浙江大学 2006-2007 学年 春季 学期

《常微分方程》课程期末考试试卷（A 卷）

开课学院： 理学院， 考试形式：闭卷， 任课教师：_________

考试时间：2007 年 4 月 26 日，所需时间：120 分钟

考生姓名：___________ 学号：____________ 专业：__________

题　序					
得　分					
评卷人					

一、 求下述一阶方程的通解或特解（写出求解过程，40 分）

1. $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=\dfrac{xy+y}{xy+x}$；

2. $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=y+\ln x$；

3. $x\,\mathrm{d}x-(1+x^2y)\,\mathrm{d}y=0$ ；

4. $x\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=y\ln y+x^2y$ ；

5. $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}=4x\sqrt{x^4+y}$

二、 求下述微分方程（组）的通解或特解（写出求解过程，40 分）

1. $\frac{d^4 y}{dx^4}+4\frac{d^2 y}{dx^2}-5y=0$ ；

2. $\frac{d^2 y}{dx^2}+a^2 y=\cos ax$ ，（a 为实常数）；

3. $x(x-1)\frac{d^2 y}{dx^2}-2x\frac{dy}{dx}+2y=0$ ；

4. $\sin y\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2}+\left(1+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)^2\right)\cos y=0$， $y(0)=\dfrac{\pi}{2}$， $y'(0)=1$ ；

5. $\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2x+3y\\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=3x+2y\end{cases}$.

三、(20分) (1) 线性方程$\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}+a(t)\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+b(t)x=f(t)$可通过变换$x(t)=\varphi(t)y(t)$转化为$\dfrac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2}+p(t)y=g(t)$。试求函数$\varphi(t)$，同时将$p(t),g(t)$通过$a(t),b(t),f(t)$表示。

（2）求解线性方程$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d} t^2}-8t\frac{\mathrm{d} x}{\mathrm{d} t}+16t^2 x=0$。