

## 19. 高级树、AVL 树 和 红黑树

### 复习

\*Tree

- Binary Tree
- Binary Search Tree
- Pre - Order : root - left - right
- In - Order : left - root - right
- Post - Order : left - right - root

平衡树

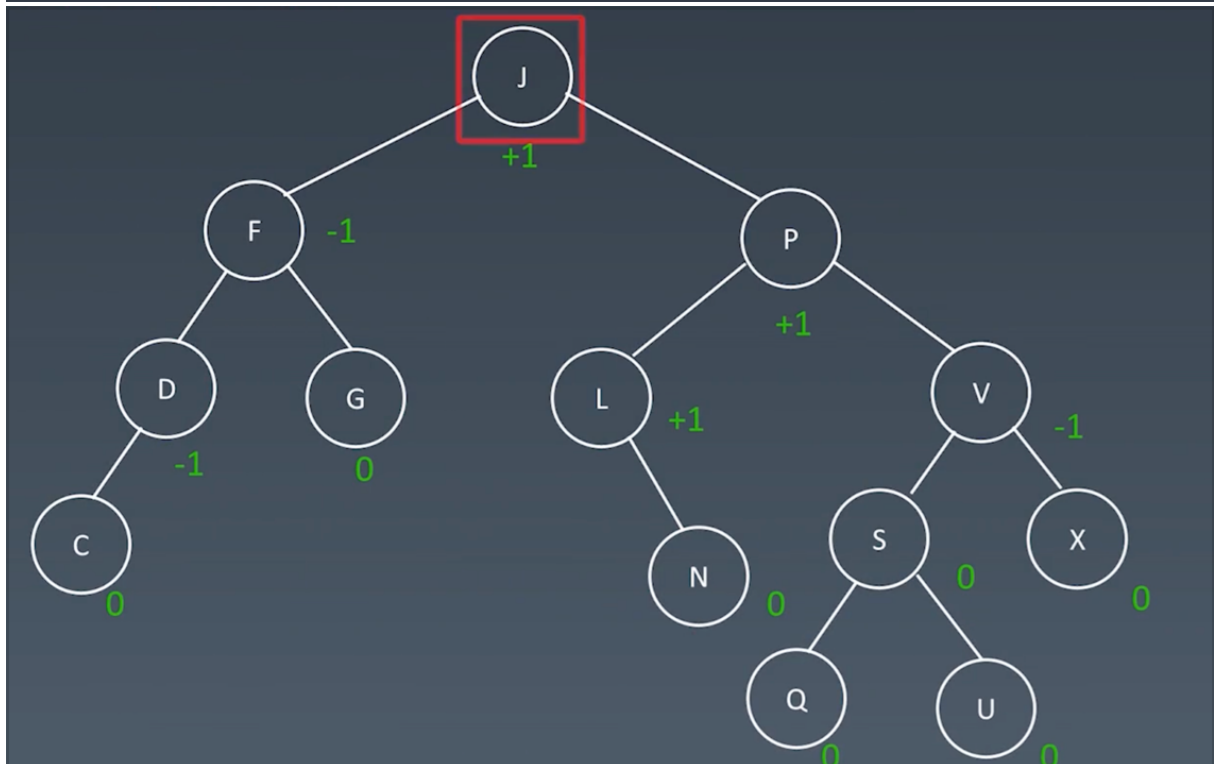
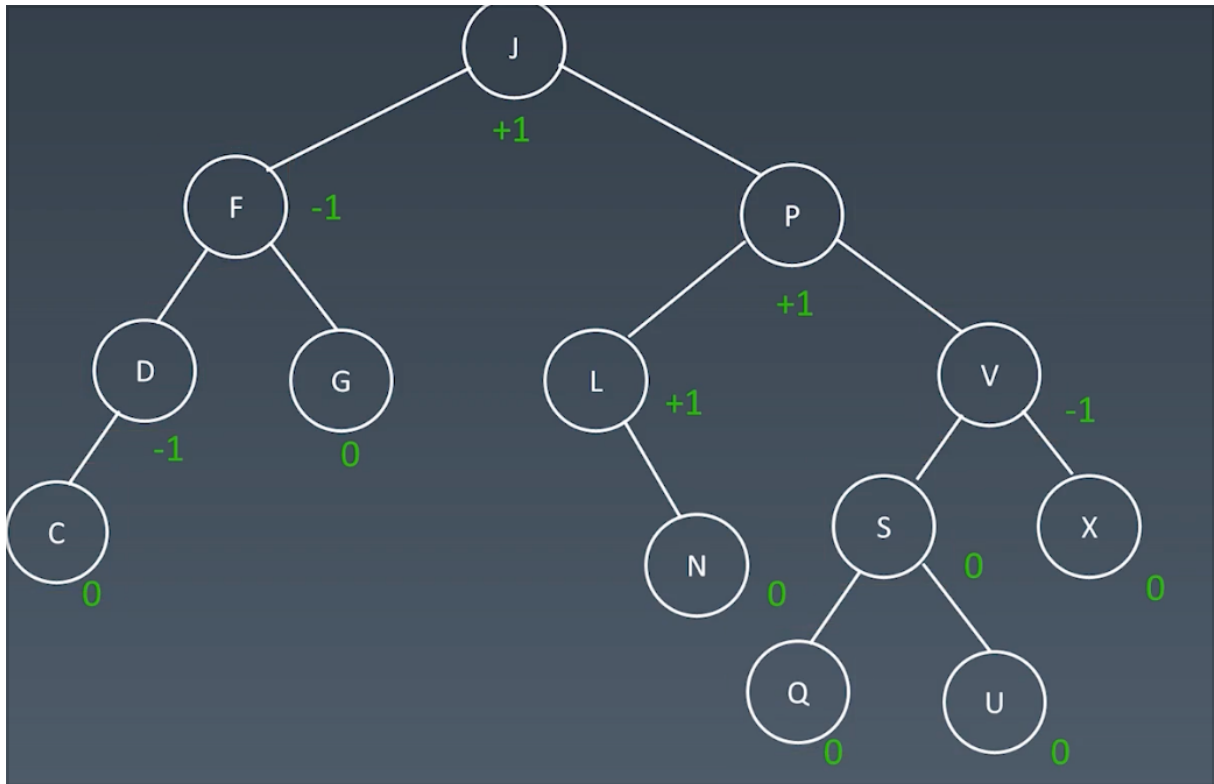
### 保证性能的关键

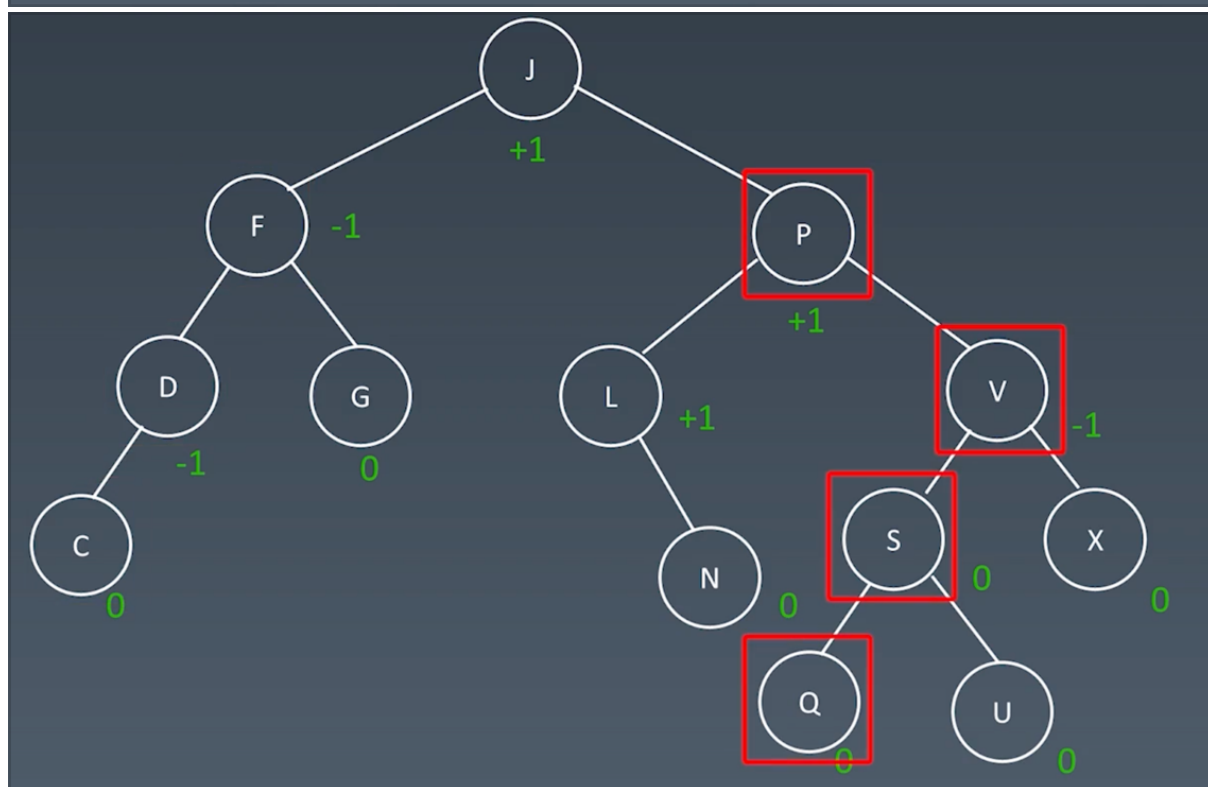
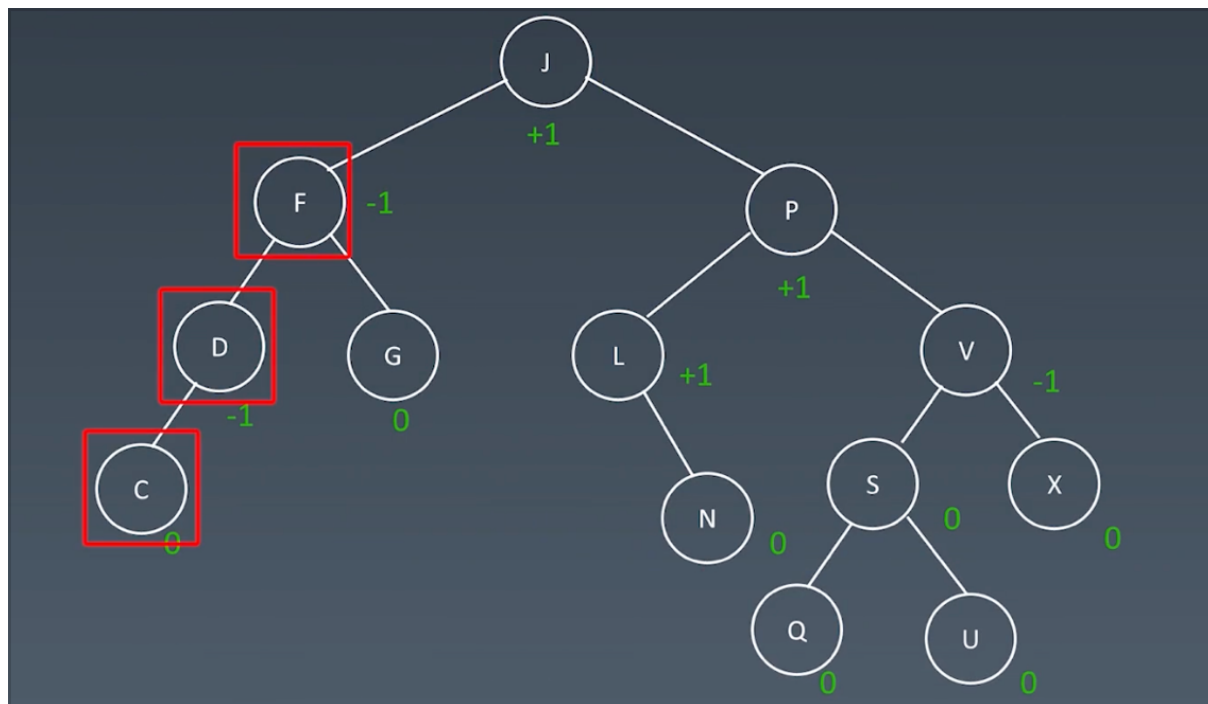
1. 保证二维维度! → 左右子树节点平衡 ( Recursively )
2. Balanced
3. Self Balancing Binary Search Tree
  - 2 - 3 Tree
  - AA Tree
  - AVL Tree
  - B - Tree
  - Splay Tree
  - Treap

### AVL 树

1. 发明者: G.M. Adelson - Velsky 和 Evgenii Landis
2. 平衡因子 Balance Factor
  - 左子树的高度减去它的右子树的高度 (有时相反)
  - $\text{balance factor} = \{ -1, 0, 1 \}$
3. 四种旋转操作来进行平衡
  1. 左旋 : 右右子树
  2. 右旋 : 左左子树
  3. 左右旋 : 左右子树
  4. 右左旋 : 右左子树
4. 不足: 节点需要存储额外信息, 且调整次数频繁
5. Self Balancing Binary Search Tree

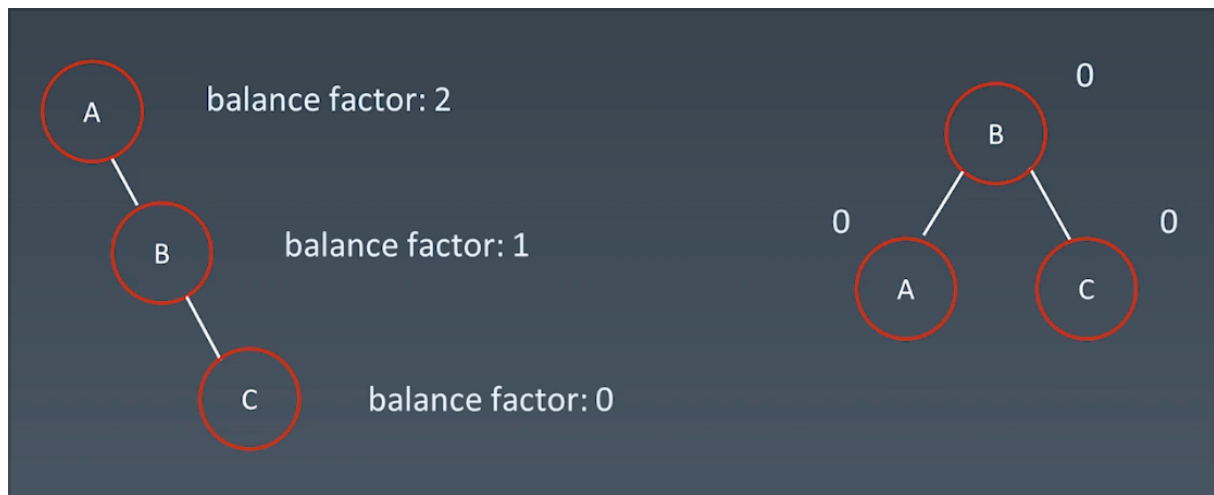
- 例子：J 节点 平衡因子 = 右子树高度 4 - 左子树高度 3 = 1



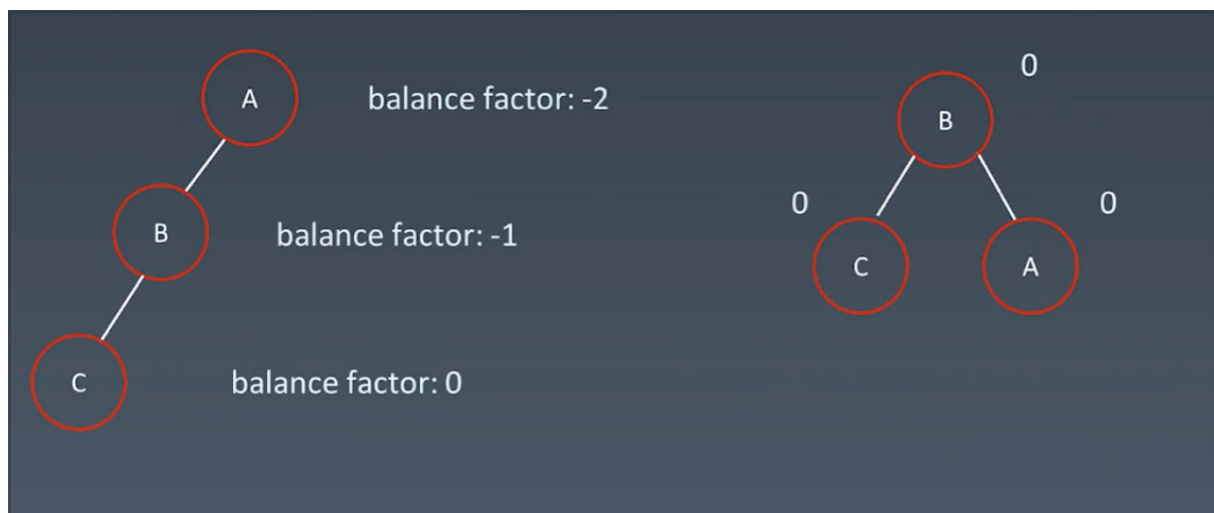


## 四种旋转操作

1. 左旋：右右子树

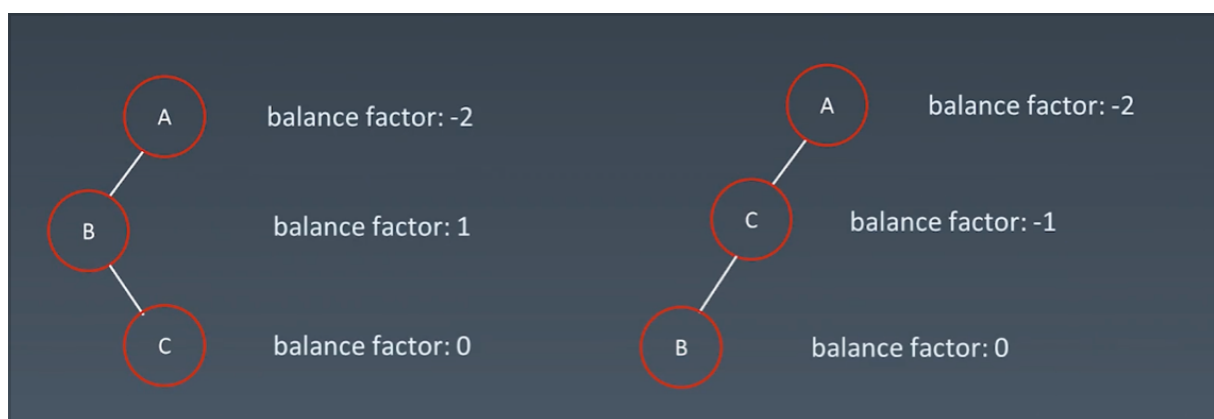


## 2. 右旋：左左子树

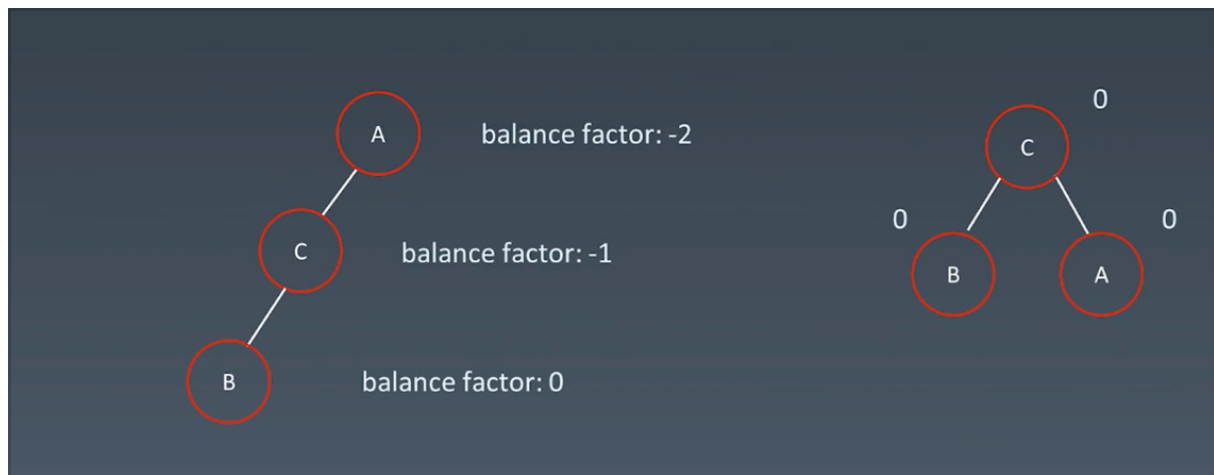


## 3. 左右旋：左右子树

先对B节点子树左旋

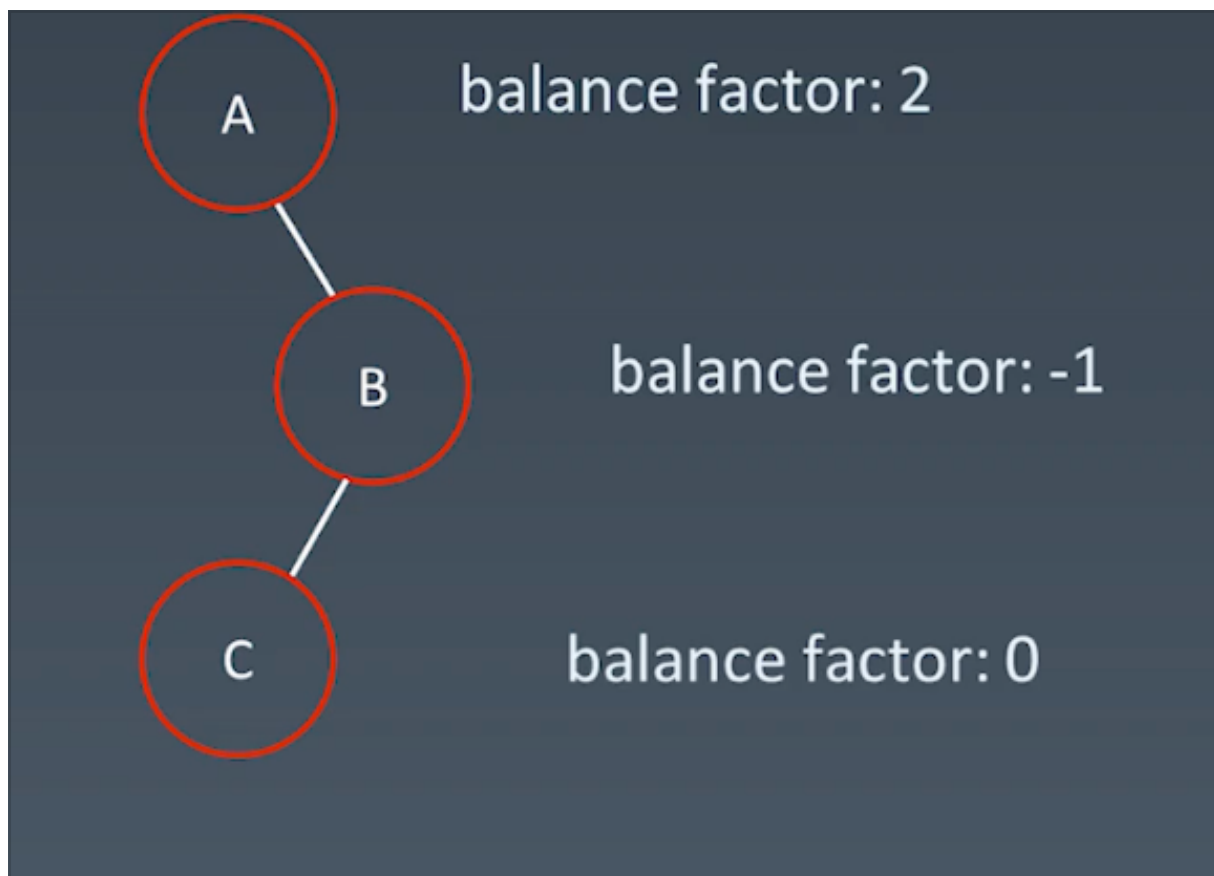


再对A节点子树右旋

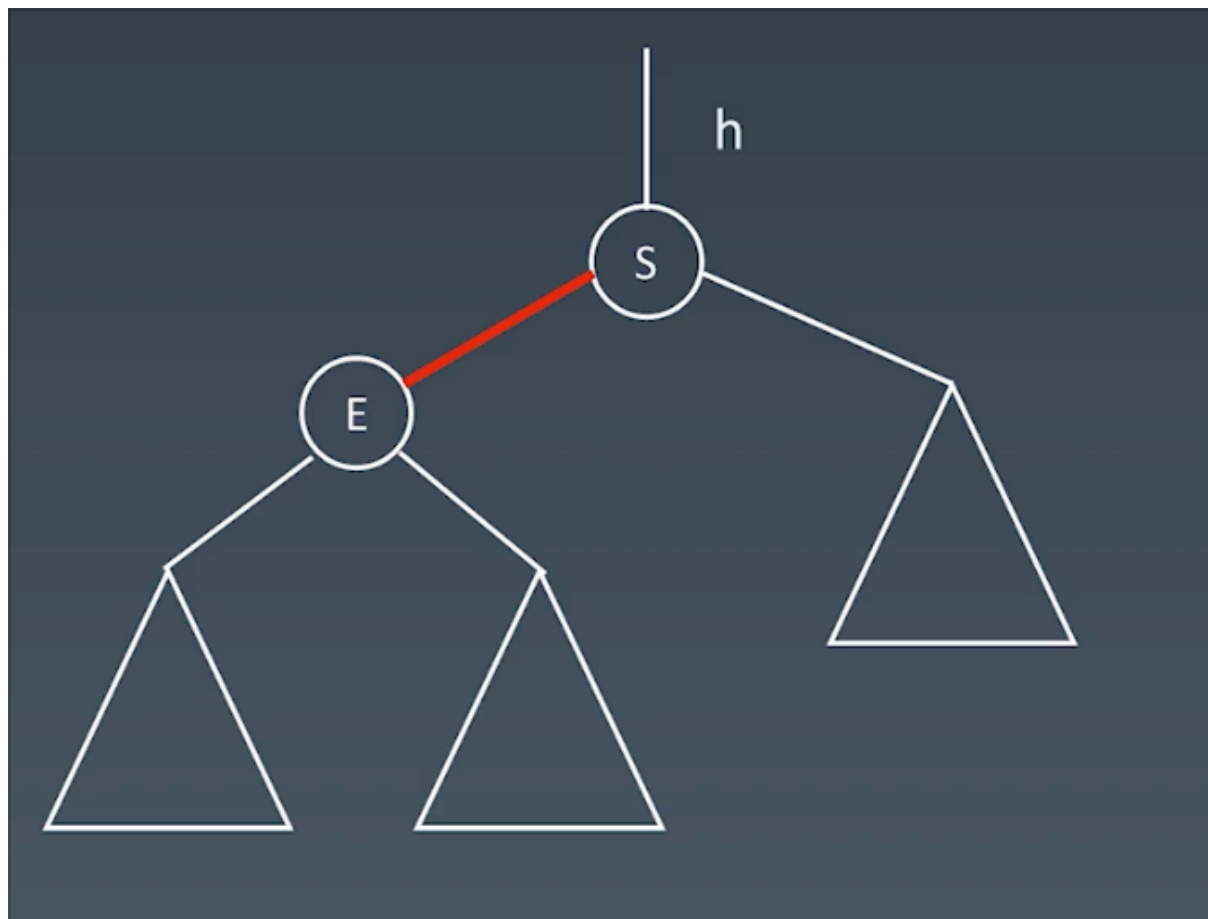


### 3. 右左旋：右左子树

先对B节点子树右旋，再对A节点子树左旋



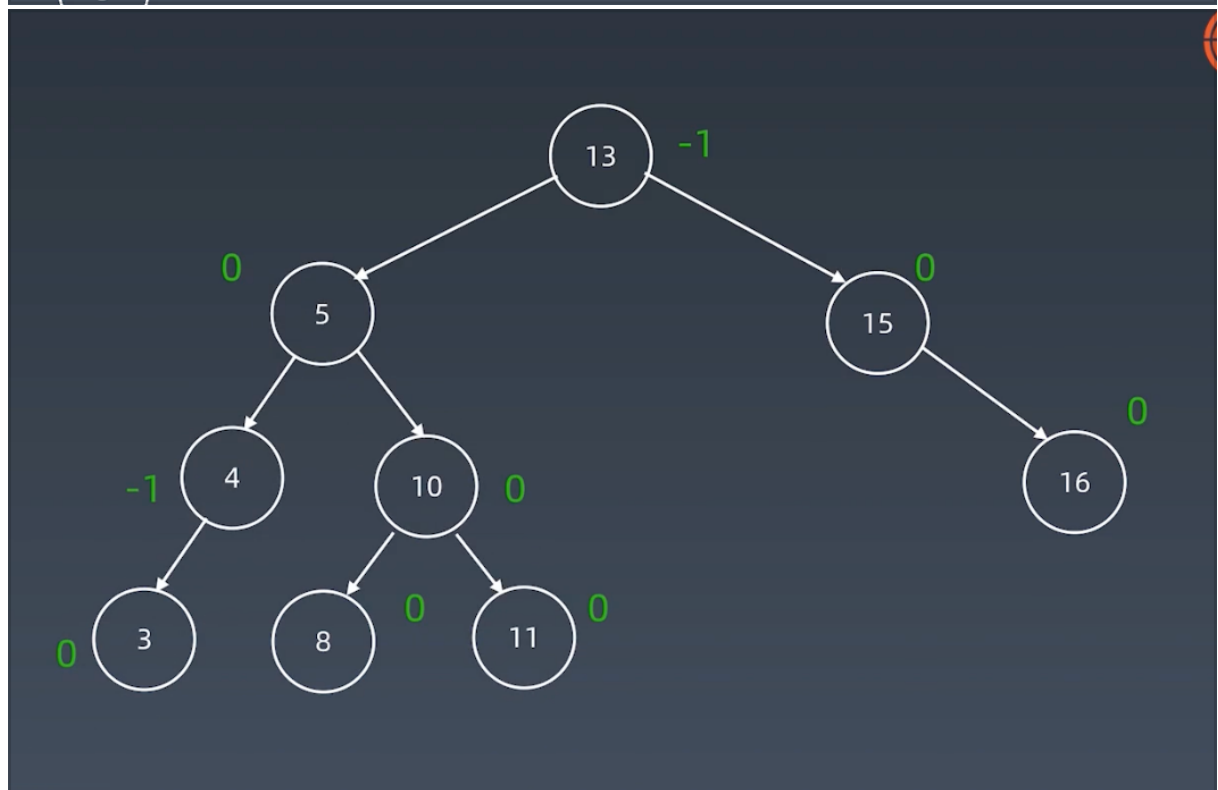
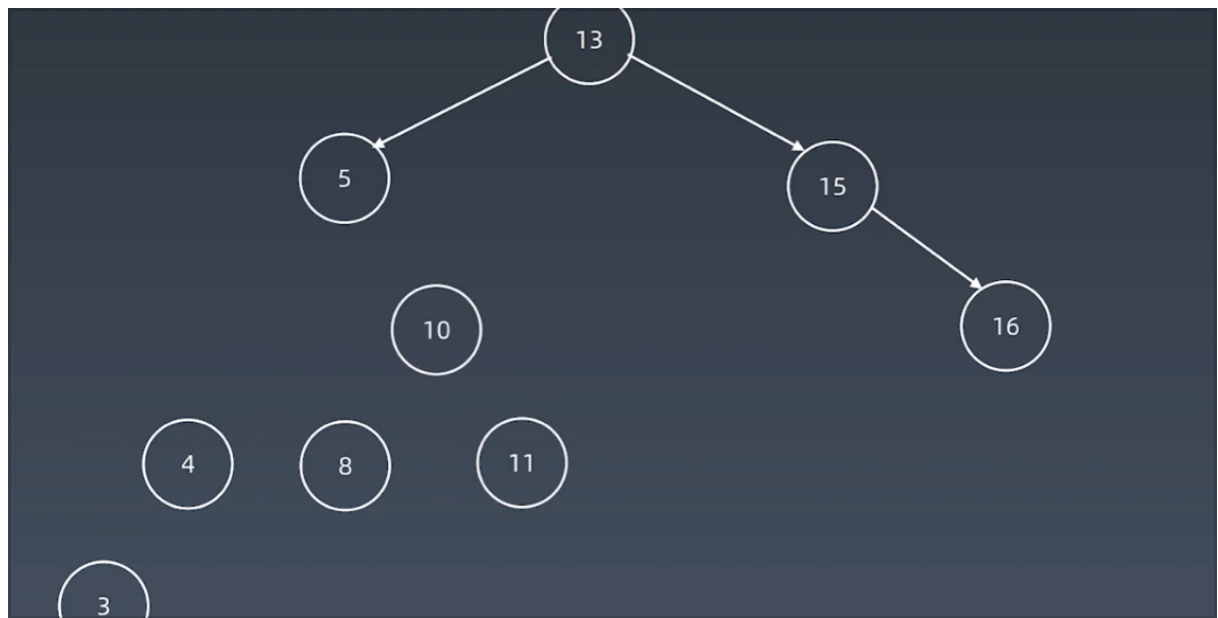
带有子树的旋转演示



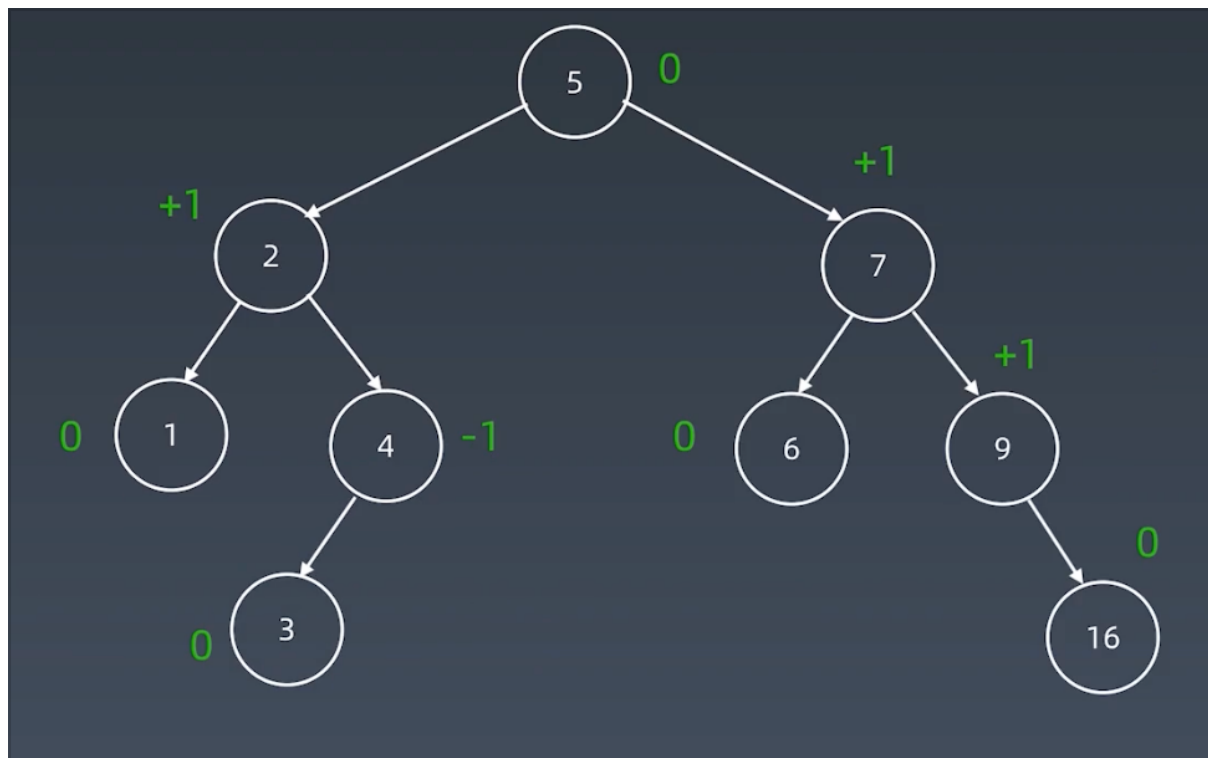
• 参考动画

• 例子1：带有子树的右旋

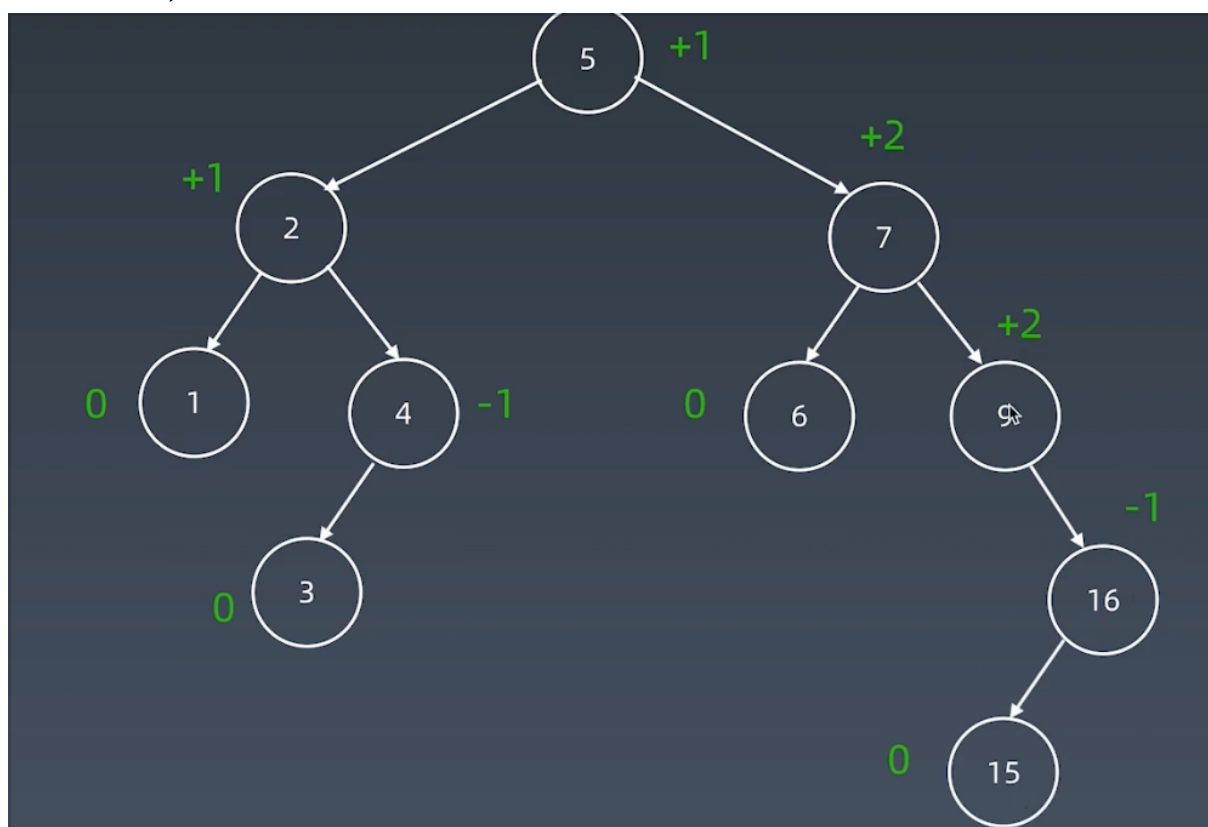




- 例子2：增加 15  
原二叉搜索树

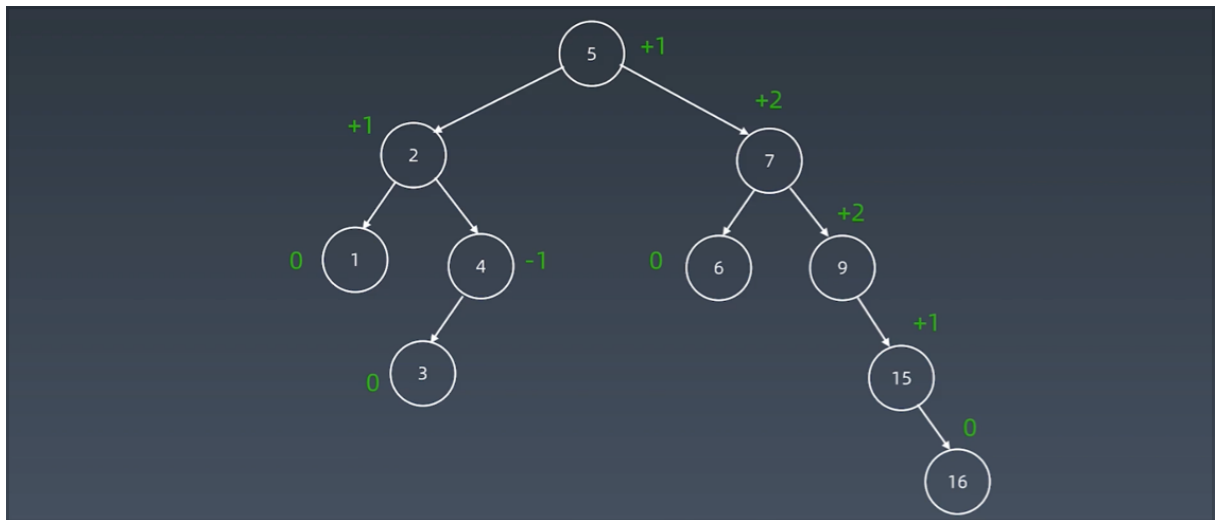


增加 15 节点，原二叉搜索树不平衡

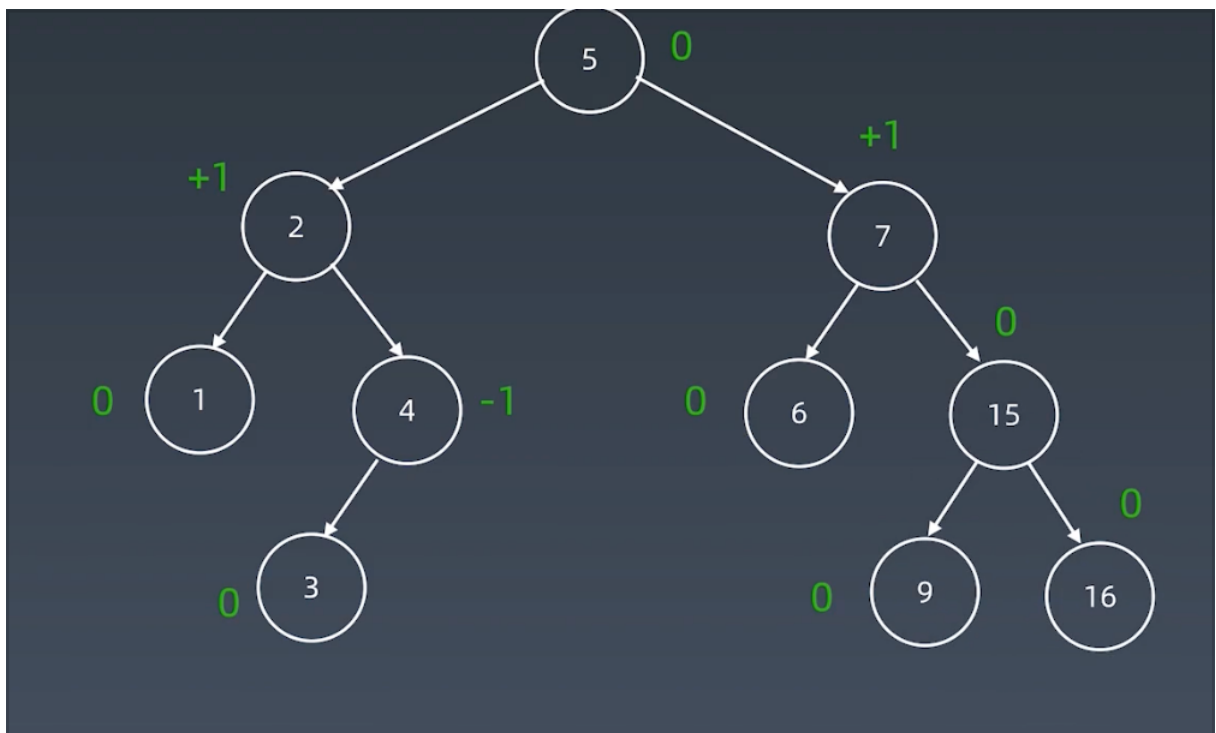


右左子树，先对16节点进行右旋





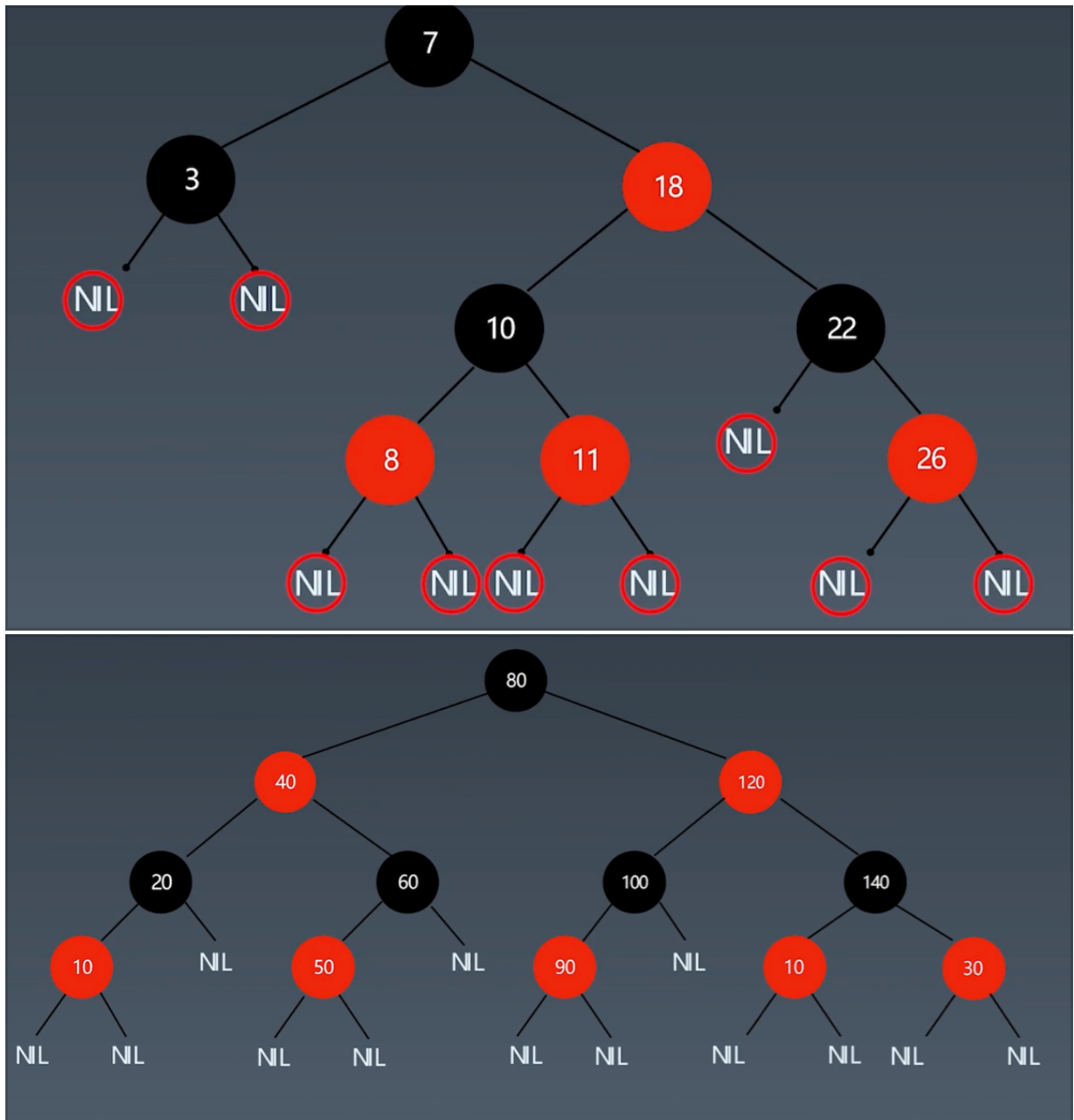
再对15节点进行左旋



## 红黑树 Red - Black Tree

### 定义

红黑树是一种 近似平衡 的二叉搜索树 (Binary Search Tree), 它能够确保任何一个节点的左右子树的高度差小于两倍.



红黑树是满足如下条件的二叉搜索树：

- 每个节点要么是红色，要么是黑色；
- 根节点是黑色；
- 每个叶节点（NIL 节点、空节点）是黑色的；
- 不能有相邻接的两个红色节点；
- 从任一节点到其每个叶子的所有路径都包含相同数目的黑色节点 → 确保任何一个节点的左右子树的高度差小于两倍.

## 关键性质

从根到叶子的最长的可能路径不多余最短的可能路径的两倍长 → 任何一个节点的左右子树的高度差小于两倍.

## 对比

- AVL trees provide **faster lookups** than Red Black Trees because they are **more strictly balanced**.
- Red Black Trees provide **faster insertion and removal** operations than AVL trees as fewer rotations are done due to relatively relaxed balancing.
- AVL trees store balance **factors or heights** with each node, thus requires storage for an integer per node whereas Red Black Tree requires only 1 bit of information per node.
- Red Black Trees are used in most of the **language libraries** like **map, multimap, multiset** in C++ whereas AVL trees are used in **databases** where faster retrievals are required.