VIET NAM NATIONAL UNIVERSITY HO CHI MINH CITY
HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF TECHNOLOGY
FACULTY OF APPLIED SCIENCE

Năm học 2022-2023

BÀI BÁO CÁO

Bài tập lớn giải tích 2

GVHD: Thầy Phạm Hữu Hiệp

THÀNH PHố Hồ CHÍ MINH, THÁNG 1 / 2023

Thành viên và khối lượng công việc

Thứ tự	Họ tên	MSSV	Khối lượng công việc
1	Nguyễn Phước Ngọc Hương	2252285	20%
2	Phạm Quỳnh Như	2252593	20%
3	Trần Lương Yến Nhi	2252586	20%
4	Phan Thảo Vy	2252930	20%
5	Nguyễn Lê Vân Tú	2252881	20%

Mục lục

1 Mở đầu

HÀM SIÊU VIỆT

"Hàm siêu việt được biết đến nhiều là bài toán trung tâm của toàn bộ toán học hiện đại là nghiên cứu về các hàm siêu việt được xác định bởi nhiều phương trình khác nhau."

Trích -Felix Klein 1849-1925- Bài giảng về Toán học (1911)

Giới thiệu:

Với ngoại lệ của các hàm lượng giác, tất cả các hàm ta đã gặp cho đến nay là ba loại chính: đa thức, hàm hữu tỷ (thương của đa thức) và hàm đại số (luỹ thừa phân số của hàm hữu tỉ). Trên một khoảng trong miền, mỗi hàm có thể được xây dựng từ các số thực và mỗi một biến x thực bằng cách sử dụng hữu hạn nhiều phép tính số học (lũy thừa mũ). Hàm mà không thể được xây dựng được gọi là hàm siêu việt. Những ví dụ duy nhất của những cái này là ta thấy cho đến nay là hàm lượng giác. Phần lớn tầm quan trọng của giải tích và nhiều trong số các ứng dụng hữu ích của chúng có được từ khả năng minh họa xử lí của các hàm siêu việc nảy sinh một cách tự nhiên khi ta cố gắng mô hình hóa các vấn đề cụ thể bằng thuật ngữ toán học. Chương này dành cho việc phát triển các hàm siêu việt khác, bao gồm hàm mũ và logarit và hàm lượng giác nghịch đảo. Vài trong số các hàm này "hoàn tác" những cái khác "làm" và ngược lại. Khi một cặp hàm xử lí kiểu này, ta gọi mỗi một hàm là cái đảo ngược (inverse) của cái còn lại. Ta bắt đầu chương này bằng việc nghiên cứu các hàm đảo ngược tổng quát.

2 Tìm hiểu về tham số hóa đường cong

2.1 Định nghĩa

Chúng ta đã nghiên cứu các bề mặt là đồ thị của hàm hai biến. Tuy nhiên, không phải mọi bề mặt đều là đồ thị của hàm số. Hãy xem xét, ví dụ, helicoid thể hiện trong Hình 1. Quan sát rằng điểm(x,y) trong mặt phẳng xy được liên kết có nhiều hơn một điểm trên helicoid, vì vậy bề mặt này không thể là đồ thị của một hàm z=f(x,y).
Cũng giống như chúng ta thấy hữu ích khi mô tả một đường cong trong mặt phẳng (và trong không gian) như một hình ảnh của một đường dưới một hàm vector hơn là đồ thị của một hàm. Bây giờ chúng ta sẽ thấy rằng một tình huống tương tự cũng tồn tại đối với các bề mặt. Thay vì một tham số duy nhất.Tuy nhiên, chúng ta sẽ sử dụng hai tham số và xem một bề mặt trong không gian dưới dạng hình ảnh của một vùng phẳng. Cụ thể hơn, chúng tôi có những điều sau đây.
Ta có định nghĩa tham số hóa bề mặt:
r(u,v)=x(u,v)i+y(u,v)j+z(u,v)
là hàm vector được định cho mọi điểm (u,v) trong miền D trong mặt uv. Tập hợp các điểm (x,y,z) trong R^3 thỏa phương trình tham số.
x=x(u,v), y=y(u,v), z=z(u,v)
với (u,v) phạm vi trên miền D được gọi là bề mặt tham số S được đại diện bởi r. Miền D được gọi là miền tham số .
Với các điểm (u,v) trong miền D , đầu của vectơ hướng về bề mặt (xem Hình 2). Nói cách khác, chúng ta có thể coi r như là nối mỗi điểm (u,v) vào điểm (x(u,v),y(u,v),z(u,v)) trên S theo một cách là mặt phẳng vùng D bị uốn cong, xoắn, kéo và/hoặc co lại để tạo ra bề mặt S.
Có một cách khác để hình dung cách r ánh xạ miền lên một bề mặt S . Nếu chúng ta sửa u bằng cách đặt $u = u_0$, với u_0 là hằng số và cho phép v thay đổi sao cho các điểm $(u_0, v$) nằm trong thì ta thu được một đoạn thẳng đứng l_1 nằm trong miền D.Khi bị giới hạn ở L_1 , hàm r sẽ trở thành hàm có một tham số v có miền là khoảng tham số . Do đó,r(u_0, v) vánh xạ lên một đường cong nằm bật (xem Hình 4).

Tương tự, bằng cách giữ cố định v , chẳng hạn,v=v_0 , với v_0 là hằng số, đỉnh của kết quả-vectơ ing theo dõi đường cong như được phép nhận các giá trị trong tham số- khoảng thời gian eter . Các đường cong C_1 và C_2 và được gọi là đường cong lưới.
Bằng cách minh họa, nếu chúng ta đặt$u = u_0$ trong Ví dụ 1, thì cả hai x=2cos(u_0) và y=2sin(u_0)là hằng số. Vì vậy, đường thẳng đứng $u = u_0$ được chiếu lên đường thẳng đứng (2cos(u_0,2sin(u_0,v), 0 ≤ v ≤. Tương tự, bạn có thể xác minh rằng đoạn thẳng nằm ngang trong D được chiếu lên thành một đường tròn trên hình trụ ở độ cao v_0 đơn vị từ mặt phẳng xy

2.2 Ví dụ 2: Sử dụng hệ đại số tuyến tính

Bây giờ chúng ta sẽ quan tâm đến việc tìm hàm vector của mặt phẳng. Ta bắt đầu bằng việc chỉ ra rằng nếu một mặt phẳng là đồ thị của một hàm thì có biểu diễn tham số đơn giản.

Ví dụ 3:

a)Tìm biểu diễn tham số cho đồ thị của hàm f(x,y)

b)Sử dụng kết quả câu a để tìm biểu diễn tham số cho the elliptic paraboloid z=$4x^2 + y^2$

Bài giải:

a) Cho rằng S là đồ thị của z=f(x,y) được xác định trên miền D trên mặt phẳng xy Suppose that is the graph of defined on a domain in the -plane. Ta chọn x và y làm tham số. Ta có:

x=x(u,v)=u, y=y(u,v)=v và z=f(u,v)

và biến đổi miền của f thành miền tham số. Ta có hàm vector:

r(u,v)=ui+vj+f(u,v)

b) Ta có f(x,y)=4x^2+y^2. Ta để x và y làm tham số.

x=u, y=v, z=4u^2+v^2

Do đó, ta có hàm vetor: r(u,v)=ui+vj+4u^2+v^2 k

Miền tham số D={(u,v)| $\infty <$ u $< \infty$, $\infty <$ v $< \infty$ }

Ví dụ 4: Biểu diễn tham số cho hình nóng z=$\sqrt{y^2 + z^2}$ **Bài giải:** Ta chọn y và z làm tham số. Ta có được:

y=u, z=v, và x=$\sqrt{u^2 + v^2}$. Do đó, ta có được hàm vector:

r(u,v)=$\sqrt{u^2 + v^2}$ i+uj+vk

Miền tham số D={(u,v)| $\infty <$ u $< \infty$, $\infty <$ v $< \infty$ }

Ví dụ 5:

a)Tìm dạng biểu diễn tham số của mặt phẳng đi qua điểm P_0 **với vị trí vector** r_0 **và chứa hai vector không song song là vector a và b**

b) Sử dụng kết quả của câu a, tìm biểu diễn tham số của mặt phẳng đi qua điểm P_0**(3,-1,1) và chứa hai vector a =-2i+5j+k và b=-3i+2j+3k**

Bài giải: Để P là điểm nằm trên mặt , r=$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$. Bởi vì $\overrightarrow{\mathrm{P_0P}}$ nằm trên mặt phẳng được xác định bởi a và b , tồn tại số thực u và v sao cho $\overrightarrow{\mathrm{P_0P}}$=ua+vb . Hơn thế nữa,ta thấy rằng r=$r_0 + \overrightarrow{\mathrm{P_0P}}$ =$r_0 + ua + vb$.Cuối cùng, bất kỳ điểm nào trên mặt phẳng được đặt tại đỉnh r cho sự lựa chọn thích hợp của u và v, ta thấy :

r(u,v)=$r_0 + ua + vb$

Miền tham số D={(u,v)| $\infty <$ u $< \infty$, $\infty <$ v $< \infty$ }

b) Ta có:

r(u,v)=(3i-j+k)+u(-2i+5j+k)+v(-3i+2j+3k)

=(-2u-3v+3)i+(5u+2v-1)j+(u+3v+1)k

Miền tham số D={(u,v)| $\infty <$ u $< \infty$, $\infty <$ v $< \infty$ }

Ví dụ 6: Tham số hóa hình nón $z^2 = x^2 + y^2$

Bài giải:

Ta đặt : x=ucos(v), y=usin(v) và z=u. Do đó, ta có:

r(u,v)=ucos(vi)+usin(vj)+uk.

Ví dụ 7: Tìm dạng tham số của helicoid ở hình 1

Ta đặt: x=acosθ, y=asinθ, z=θ

vơi z và θ nằm trong tọa độ trụ. Điều này gợi ý chúng ta để u biểu thị r , v biểu thị θ .Ta có được phương trình

tham số cho helicoid:
x=ucos(v), y=usin(v), z=v
với miền D={(u,v)| -1 $\leq$ u $\leq$ 1, 0 $\leq$ v $\leq$ 4π }
Ở dạng vector, ta có :
r(u,v)=ucos(vi)+usin(vj)+vk
Bây giờ chúng ta sẽ chú ý đến tìm biểu diễn tham số cho các mặt quay. Giả sử rằng một bề mặt S có được bằng cách quay đồ thị của hàm y=f(x) sao cho a $\leq$ x $\leq$ về trục x , với f(x)$\geq$ 0. Để u biểu thị x, v biểu thị góc được chỉ ra ở hình, ta thấy rằng (x,y,z) là bất cứ điểm nào trên S thì:
x=u, y=f(u)cosv, và z=f(u)sinv hay
r(u,v)=ui+f(u)cos(v)j+f(u)sin(v)
Miền tham số D={(u,v)| ∞ < u < ∞, ∞ < v < ∞ }

2.3 Pháp vector

Giả sử đó là một tham số được biểu diễn bởi hàm vector:
r(u,v)=x(u,v)i+y(u,v)j+z(u,v)k
và P_0 là một điểm trên bề mặt S được biểu diễn bởi vector r(u_0,v_0) , trong đó (u_0,v_0) là một điểm trong miền tham số D của r . Nếu chúng ta sửa u bằng cách đặt u=u_0 và cho phép v thay đổi, thì đỉnh của r(u_0,v) vạch ra đường cong C1 nằm trên . (Xem Hình 10.) Vectơ tiếp tuyến với C1 tại P0 được cho bởi