 = 0$ 和 $5x + 12y - 29 = 0$, 且新, 旧坐标系都是右手直角坐标系, 求 I 到 II 的点的坐标变换公式.

(8) 求单叶双曲面 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1$ 上经过点 $P(0, -2, 0)$ 的直母线方程.

二、(共 10 分)用向量法证明：三直角棱锥的斜面面积的平方等于其他三个面的面积的平方和.

三、(共 12 分)按参数 λ 的值讨论曲线 $\lambda x^2 - 2xy + \lambda y^2 - 2x + 2y + 5 = 0$ 的类型.

四、(共 12 分)求到定点与定直线(定点不在定直线上)距离之比等于常数 $k > 0$ 的点的轨迹,并根据 k 的取值范围,说明轨迹的形状.

五、(共 12 分)求通过直线 $\frac{x+1}{0} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-3}$ 且与点 $p(4,1,2)$ 的距离等于 3 的平面的方程.

六、(共 12 分)已知空间两条异面直线间的距离为 $2a$, 夹角为 2α , 过这两条直线分别作平面,并使这两平面相互垂直,求这两个平面交线的轨迹.

七、(共 10 分)求顶点为 $M(1,2,3)$, 轴与平面 $2x + 2y - z + 1 = 0$ 垂直, 母线与轴夹角为 $\frac{\pi}{3}$ 的圆锥面的方程.