浙江大学 2014－2015 学年秋冬学期

《概率论与数理统计》期末考试试卷

课程号：061B9090，开课学院：数学系，任课教师：________________

考试试卷：A卷√、B卷（请在选定项上打√）

考试形式：闭√、开卷（请在选定项上打√），允许带计算器入场

考试日期：2015年1月26日,考试时间：120分钟

诚信考试，沉着应考，杜绝违纪。

请注意：本试卷共六大题，四页，两大张。

请勿将试卷拆开或撕页！如发生此情况责任自负！

考生姓名：____________学号：____________专业/大类：____________

题序	一	二	三	四	五	六	总 分
得分							
评卷人							

注：$\Phi(1)=0.84$, $\Phi(1.22)=0.89$, $\Phi(1.64)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.98$, $t_{0.025}(6)=2.45$, $t_{0.025}(7)=2.36$, $t_{0.05}(13)=2.16$, $t_{0.025}(13)=2.14$, $t_{0.025}(15)=2.13$, $F_{0.025}(6,7)=5.12$, $F_{0.025}(7,6)=5.70$, $F_{0.643}(6,7)=0.728$.

一．填空题（每小格 3 分，共 36 分）：

1. 设随机事件 A与B 独立，$P(A)=0.4$，$P(A\cup B)=0.64$，则 $P(B)=$ ______，$P(\overline{A}|A\cup B)=$ ________.

2. 某公交车站单位时间等车的人数 X 服从泊松分布$\pi(4)$，则单位时间内“至少有 2 人等车”的概率为 ____________，独立观察 3 个单位时间，则恰好有 2 个单位时间内出现“至少有 2 人等车”的概率为____________.

3. 随机变量 X 的概率密度为 $f(x;\theta)=\begin{cases}2\theta^2 x, & 0<x<\theta^{-1},\\ 0, & 其他.\end{cases}$，（1）若 $\theta=0.5$，则 $P(X>1)=$________，当$0<x<2$时，X 的分布函数$F(x)=$________；（2）若$\theta>0$是未知参数，设$X_1,\dots,X_n$是来自总体X的样本，则样本均值$\overline{X}\xrightarrow{P}$____________，$\dfrac{1}{\overline{X}}$是$\theta$的相合估计吗？答：________(是或不是).

4．设总体 $X \sim N(\mu,1),\mu$ 未知，$X_1,\ldots,X_{25}$ 为来自 X 的简单随机样本，$\overline{X}$ 是样本均值，

则 $P(5|\overline{X}-\mu|\le 1)=$_________，若 $a(\overline{X}-X_1)^2 \sim \chi^2(1)$，则 $a=$ ____________.

5．已搜集了三所高校大学生的月消费额数据资料，目的是研究不同高校大学生的消费水平是否有差异。假设数据来自独立等方差的正态总体，应该采用____________方法进行分析.

6. 研究某企业生产某种产品的产量和单位成本，数据资料如下：

月份	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
产量 x（千件）	5.5	4	4.6	5.2	6.3	6.9	6.2	7.1	7.8	8.2
单位成本 y（元/件）	72	78	79	73	71	69	68	68	65	61

经计算 $\overline{x}=6.18,\overline{y}=70.4,s_{xx}=16.756,s_{xy}=-64.72,s_{yy}=272.4$。设一元线性回归模型为

$y_i \sim N(\alpha+\beta x_i,\sigma^2),i=1,\ldots,n$，则回归方程 $\hat{y}=$____________________.

二．（12 分）盒中有 3 个红球，5 个白球，从中随机取一球，观察其颜色后放回，并从别处拿两个与取出的球同色的球放入盒中，搅匀后再从中取一球，$X_i=\begin{cases}1, & \text{第}i\text{次取到红球},\\ 0, & \text{第}i\text{次取到白球}.\end{cases}$，

$i=1,2$．求（1）(X_1,X_2) 的联合分布律及 X_2 的边际分布律；（2）X_1 与 X_2 的相关系数 $\rho_{X_1X_2}$．

三.（14 分）设随机变量 X 的概率密度 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x>0, \\ 0, & x\le 0. \end{cases}$ 在 $X=x$ 时，Y 的条件概率密度 $f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases} e^{-(y-x)}, & y>x, \\ 0, & y\le x. \end{cases}$。求（1）$P(X>2|X>1)$，（2）$P(Y\le 2|X=1)$，（3）$P(Y<3X)$，（4）$Y$ 的边际概率密度 $f_Y(y)$.

四.（10 分）某地一出租车司机每天的净收入为 X 元，已知 E(X)=240，D(X)=1800，假设他两个月工作 50 天，每天的净收入相互独立，Y（单位：元）表示他两个月的净收入，求他的净收入超过 11700 元的概率近似值. 假设工作时由于种种原因出现违章罚款，车辆损坏等需要支付费用，设两个月中支出费用 Z（元）的分布律如下：P(Z=1800)=0.01, P(Z=900)=0.05, P(Z=300)=0.5, P(Z=0)=0.44．设 Y 与 Z 相互独立，以 U=Y-Z 表示他两个月的实际收入，求他的实际收入依然超过 11700 元的概率近似值.

五．（12 分）（1）设总体 X 的概率密度 $f(x;\theta)=\begin{cases}\theta x^{-\theta-1}, & x>1,\\ 0, & x\le 1.\end{cases}$ $\theta>1$ 是未知参数，$X_1,\ldots,X_n$ 为来自 X 的简单随机样本，求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_1$ 和极大似然估计量 $\hat{\theta}_2$.

六．（16 分）设两种不同型号灯的寿命（单位：千小时）X 与 Y 独立，均服从正态分布，$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$，现从这两个总体中独立抽取两个样本 $X_1,\ldots,X_7$ 和 $Y_1,\ldots,Y_8$，记样本均值分别为 $\bar{X},\bar{Y}$，样本方差分别为 S_1^2,S_2^2。（1）若 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$，用 $S_w^2=\dfrac{6}{13}S_1^2+\dfrac{7}{13}S_2^2$ 估计 σ^2，求均方误差 $Mse(S_w^2)=E[(S_w^2-\sigma^2)^2]$。（2）若实际测得数据如下：

X	2.54	2.39	2.51	2.43	2.55	2.48	2.67	
Y	2.56	2.74	2.52	2.58	2.48	2.78	2.61	2.69

计算 $\bar{x},\bar{y},s_1^2,s_2^2$，求在显著水平 0.05 下检验假设 $H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2, H_1:\sigma_1^2\ne\sigma_2^2$，并计算 $P\_$ 值；（3）用（2）中的数据，假设 $\sigma_1^2=\sigma_2^2=\sigma^2$，求 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 95% 的双侧置信区间.