

## บทที่ 2

### ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 ความสำคัญของการศึกษาและความสำคัญของการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์

การศึกษานับเป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาคุณภาพของคนในประเทศ เพราะรากฐานของชาติ คือ คน รากฐานของคน คือ การศึกษา คนที่มีคุณภาพจะช่วยสร้างความเจริญที่ยั่งยืนในอนาคตได้ การเตรียมคนที่มีคุณภาพเพื่อเป็นผู้นำด้านต่าง ๆ จึงเป็นเรื่องที่สำคัญ ที่จะนำพาชาติให้เจริญก้าวหน้า การปรับโครงสร้างทางการศึกษา การปฏิรูปการศึกษาต้องทำอย่างจริงจังและจริงใจ ต้องร่วมมือกัน เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดทางการศึกษา การฝึกฝนคนที่มีสติปัญญาให้ได้เป็นผู้นำในการแก้ปัญหาต่าง ๆ อย่างมีประสิทธิภาพและเป็นผู้นำในการสร้างสรรค์เทคโนโลยีใหม่ ๆ อันเป็นกำลังสำคัญในการบริหารและพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้า ต้องสร้างคนเก่งห้วกะทิขึ้นมาเพื่อเป็นผู้นำทางวิชาการในอนาคต แม้ว่าเราจะใช้เงินทองสักเท่าไรก็ตามถ้าทำได้ก็ย่อมมีความคุ้มค่า [1]

จากคำกล่าวข้างต้นเราจะเห็นได้ว่า การพัฒนาคนที่ยั่งยืนและมั่นคงนั้นคือการพัฒนาคนทางการศึกษา เราจึงควรให้ความสำคัญแก่การศึกษาแก่เด็กและเยาวชนเป็นสำคัญ เพราะเมื่อเด็กและเยาวชนถูกปลูกฝังให้เป็นคนที่รักการศึกษาก่อนเป็นนิสัยแล้ว ก็จะทำให้เขาเติบโตขึ้นมาเป็นผู้ใหญ่ที่รักการศึกษาและเป็นผู้ใหญ่ที่มีความรู้และคุณภาพ เป้าหมายของการศึกษาอาจจะมีหลากหลายอย่าง แต่มีจุดประสงค์เดียวกันคือ ความต้องการที่จะพัฒนาคนและคุณภาพของคนให้เป็นผู้ที่มีสติปัญญา รู้จักแยกแยะ รู้จักคิดตัดสินใจโดยอยู่บนเหตุและผล รู้จักการแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงต่อสิ่งต่าง ๆ อาทิ ความคิด บ้านเมือง และวิทยาการใหม่ เป็นต้น เป็นผู้มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ในสิ่งที่ดี ๆ สิ่งที่มีประโยชน์ รวมทั้งการเป็นรากฐานและแนวทางในการพัฒนาตนเองให้เป็นบุคลากรที่มีประสิทธิภาพ มีพฤติกรรมที่ดีเป็นที่ยอมรับและเชิดชูของสังคม ดังนั้นการศึกษาและการจัดการศึกษาในปัจจุบันจึงได้มุ่งเน้นไปที่การจัดการและแก้ไขปัญหาอย่างเป็นระบบระเบียบบนเหตุและผล

ในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์คือการให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ปัญหา การวิเคราะห์ปัญหา และการหาวิธีการในการแก้ปัญหา เป็นการฝึกกระบวนการคิด ทำให้ผู้เรียนรู้จักการคิดวิเคราะห์หาเหตุผล ดังคำกล่าวที่ว่า “ การแก้ปัญหาคงจะเป็นจุดเน้นที่สำคัญในหลักสูตรคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นอันหนึ่งอันเดียวกับการเรียนคณิตศาสตร์ ” [2]

ดังนั้น วิชาคณิตศาสตร์จึงถือเป็นวิชาที่สำคัญและเป็นพื้นฐานของการศึกษาทางความคิดของมนุษย์ การเรียนวิชาคณิตศาสตร์จึงควรมุ่งเน้นการให้ผู้เรียนสามารถที่จะได้รับประสบการณ์ในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งถือเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญ เพื่อนำไปใช้ในการดำเนินชีวิต ดังที่โพลยา (Polya) นักการศึกษาได้กล่าวไว้ว่า “ การแก้ปัญหาคือเป็นพฤติกรรมพื้นฐานของมนุษย์ส่วนใหญ่ที่สุดของความคิด ขณะที่มนุษย์ยังมีสติจะเกี่ยวข้องกับปัญหา และจะต้องแก้ปัญหายอยู่ตลอดเวลาเพื่อบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ” ทักษะในการแก้ปัญหาดังกล่าวของมนุษย์ที่ได้นั้นย่อมเกิดจากทักษะพื้นฐานที่ดี ถ้าหากเป็นบุคคลที่มีทักษะในการแก้ไขปัญหาก็ดีแล้วย่อมสร้างให้เกิดประโยชน์เป็นอย่างยิ่งทั้งต่อตนเองและส่วนรวม

การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ถือเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการสร้างความคิดที่เป็นเหตุเป็นผลในการแก้ไขปัญหาคือพื้นฐานดังกล่าวจะเป็นทักษะที่ส่งผลให้เกิดการส่งเสริมความสามารถในการพัฒนาทักษะอื่นๆ ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ ความคิดวิจารณ์ และส่งเสริมกลยุทธ์ต่างๆ ได้แก่ การเป็นคนช่างสังเกต ความสามารถในการออกแบบ การตัดสินใจ การใช้สมองในการคิดวิเคราะห์พิจารณา ซึ่งเราจะเห็นได้ว่าทุกสิ่งทุกอย่างที่กล่าวมานั้นล้วนมีพื้นฐานมาจากวิชาคณิตศาสตร์ทั้งสิ้น

## 2.2 การศึกษาวิชาคณิตศาสตร์และสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ของประเทศไทย

จากความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมานั้นจึงทำให้นานาประเทศ รวมถึงประเทศไทย ต่างตื่นตัวกับการส่งเสริมการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ให้กับเด็กและเยาวชนในประเทศของตน สำหรับประเทศไทย ในระดับชั้นประถมศึกษาได้จัดวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะ และจากการประเมินคุณภาพการศึกษาของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2541 โดยสำนักทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินิยม พบว่าวิชาคณิตศาสตร์ 1 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนเท่ากับ 18.6 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน และวิชาคณิตศาสตร์ 2 มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนเท่ากับ 19.6 คะแนน จากคะแนนเต็ม 40 คะแนน ซึ่งถือว่าค่อนข้างต่ำกว่าคุณภาพ จึงสามารถคาดเดาได้ว่า ความสามารถในการคิดและการวิเคราะห์อย่างมีเหตุผล การคิดอย่างมีระบบ และความสามารถในการแก้ปัญหาคือของเด็กไทยยังไม่มีดีเท่าที่ควร ทั้งนี้เนื่องจากการขาดการปลูกฝังนิสัยในการคิดบนหลักของเหตุผล และอาจจะเป็นเพราะการขาดแรงจูงใจที่มีต่อเด็ก ดังนั้นสื่อการเรียนการสอนจึงเกิดขึ้นมา ซึ่งถือเป็นช่องทางในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ที่มีความสำคัญอย่างยิ่ง เพราะเป็นสื่อที่ดึงดูดใจทั้งจากรูปแบบในการนำเสนอที่ดึงดูดใจ การประยุกต์การเรียนรู้ให้มีความสนุกสนาน และเทคนิคในการเรียนที่จะทำให้ผู้เรียนสามารถเข้าใจได้ง่ายและดีขึ้น

แต่สำหรับสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศไทยในปัจจุบัน ส่วนใหญ่ถูกออกแบบมาให้มีลักษณะที่ตายตัว คำถามเกิดจากการเขียนขึ้นมาอย่างตายตัว ดังนั้นผู้เรียนที่ใช้สื่อการเรียนการสอนประเภทนี้จะเกิดปัญหา คือ การตอบคำถามในบางครั้งจะเกิดจากการจดจำอันเนื่องมาจากคำถามที่มีอยู่อย่างจำกัดและถูกใช้ซ้ำไปซ้ำมา ซึ่งส่งผลให้ผู้เรียนไม่สามารถพัฒนาทักษะและความสามารถทางความคิดได้อย่างแท้จริงตามหลักการทางคณิตศาสตร์ และสื่อชนิดนี้ถือได้ว่าเป็นสื่อที่ไม่ตรงตามกระบวนการในการแก้ปัญหา

ดังนั้นสื่อการเรียนการสอนชนิดใหม่ตามโครงการนี้จึงได้ถูกพัฒนาขึ้นมา ซึ่งมีความสามารถในการคิด และสร้างสรรค์สมการและโจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาได้ด้วยความสามารถของตัวโปรแกรมเอง ซึ่งจะทำให้สมการและโจทย์ปัญหาที่ถูกคิดขึ้นมาให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดในการแก้ปัญหาไม่เกิดการซ้ำกัน ย่อมขจัดการตอบคำถามจากการจำได้ออกไป โปรแกรมดังกล่าวยังมีการจัดรูปแบบการเรียนรู้อย่างเป็นระดับขั้นบันไดจากง่ายไปยาก ซึ่งในแต่ละระดับจะมีความสัมพันธ์กัน และเป็นพื้นฐานของกันและกัน และโปรแกรมดังกล่าวยังได้ถูกพัฒนาขึ้นบนทฤษฎีการเรียนรู้ของมนุษย์ดังจะได้กล่าวในส่วนต่อไป ดังนั้นการเรียนรู้และการฝึกฝนของผู้เรียนจากโปรแกรมของโครงการนี้จะสามารถนำพาให้ผู้เรียนเกิดความสามารถในการคิด การวิเคราะห์ อย่างมีระบบระเบียบบนพื้นฐานของเหตุและผลได้อย่างแท้จริง

ในการสร้างสื่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นเราจะต้องศึกษาทฤษฎีและความสำคัญที่เกี่ยวข้องดังต่อไปนี้

- กลุ่มทฤษฎีทางการเรียนรู้และการพัฒนาของมนุษย์
- กลุ่มความหมาย หลักการ และลักษณะของโจทย์ปัญหาของคณิตศาสตร์ที่ดี
- กลุ่มทฤษฎีของกระบวนการในการคิดและกลยุทธ์ในการแก้ปัญห
- ความสำคัญของเทคโนโลยีที่มีผลต่อการศึกษา

## 2.3 กลุ่มทฤษฎีการเรียนรู้และการพัฒนาของมนุษย์

ในการสร้างสื่อการเรียนการสอนที่ดีนั้นควรศึกษาถึงปัจจัยที่มีความสำคัญที่สุดก่อน ซึ่งก็คือปัจจัยทางการเรียนรู้ของมนุษย์ ซึ่งจะทำให้เราสามารถที่จะสร้างและพัฒนาโปรแกรมสื่อการเรียนการสอนที่มีประสิทธิภาพและมีความสามารถในการพัฒนาผู้เรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพให้ได้มากที่สุด

### 2.3.1 ความหมายของการเรียนรู้ [15]

ความหมายของการเรียนรู้ได้นี้ผู้ให้ความหมายไว้หลายท่าน อาทิเช่น นักการศึกษา ออซู-เบล ได้ให้ความหมายของการเรียนรู้ไว้ว่า การเรียนรู้ คือ การที่ผู้เรียนได้รับมาจากการที่ผู้สอนอธิบายสิ่งที่จะต้องเรียนรู้ให้ทราบและผู้เรียนรับฟังด้วยความเข้าใจ โดยผู้เรียนเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งที่เรียนรู้ กับ โครงสร้างพุทธิปัญญาที่ได้เก็บไว้ในความทรงจำ และจะสามารถนำมาใช้ในอนาคต

การเรียนรู้ตามความหมายทางจิตวิทยา หมายถึง การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมของบุคคล อย่างค่อนข้างถาวร อันเป็นผลมาจากการฝึกฝนหรือการมีประสบการณ์ จากความหมายดังกล่าว พฤติกรรมของบุคคลที่เกิดจากการเรียนรู้จะต้องมีลักษณะสำคัญ ดังนี้

1. พฤติกรรมที่เปลี่ยนไปจะต้องเปลี่ยนไปอย่างค่อนข้างถาวร จึงจะถือว่าเกิดการเรียนรู้ขึ้น หากเป็นการเปลี่ยนแปลงชั่วคราวก็ยังไม่ถือว่าเป็นการเรียนรู้ เช่น นักศึกษาพยายามเรียนรู้การออกเสียงภาษาต่างประเทศ บางคำ หากนักศึกษาออกเสียงได้ถูกต้องเพียงครั้งหนึ่ง แต่ไม่สามารถออกเสียงซ้ำให้ถูกต้องได้อีก ก็ไม่นับว่านักศึกษาเกิดการเรียนรู้การออกเสียงภาษาต่างประเทศ ดังนั้นจะถือว่านักศึกษาเกิดการเรียนรู้ก็ต่อเมื่อออกเสียงคำดังกล่าวได้ถูกต้องหลายครั้ง ซึ่งก็คือเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมที่ค่อนข้างถาวรนั่นเอง

อย่างไรก็ดี ยังมีพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไปจากเดิมแต่เปลี่ยนแปลงชั่วคราวอันเนื่องมาจากการที่ร่างกายได้รับสารเคมี ยาบางชนิดหรือเกิดจากความเหนื่อยล้าเจ็บป่วยลักษณะดังกล่าวไม่ถือว่าเป็นพฤติกรรมที่เปลี่ยนไปนั้นเกิดจากการเรียนรู้

2. พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไปจะต้องเกิดจากการฝึกฝนหรือเคยมีประสบการณ์นั้น ๆ มาก่อน เช่น ความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ ต้องได้รับการฝึกฝนและถ้าสามารถใช้เป็นแสดงว่าเกิดการเรียนรู้ หรือความสามารถในการขับรถ ซึ่งไม่มีใครขับรถเป็นมาแต่กำเนิดต้องได้รับการฝึกฝน หรือมีประสบการณ์ จึงจะขับรถเป็น ในประเด็นนี้มีพฤติกรรมบางอย่างที่เกิดขึ้นโดยที่เราไม่ต้องฝึกฝนหรือมีประสบการณ์ ได้แก่ พฤติกรรมที่เกิดขึ้นจากกระบวนการเจริญเติบโตหรือการมีวุฒิภาวะ และพฤติกรรมที่เกิดจากแนวโน้มการตอบสนองของเผ่าพันธุ์ [3] อย่างเช่น

ในด้านกระบวนการเจริญเติบโตหรือการมีวุฒิภาวะ ได้แก่ การที่เด็ก 2 ขวบสามารถเดินได้เอง ขณะที่ เด็ก 6 เดือนไม่สามารถเดินได้ฉะนั้นการเดินจึงไม่จัดเป็นการเรียนรู้แต่เกิดเพราะมีวุฒิภาวะ

เป็นต้น ส่วนในด้านแนวโน้มการตอบสนองของเส้นพันธุ์โบเวอร์และฮิลการ์ด ใช้ในความหมายที่หมายถึงปฏิกิริยาสะท้อน ( Reflex ) เช่น กระพริบตาเมื่อฝุ่นเข้าตา ชักมือหนีเมื่อโดนของร้อน พฤติกรรมเหล่านี้ไม่ได้เกิดจากการเรียนรู้ แต่เป็นพฤติกรรมที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติของเส้นพันธุ์มนุษย์

### 2.3.2 ทฤษฎีการเรียนรู้

ทฤษฎีการเรียนรู้ทางจิตวิทยานั้นเราอาจแบ่งเป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือ

#### 2.3.2.1 ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มพฤติกรรมนิยม ( Behavioral Theory )

เป็นทฤษฎีที่มองธรรมชาติของมนุษย์ในลักษณะที่เป็นกลาง กล่าวคือ ไม่ดี - ไม่เลว ( Neutral - Passive ) การกระทำต่าง ๆ ของมนุษย์เกิดจากอิทธิพลของสิ่งแวดล้อมภายนอก พฤติกรรมของมนุษย์เกิดจากการตอบสนองต่อสิ่งเร้า ( Stimulus - Response ) การเรียนรู้เกิดจากการเชื่อมโยงระหว่างสิ่งเร้าและการตอบสนอง กลุ่มพฤติกรรมนิยมให้ความสนใจกับ " พฤติกรรม " มาก เพราะพฤติกรรมเป็นสิ่งที่เห็นได้ชัด สามารถวัดได้และทดสอบได้ ทฤษฎีในกลุ่มนี้ประกอบด้วยแนวคิดสำคัญ ๆ 3 แนวด้วยกันคือ ทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไดค์ ทฤษฎีการวางเงื่อนไขและทฤษฎีการเรียนรู้ของฮัลล์ [4]

#### 2.3.2.2 ทฤษฎีการเรียนรู้กลุ่มปัญญานิยม ( Cognitive Theory )

เป็นทฤษฎีที่เชื่อว่า " การเรียนรู้ของมนุษย์ไม่ใช่เรื่องของพฤติกรรมที่เกิดจากกระบวนการตอบสนองต่อสิ่งเร้าเพียงเท่านั้น การเรียนรู้ของมนุษย์มีความซับซ้อนมากกว่านั้น การเรียนรู้เป็นกระบวนการทางความคิดที่เกิดจากการสะสมข้อมูลและการดึงข้อมูลออกมาใช้ในการกระทำและแก้ปัญหาต่างๆ การเรียนรู้เป็นกระบวนการทางสติปัญญาของมนุษย์ในการที่จะสร้างความรู้ความเข้าใจให้แก่ตนเอง

ทฤษฎีในกลุ่มนี้ได้อธิบายถึงการเรียนรู้ไว้ว่า เป็นผลของกระบวนการคิด ความเข้าใจ การรับรู้สิ่งเร้าที่มากระตุ้น ผสมผสานกับประสบการณ์ในอดีตที่ผ่านมาของบุคคล ทำให้เกิดการเรียนรู้ขึ้น ซึ่งการผสมผสานระหว่างประสบการณ์ที่ได้รับในปัจจุบันกับประสบการณ์ในอดีต จำเป็นต้องอาศัยกระบวนการทางปัญญาเข้ามามีอิทธิพลในการเรียนรู้ด้วย ทฤษฎีกลุ่มนี้จึงเน้นกระบวนการทางปัญญา ( Cognitive Process ) มากกว่า การวางเงื่อนไขเพื่อให้เกิด

พฤติกรรม ทฤษฎีการเรียนรู้ในกลุ่มนี้ที่สำคัญ ๆ คือ ทฤษฎีเกสตัลท์ ทฤษฎีสถานม ทฤษฎีเครื่องหมาย ทฤษฎีพัฒนาการทางสติปัญญาและทฤษฎีการเรียนรู้ที่มีความหมาย

### 2.3.2.3 ตัวอย่างทฤษฎีการเรียนรู้

#### ทฤษฎีการเรียนรู้การวางเงื่อนไขแบบคลาสสิก (Classical Conditioning Theory) หรือ แบบสิ่งเร้า

ผู้ค้นพบการเรียนรู้ลักษณะนี้คือ อีวาน พาฟลอฟ (Ivan Pavlov) นักสรีรวิทยาชาวรัสเซียที่มีชื่อเสียงมาก พาฟลอฟสนใจศึกษาเกี่ยวกับระบบย่อยอาหาร โดยได้ทำการ – ทดลองกับสุนัข โดยระหว่างที่ทำการทดลอง พาฟลอฟสังเกตเห็นปรากฏการณ์บางอย่างคือ ในบางครั้งสุนัขน้ำลายไหลโดยที่ยังไม่ได้รับอาหาร แต่เพียงแค่เห็นเท่านั้นผู้ทดลองที่เคยเป็นผู้ให้อาหารเดินเข้ามาในห้องนั้น สุนัขก็น้ำลายไหลแล้ว จากปรากฏการณ์ดังกล่าวจุดประกาย ให้พาฟลอฟคิดรูปแบบการทดลองเพื่อหาสาเหตุให้ได้ว่าเพราะอะไรสุนัขจึงน้ำลายไหลทั้ง ๆ ที่ยังไม่ได้รับอาหาร

พาฟลอฟเริ่มการทดลองโดยเจาะต่อมน้ำลายของสุนัข และต่อสายรับน้ำลายไหลออกสู่ขวดแก้วสำหรับวัดปริมาณน้ำลาย จากนั้นพาฟลอฟก็เริ่มการทดลองโดยก่อนที่จะให้อาหารแก่สุนัขจะต้องสั่นกระดิ่งก่อน ( สั่นกระดิ่งแล้วทิ้งไว้ประมาณ 0.25 – 0.50 วินาที ) แล้วตามด้วยอาหาร ( ผงเนื้อ ) ทำอย่างนี้อยู่ 7 – 8 วัน จากนั้นให้เฉพาะแต่เสียงกระดิ่ง สุนัขก็ตอบสนองคือน้ำลายไหลปรากฏการณ์เช่นนี้เรียกว่าพฤติกรรมสุนัขถูกวางเงื่อนไข หรือเรียกว่าสุนัขเกิดการเรียนรู้การวางเงื่อนไขแบบคลาสสิก

#### ทฤษฎีปัญญาด้านสังคม (Social Cognitive theory)

##### แนวคิดพื้นฐาน

- แบบดูรามีทศนะว่าพฤติกรรม ( Behavior หรือ B ) ของมนุษย์มีปฏิสัมพันธ์กับปัจจัยหลักอีก 2 ปัจจัย คือ
  - ปัจจัยทางปัญญาและปัจจัยส่วนบุคคลอื่น ๆ ( Personal Factor หรือ P )
  - อิทธิพลของสภาพแวดล้อม (Environmental Influences หรือ
- แบบดูราได้ให้ความแตกต่างระหว่างการเรียนรู้ ( Learning ) กับการกระทำ ( Performance ) ซึ่งสำคัญมาก เพราะคนเราอาจจะเรียนรู้อะไรหลายอย่างแต่ไม่

จำเป็นต้องแสดงออกทุกอย่าง เช่นเราอาจจะเรียนรู้วิธีการทุจริตในการสอบว่าต้องทำอย่างไรบ้าง แต่ถึงเวลาสอบจริงเราอาจจะไม่ทุจริตก็ได้ หรือเราเรียนรู้ว่าการพูดจาและแสดงกริยาอ่อนหวานกับพ่อแม่เป็นสิ่งที่ดี แต่เราอาจจะไม่เคยทำกริยาดังกล่าวเลยก็ได้

- แบนดูราเชื่อว่า การเรียนรู้ของมนุษย์ส่วนมากเป็นการเรียนรู้โดยการสังเกต (Observational Learning) หรือการเลียนแบบจากตัวแบบ (Modeling) สำหรับตัวแบบไม่จำเป็นต้องเป็นตัวแบบที่มีชีวิตเท่านั้น แต่อาจจะเป็นตัวแบบสัญลักษณ์ เช่นตัวแบบที่เห็นในโทรทัศน์ ภาพยนตร์ เกมคอมพิวเตอร์ หรืออาจจะเป็นรูปภาพการ์ตูน หนังสือ นอกจากนี้คำบอกเล่าด้วยคำพูดหรือข้อมูลที่เขียนเป็นลายลักษณ์อักษรก็เป็นตัวแบบได้

#### กระบวนการเรียนรู้โดยการสังเกต

การเรียนรู้โดยการสังเกต หรือการเลียนแบบประกอบไปด้วย 4 กระบวนการ คือ กระบวนการใส่ใจ กระบวนการเก็บจำ กระบวนการกระทำ และ กระบวนการจูงใจ

- กระบวนการใส่ใจ (Attentional Processes)

เป็นกระบวนการที่มนุษย์ใส่ใจและสนใจรับรู้พฤติกรรมของตัวแบบ การเรียนรู้โดยการสังเกต จะเกิดขึ้นได้มากก็ต่อเมื่อบุคคลใส่ใจต่อพฤติกรรมของตัวแบบ แต่การจะใส่ใจได้มากน้อยเพียงไรนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยหลัก 2 ปัจจัยคือ ปัจจัยเกี่ยวกับตัวแบบ และปัจจัยเกี่ยวกับผู้สังเกต

ปัจจัยเกี่ยวกับตัวแบบ ได้แก่

- ความเด่นชัด ตัวแบบที่มีความเด่นชัดย่อมดึงดูดใจให้คนสนใจได้มากกว่าตัวแบบที่ไม่เด่น
- ความซับซ้อนของเหตุการณ์ เหตุการณ์ที่เกี่ยวข้องกับตัวแบบถ้ามีความซับซ้อนมากจะทำให้ผู้สังเกตมีความใส่ใจน้อยกว่าเหตุการณ์ที่มีความซับซ้อนน้อย
- จำนวนตัวแบบ พฤติกรรมหนึ่ง ๆ หากมีตัวแบบแสดงหลายคนก็เรียกความ

สนใจใส่ใจจากผู้สังเกตได้มาก หรือการมีตัวแบบที่หลากหลายก็เรียกความสนใจจากผู้สังเกตได้มากเช่นกัน

- คุณค่าในการใช้ประโยชน์ ตัวแบบที่แสดงพฤติกรรมที่เป็นประโยชน์ต่อผู้สังเกตจะได้รับความสนใจมากกว่าตัวแบบที่เป็นไปในทางตรงข้าม เช่น ผู้ที่สนใจการทำอาหารก็จะให้ความสนใจเป็นพิเศษกับรายการโทรทัศน์ที่สอนการทำอาหาร เป็นต้น

- ความรู้สึกชอบ/ไม่ชอบ ถ้าผู้สังเกตมีความรู้สึกชอบตัวแบบอยู่แล้ว ผู้สังเกตก็จะให้การใส่ใจกับพฤติกรรมของตัวแบบมากกว่า กรณีที่ผู้สังเกตไม่ชอบตัวแบบนั้นเลย ฉะนั้น การโฆษณาสินค้าผ่านสื่อโทรทัศน์จึงมักใช้ตัวแบบที่เป็นชื่นชอบของประชาชนมาเป็นตัวแบบเพื่อชวนให้ประชาชนใช้สินค้าที่โฆษณา โดยคาดหวังให้ประชาชนใส่ใจกับการโฆษณาของตน

ปัจจัยเกี่ยวกับผู้สังเกต ได้แก่

- ความสามารถในการรับรู้ รวมถึงความสามารถในการเห็น การได้ยิน การอ่าน การรู้-รส การรู้ กลิ่น และการสัมผัส ผู้สังเกตที่มีความสามารถในการรับรู้สูงก็มีโอกาสใส่ใจกับตัวแบบได้มากกว่าผู้สังเกตที่มีความสามารถในการรับรู้ต่ำ

- ระดับความตื่นตัว การวิจัยทางจิตวิทยาพบว่าบุคคลที่มีความตื่นตัวระดับปานกลางมีโอกาสน่าสนใจกับพฤติกรรมของตัวแบบได้มากกว่าบุคคลที่มีความตื่นตัวต่ำ เช่น กำลังง่วงนอน หรือมี ความตื่นตัวสูง เช่น กำลังตกใจหรือดีใจอย่างมาก

- ความชอบ/รสนิยมที่มีมาก่อน ผู้สังเกตมักมีความชอบสังเกตตัวแบบบางชนิดมากกว่าตัวแบบบางชนิดอยู่ก่อนแล้ว ดังนั้นตัวแบบที่สอดคล้องกับความชอบของผู้สังเกตก็ทำให้ผู้สังเกตใส่ใจ กับตัวแบบได้มาก เช่น เด็กเล็กชอบดูการ์ตูนมาก ตัวการ์ตูนก็มีโอกาสเป็นตัวแบบให้กับเด็ก ได้มาก ส่วนวัยรุ่นมักชอบตัวแบบที่เป็น นักร้อง นักแสดงยอดนิยม เป็นต้น



### กระบวนการเก็บจำ (Retention Processes)

เป็นขั้นที่ผู้สังเกตบันทึกสิ่งที่ตนสังเกตจากตัวแบบ ไปเก็บไว้ในความจำระยะยาว ซึ่งอาจจะเก็บจำในรูปของภาพหรือคำพูดก็ได้ แบบดูราพบว่า ผู้สังเกตที่สามารถอธิบายพฤติกรรมของตัวแบบออกมาเป็นคำพูด หรือสามารถมีภาพของสิ่งที่ตนสังเกตไว้ในใจ จะเป็นผู้ที่สามารถจดจำสิ่งที่เรียนรู้โดยการสังเกตได้ดีกว่าผู้ที่เพียงแต่ดูเฉย ๆ หรือทำงานอื่นในขณะที่ดูตัวแบบไปด้วย สรุปแล้วผู้สังเกตที่สามารถระลึกถึงสิ่งที่สังเกตเป็นภาพพจน์ในใจ ( Visual Imagery ) และสามารถเข้ารหัสด้วยคำพูด หรือถ้อยคำ ( Verbal Coding ) จะเป็นผู้ที่สามารถแสดงพฤติกรรมเลียนแบบจากตัวแบบได้แม้ว่าเวลาจะผ่านไปนาน และนอกจากนี้ถ้าผู้สังเกตมีโอกาสดูซ้ำได้เห็นตัวแบบแสดงสิ่งที่จะต้องเรียนรู้ซ้ำ ก็จะเป็น การช่วยความจำให้ดียิ่งขึ้น

### กระบวนการกระทำ (Production Processes)

เป็นกระบวนการที่ผู้สังเกตเอาสิ่งที่เก็บจำมาแปลงเป็นการกระทำ ปัจจัยที่สำคัญของกระบวนการนี้คือ ความพร้อมทางด้านร่างกายและทักษะที่จำเป็นจะต้องใช้ในการเลียนแบบของผู้สังเกต ถ้าผู้สังเกตไม่มีความพร้อมก็ไม่สามารถที่จะแสดงพฤติกรรมเลียนแบบได้แบบดูรา กล่าวว่าการเรียนรู้โดยการสังเกตหรือการเลียนแบบไม่ใช่เป็นพฤติกรรมที่ลอกแบบอย่างตรงไปตรงมา การเรียนรู้โดยการสังเกตมีปัจจัยในเรื่อง กระบวนการทางปัญญา ( Cognitive Process ) และความพร้อมทางด้านร่างกายของผู้สังเกต ฉะนั้นในขั้นกระบวนการกระทำ หรือขั้นของการแสดงพฤติกรรมเหมือนตัวแบบของแต่ละบุคคลจึงต่างกันไป ผู้สังเกตบางคนอาจจะทำได้ดีกว่าตัวแบบหรือบางคนก็สามารถเลียนแบบ ได้เหมือนมาก ในขณะที่บางคนก็อาจจะทำได้ไม่เหมือนกับตัวแบบเพียงแต่คล้ายคลึงเท่านั้น หรือบางคนอาจจะไม่สามารถแสดงพฤติกรรมเหมือนตัวแบบเลยก็ได้

- กระบวนการจูงใจ (Motivation Process)

ตามที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อแนวคิดพื้นฐานข้อที่ 2 คือ แบบดูรายแยกความแตกต่างระหว่าง การเรียนรู้ ( Learning ) ออกจาก การกระทำ ( Performance ) นั่นคือเราไม่จำเป็นต้องแสดงพฤติกรรม ทุกอย่างที่ได้เรียนรู้ออกมา เราจะทำหรือไม่ทำพฤติกรรมนั้น ๆ ก็ขึ้นอยู่กับว่าเรามีแรงจูงใจมากน้อยแค่ไหน เช่น เราอาจจะเรียนรู้วิธีการเดินแอโรบิก จากโทรทัศน์ แต่เราก็ไม่ยอมเดินอาจจะเป็นเพราะขี้เกียจ ฯลฯ แต่อยู่มาวันหนึ่ง เราไปเจอเพื่อนเก่าซึ่งทักว่าเราอ้วนมากน่าเกลียด คำประณามของเพื่อนสามารถจูงใจให้เราลุกขึ้นมาเดินแอโรบิก จนลดความอ้วนสำเร็จ เป็นต้น

- การเรียนรู้โดยการหยั่งรู้ (Insight Learning)

นักจิตวิทยาที่สนใจเรื่องการเรียนรู้โดยการหยั่งรู้และทำการทดลองไว้ คือ โคทเลอร์ ได้ทดลองกับลิงชื่อ " สุลต่าน " โดยขังสุลต่านไว้ในกรง และเมื่อสุลต่านเกิดความหิว เพราะถึงเวลาอาหาร โคทเลอร์ได้วางผลไม้ไว้นอกกรงในระยะเวลาที่สุลต่านไม่สามารถเอื้อมถึงได้ด้วยมือเปล่าพร้อมกับวางท่อนไม้ซึ่งมีขนาดต่าง ๆ กันสั้นบ้างยาวบ้าง ท่อนสั้นอยู่ใกล้กรงแต่ท่อนยาวอยู่ห่างออกไป สุลต่านคว้าไม้ท่อนสั้นได้แต่ไม่สามารถเขี่ยผลไม้ได้ สุลต่านวางไม้ท่อนสั้นลงและวิ่งไปมาอยู่สักครู่ ทันใดนั้น " สุลต่าน " ก็จับไม้ท่อนสั้นเขี่ยไม้ท่อนยาวมาใกล้ตัว และหยิบไม้ท่อนยาวเขี่ยผลไม้มากินได้ พฤติกรรมของสุลต่านไม่มีการลองผิดลองถูกเลย โคทเลอร์จึงได้สรุปว่า สุลต่านมีการหยั่งรู้ ( Insight ) ในการแก้ปัญหาคือมองเห็นความสัมพันธ์ของไม้ท่อนสั้นและท่อนยาวและผลไม้ได้

จากการทดลองของโคทเลอร์ ได้ข้อสรุปเกี่ยวกับการเรียนรู้โดยการหยั่งรู้ไว้ดังนี้

1. แนวทางการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาของผู้เรียนมักจะเกิดขึ้นทันทีทันใดจึงเรียกว่า Insight
2. การที่จะมีความสามารถเรียนรู้แก้ปัญหาอย่างทันทีทันใดได้นั้น ผู้เรียนจะต้องมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทำนองเดียวกันมาก่อน เพราะจะช่วยทำให้มองเห็นช่องทางในการแก้ปัญหาแบบใหม่ได้

3. นอกเหนือจากประสบการณ์เดิมแล้ว ผู้เรียนจะต้องมีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์ต่างๆ เพราะการที่มีความสามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งต่างๆ นี้เอง จะมีส่วนช่วยให้ผู้เรียนมีการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ความสามารถดังกล่าวนี้จำเป็นอย่างยิ่งที่ผู้เรียนจะต้องมีระดับสติปัญญาดีพอสมควร จึงสามารถแก้ปัญหาโดยการหยั่งรู้ได้

### 2.3.3 ทฤษฎีการเรียนรู้ของกาเย่ (Gagne)

#### 2.3.3.1 ทฤษฎีการเรียนรู้ 8 ขั้นของกาเย่

- การจูงใจ (Motivation Phase) การคาดหวังของผู้เรียนเป็นแรงจูงใจในการเรียนรู้
- การรับรู้ตามเป้าหมายที่ตั้งไว้ (Apprehending Phase) ผู้เรียนจะรับรู้สิ่งที่สอดคล้องกับความตั้งใจ
- การปรุงแต่งสิ่งที่รับรู้ไว้เป็นความจำ (Acquisition Phase) เพื่อให้เกิดความจำระยะสั้นและระยะยาว
- ความสามารถในการจำ (Retention Phase)
- ความสามารถในการระลึกถึงสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้ว (Recall Phase)
- การนำไปประยุกต์ใช้กับสิ่งที่เรียนรู้ไปแล้ว (Generalization Phase)
- การแสดงออกพฤติกรรมที่เรียนรู้ (Performance Phase)
- การแสดงผลการเรียนรู้กลับไปยังผู้เรียน (Feedback Phase) ผู้เรียนได้รับทราบผลเร็วจะทำให้มีผลดีและประสิทธิภาพสูง

#### 2.3.3.2 องค์ประกอบที่สำคัญที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้จากแนวคิดนักการศึกษา กาเย่

- ผู้เรียน (Learner) มีระบบสัมผัส และระบบประสาทในการรับรู้
- สิ่งเร้า (Stimulus) คือ สถานการณ์ต่างๆ ที่เป็นสิ่งเร้าให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้
- การตอบสนอง (Response) คือ พฤติกรรมที่เกิดขึ้นจากการเรียนรู้

### 2.3.4 ทฤษฎีแห่งการสร้างสรรค์ด้วยปัญญา (Constructionism)

ทฤษฎีแห่งการสร้างสรรค์ด้วย ของ ศาสตราจารย์เซอรั่มัวร์ พาเพิร์ต (Seymour Papert) จากสถาบันเทคโนโลยีแมสซาชูเซตส์ (Massachusetts Institute of Technology) ประเทศสหรัฐอเมริกา

#### 2.3.4.1 ความหมายและสาระสำคัญของทฤษฎีการสร้างสรรคด้วยปัญญา

ผู้เรียนสามารถสร้างความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในสภาพแวดล้อม การดำรงชีวิตได้ด้วยตนเอง ด้วยการนำเสนอเพื่อสร้างประสบการณ์โดยใช้ คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือ ที่สามารถนำมาใช้ประกอบการเรียนการสอนได้ ทำให้ ผู้เรียนเรียนได้เข้าใจมากยิ่งขึ้นและเปลี่ยนกรอบความคิดของครูจากเดิม ซึ่งเน้นการ สอนไปเป็นการให้อิสระแก่ผู้เรียน ได้ร่วมเรียนรู้เป็นอิสระในการเรียนโดยพึ่งพา ตนเอง

สาระสำคัญของทฤษฎีแห่งการสร้างสรรค์ด้วยปัญญา คือการที่ผู้เรียนเป็นฝ่าย สร้างความรู้ขึ้นด้วยตนเอง มิใช่ได้มาจากครูและในการสร้างความรู้ที่ผู้เรียนจะต้อง ลงมือสร้างสิ่งใดสิ่งหนึ่งขึ้นมา เช่น การสร้างสิ่งจำลอง การสร้างสิ่งที่จับต้องสัมผัส ได้ทำให้ผู้อื่นมองเห็นได้ จะมีผลทำให้ผู้เรียนต้องใช้ความคิด มีความกระตือรือร้น มี ความรับผิดชอบต่อการเรียนรู้ของตนเอง เพื่อให้เกิดการสร้างสรรคความคิด

#### 2.3.4.2 หลักสำคัญของทฤษฎีแห่งการสร้างสรรค์ด้วยปัญญา

- การเชื่อมโยงสิ่งที่รู้แล้วกับสิ่งที่กำลังเรียน
- การให้โอกาสผู้เรียนเป็นผู้ริเริ่ม ทำโครงการที่ตนเองสนใจ การสนับสนุน อย่างพอเพียงและเหมาะสมจากครูซึ่งได้รับการฝึกฝน ให้มีความเข้าใจ กระบวนการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง
- เปิดโอกาสให้มีการแลกเปลี่ยนความคิด นำเสนอผลการวิเคราะห์ กระบวนการเรียนรู้อย่างลึกซึ้ง
- ให้เวลาทำโครงการอย่างต่อเนื่อง

การแสดงความคิดและผลงานของตนเองให้คนอื่น ๆ รับทราบ และร่วม พิจารณาให้ข้อเสนอแนะนั้น เป็นการส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ร่วมกัน การยอมรับใน ความแตกต่างทางความคิดและผลงานที่ปรากฏ และควรได้รับการสนับสนุนให้ทำ

อย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ผู้เรียนแต่ละคนมีโอกาสดังกล่าวที่จะพัฒนาความสามารถของตนเองให้เป็นผลสำเร็จ

### 2.3.5 ทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญา (Theory of Cognitive Development)

ผู้คิดทฤษฎีคือ พียาเจต์ (Jean Piaget) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาจะเริ่มตั้งแต่เด็กที่มีอายุ 7 - 11 ปี ซึ่งมีความสามารถที่จะอ้างอิงด้วยเหตุผลไม่ขึ้นกับการรับรู้ด้วยรูปร่างเท่านั้น สามารถแบ่งกลุ่มด้วยเกณฑ์หลาย ๆ อย่างและคิดย้อนกลับได้ สามารถแก้ปัญหาที่มีการดำเนินการที่ย่งยากได้ แต่ยังเป็นปัญหาที่เป็นรูปธรรมอยู่ ต่อมาถึงระดับการพัฒนาการก็จะเป็นกลุ่มของเด็กที่มีอายุ 12 - 14 ปี จะมีความสามารถในการหาเหตุผลดีขึ้นและสามารถคิดแก้ปัญหาที่ซับซ้อนได้ เด็กวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีความจริง หรือสิ่งที่เป็นนามธรรมชนิดสลับซับซ้อนได้

แต่เนื่องจากเด็กผู้เรียนในระดับประถมศึกษาปีที่ 6 นั้นมีอายุอยู่ในช่วงตอนปลายของกลุ่มแรก คือ อายุ 7 - 11 ปี หรืออยู่ในช่วงต้นของกลุ่มที่มีอายุ 12 - 14 ปี ซึ่งตามทฤษฎีพัฒนาการตามสติปัญญาของพียาเจต์ จะเห็นว่า ผู้เรียนในระดับนี้เริ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาแล้ว ดังนั้นผู้วิจัยจึงเชื่อว่าเด็กในระดับนี้น่าที่จะรับหรือเรียนรู้ในการฝึกเพื่อพัฒนาทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหาได้ และถ้าพวกเขามีความสามารถหรือมีทักษะในการแก้ปัญหาแล้ว จะเป็นประโยชน์ในการศึกษาต่อในระดับมัธยมศึกษาหรือในระดับสูงต่อไป การที่จะฝึกให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหานั้น กิจกรรมการเรียนการสอนและบทบาทของผู้สอนนั้น นับว่าสำคัญต่อการที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้สอนสามารถช่วยให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาได้ โดยการเลือกปัญหาที่เหมาะสมให้ผู้เรียนทำ ประเมินความเข้าใจและการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ของผู้เรียน ผู้สอนควรมีเครื่องมือหรืออุปกรณ์ที่ช่วยในการสอนการแก้ปัญหา

ซึ่งจากความสำคัญที่กล่าวมาและทฤษฎีต่าง ๆ ต่างให้ความสำคัญเกี่ยวกับทักษะในการแก้ปัญหา การคิดวิเคราะห์ และการใช้เหตุผลเป็นอย่างมาก แต่ในปัจจุบันความสามารถในการแก้ปัญหของเด็กไทยยังไม่พัฒนาเท่าที่ควร ทั้งที่การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่สำคัญ กระบวนการหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังไม่มีเครื่องมือที่จะพัฒนาความสามารถ

ในการแก้ปัญหาที่เด่นชัด ดังนั้นจึงถือเป็นเรื่องสำคัญที่เราควรให้ความสำคัญต่อการพัฒนาทักษะดังกล่าว เช่น การพัฒนาของสื่อการเรียนการสอนที่สามารถใช้ในการฝึกฝนทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นประถมศึกษา โดยผู้จัดสร้างสื่อการเรียนการสอนนี้ได้ยึดหลักการตามนักการศึกษา ซึ่งกล่าวถึงการสอนการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง คือ “ การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญหการสอนการปัญหา การสอนโดยการใช้ปัญหา ” เป็นหลักสำคัญประการหนึ่ง เพื่อการพัฒนาเด็กและเยาวชนอย่างดีที่สุด

### **2.3.6 ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์**

ได้มีผู้ให้ทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญๆ ไว้ 3 ทฤษฎี คือ [5]

#### **2.3.6.1 ทฤษฎีแห่งการฝึกฝน (Drill Theory)**

ทฤษฎีนี้เน้นในเรื่องการฝึกฝนให้ทำแบบฝึกหัดมาก ๆ จนกว่านักเรียนจะเกิดความเคยชินต่อวิชาการนั้น ๆ ทฤษฎีนี้เชื่อว่าการฝึกฝนมีความจำเป็นมากในการสอนคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตามทฤษฎีนี้ยังมีข้อบกพร่องอยู่หลายประการคือ

1. เป็นทฤษฎีที่นักเรียนจะต้องท่องจำสูตร กฎ มากมาย ซึ่งเป็นเรื่องยากและน่าเบื่อสำหรับนักเรียน
2. นักเรียนจะขาดความเข้าใจในสิ่งที่เรียน เป็นเหตุให้เกิดความลำบากและสับสนในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และยังทำให้ผู้เรียนลืมสิ่งที่เรียนไปแล้วง่าย

#### **2.3.6.2 ทฤษฎีแห่งการเรียนรู้โดยเหตุบังเอิญ (Incidental Learning Theory)**

ทฤษฎีนี้มีความเชื่อว่า นักเรียนจะเรียนคณิตศาสตร์ได้ดี เมื่อนักเรียนเกิดความต้องการหรืออยากรู้เรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เกิดขึ้น ซึ่งในทางปฏิบัติแล้วเหตุการณ์เช่นนี้จะไม่เกิดขึ้นบ่อยนัก ดังนั้นทฤษฎีนี้จึงมักจะเกิดขึ้นเป็นครั้งคราวเมื่อมีเหตุการณ์ที่เหมาะสมและเป็นที่น่าสนใจของเด็กเท่านั้น

#### **2.3.6.3 ทฤษฎีแห่งความหมาย (Meaningful Theory)**

ทฤษฎีนี้เน้นการคิดคำนวณกับความเป็นอยู่ในสังคมของนักเรียนเป็นหลักและมีความเชื่อว่า นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้ในสิ่งที่เรียนได้ดี เมื่อสิ่งที่เรียนนั้นมีความหมายต่อตัวนักเรียนเอง และเป็นเรื่องที่นักเรียนรู้จักคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน

### 2.3.7 หลักการสอนคณิตศาสตร์

กลุสฮานค์และเซฟฟีลด์ ( Cruiskhank และ Sheffield ) ได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า หลักการสอนคณิตศาสตร์ที่สำคัญจะต้องช่วยพัฒนาผู้เรียนใน 3 ด้านต่อไปนี้ [6]

- **การพัฒนามโนคติทางคณิตศาสตร์ (Developing Concepts)**

มโนคติทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งจำเป็นอย่างมาก ที่ผู้สอนจะต้องทำให้ผู้เรียนเข้าใจเสียก่อน เพราะหากผู้เรียนไม่เข้าใจมโนคติทางคณิตศาสตร์เรื่องนั้นๆ ก่อนแล้ว ผู้สอนจะไม่สามารถทำให้ผู้เรียนเข้าใจขั้นตอนต่อไปของการสอนได้อย่างแท้จริง

- **การพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ (Developing and Practicing Skills)**

การพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การทำให้ผู้เรียนเข้าใจในวิธีการกระบวนการขั้นตอน ตลอดจนสัญลักษณ์ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวิธีการ กระบวนการขั้นตอน หรือสัญลักษณ์ ที่กล่าวถึงนี้มีความเกี่ยวข้องสัมพันธ์กับมโนคติเสมอ ผู้สอนควรพยายามทำให้ผู้เรียนเกิดความเข้าใจอย่างแท้จริง ไม่ใช่การท่องจำเอาเท่านั้น

- **การพัฒนาทักษะการแก้โจทย์ปัญหา**

การเรียนคณิตศาสตร์ คือ การแก้ปัญหา การแก้ปัญหาคือเป็นกระบวนการ ผู้เรียนจะต้องพัฒนาเทคนิควิธีในการแก้ปัญหาคด้วยตัวเอง บทบาทของครูคือเป็นผู้ช่วยชี้แนะแนวทางให้นักเรียนสามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาผู้เรียนให้เป็นผู้ที่สามารถ ดำรวจ คิดค้น แก้ปัญหาคด้วยตนเอง โดยคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

การสร้างบรรยากาศของความประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาค

เพื่อไม่ให้ผู้เรียนล้มเหลวในการแก้ปัญหาคตั้งแต่ต้นในการเรียน ผู้สอนควรเลือกปัญหาคง่าย ๆ ให้นักเรียนแก้ปัญหาคก่อน และเมื่อนักเรียนประสบความสำเร็จในครั้งแรกแล้วจะเกิดมีกำลังใจและตั้งใจมากขึ้นในการแก้ปัญหาคที่ยากและซับซ้อนต่อไป

สนับสนุนให้ผู้เรียนแก้ปัญหาค

ทักษะการแก้ปัญหาค จะต้องฝึกฝนด้วยตนเองบ่อย ๆ และสม่ำเสมอ ผู้สอนจะต้องหาปัญหาคหรือสร้างปัญหาคที่น่าสนใจให้แก่ผู้เรียน เพราะปัญหาคที่น่าสนใจนั้น คือ สิ่งที่จะกระตุ้นให้ผู้เรียนสนใจ และเกิดความอยากแก้ปัญหาคนั้น ๆ การสร้างปัญหาคที่น่าสนใจนั้น ผู้สอนอาจดัดแปลงมาจากโจทย์ในแบบเรียนโดยเปลี่ยนชื่อในแบบเรียนเป็นชื่อของการ์ตูนที่เด็ก ๆ ชื่นชอบ หรืออาจใส่ชื่อผู้เรียนในสถานการณ์ปัญหาคก็ได้

### ให้นักเรียนมีโอกาสสร้างปัญหาด้วยตนเอง

การให้โอกาสผู้เรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง จะช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้ดีขึ้น และจะสามารถแก้ปัญหาได้ดี ทั้งนี้เพราะการที่ผู้เรียนสามารถสร้างปัญหาได้เอง เขาต้องรู้โครงสร้างของปัญหาเป็นอย่างดีว่าประกอบด้วยส่วนประกอบที่จำเป็นอะไรบ้าง นอกจากนี้ยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิด และสัมพันธ์ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์กับปัญหาในชีวิตประจำวันของเขา ในการให้ผู้เรียนสร้างปัญหาด้วยตนเอง อาจทำได้โดยผู้สอนกำหนดจำนวนให้แล้วให้ผู้เรียนสร้างสถานการณ์จากจำนวนนั้น ๆ

สุดท้ายได้กล่าวถึงหลักการสอนคณิตศาสตร์ไว้ว่า การสอนคณิตศาสตร์จะประสบผลสำเร็จได้ ผู้สอนต้องช่วยพัฒนาเด็กในด้านต่อไปนี้

- ความรู้ ความเข้าใจในมโนคติทางคณิตศาสตร์ (Conceptual)
- วิธีการ กระบวนการ ขั้นตอน และสัญลักษณ์ (Procedural)
- เชื่อมโยง ความเข้าใจในมโนคติ กับวิธีการ กระบวนการ และสัญลักษณ์

การเชื่อมโยงระหว่างมโนคติกับวิธีการ จะทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจอย่างถ่องแท้ หรือความเข้าใจแบบ Relation Understanding ซึ่งหากผู้สอนสามารถพัฒนาให้เด็กเกิด Relation Understanding จะทำให้นักเรียนเข้าใจได้ง่าย และมีความคงทนในการเรียนรู้ และนำไปสู่การเรียนรู้หรือความคิดใหม่ด้วยตนเอง ตลอดจนสามารถช่วยในการเรียนมโนคติ และวิธีการใหม่ ๆ ได้ดียิ่งขึ้น การสอนเพื่อพัฒนาให้นักเรียนเกิด Relation Understanding อาจทำได้โดย

ผู้สอนควรใช้สื่อประกอบการเรียนการสอนให้มาก เพราะผู้เรียนในระดับประถมยังอยู่ในขั้นเข้าใจในสิ่งที่ป็นรูปธรรม (Concrete Operational Stage) แต่คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ป็นนามธรรม จึงเป็นการยากที่จะเข้าใจได้ และสื่อก็เป็นสิ่งหนึ่งที่จะช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ สื่อที่ผู้สอนนำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนควรหลากหลาย แปลกใหม่ ไม่ซ้ำซาก

ส่งเสริมให้ผู้เรียนฝึกคิดย้อนกลับไปมา (Reflection Thought) การที่เด็กสามารถคิดย้อนกลับไปมาได้ นั้น แสดงให้เห็นว่าผู้เรียนมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้ ทั้งในด้านมโนคติและวิธีการ ตลอดจนขั้นตอนในการแก้ปัญหา ตัวอย่างในการคิดย้อนกลับ ไปกลับมา



7 มากกว่า 6 อยู่ 1

1 น้อยกว่า 7 อยู่ 6

6 น้อยกว่า 7 อยู่ 1

นอกจากนี้ยังมีวิธีการอื่น ๆ ที่จะสามารถช่วยพัฒนา Relation Understanding ได้อีก เช่น

- ส่งเสริมบรรยากาศการแก้ปัญหา
- ส่งเสริมให้ผู้เรียนตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง
- ส่งเสริมให้ผู้เรียนอธิบายสิ่งที่เข้าใจด้วยภาษาของผู้เรียนเอง
- ส่งเสริมการใช้สัญลักษณ์ในการเรียนการสอน ซึ่งผู้สอนต้องสอนให้ผู้เรียนเข้าใจมโนมติก่อนจึงใช้สัญลักษณ์ มิเช่นนั้น หากผู้สอนใช้สัญลักษณ์ก่อนที่ผู้เรียนจะเข้าใจมโนมติก่อน จะทำให้ผู้เรียนเกิดการท่องจำแบบนกแก้วนกขุนทอง

### 2.3.8 คุณสมบัติของการสอนเพื่อประสิทธิภาพและประสิทธิผล

การสอนที่มีประสิทธิผลนั้นจะต้องมีรูปแบบและกลวิธีที่สามารถดึงดูดผู้เรียน เพื่อสามารถที่จะถ่ายทอดความรู้ให้กับผู้เรียนให้ได้มากที่สุด โดยการสอนคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นจะต้องประกอบไปด้วยรูปคุณสมบัติดังต่อไปนี้ [4]

- การสอนโดยใช้เกม

การสอนโดยการนำเกมเข้ามาช่วยนั้น เป็นการดึงดูดความสนใจและเป็นกลวิธีที่ทำให้ผู้เรียนสามารถทำการเรียนรู้ได้ระยะเวลานานขึ้น

- การสอนแบบค้นพบความรู้

เป็นวิธีการสอนที่ผู้เรียนค้นพบคำตอบหรือความรู้ด้วยตนเอง คำว่าค้นพบความรู้ไม่ได้หมายความว่าผู้เรียนเป็นคนค้นพบความรู้หรือคำตอบนั้นเป็นคนแรก สิ่งที่ค้นพบนั้นจะมีผู้ค้นพบมาก่อนแล้วและผู้เรียนก็ค้นพบความรู้หรือคำตอบนั้นด้วยตนเอง ไม่ใช่ทราบจากการบอกเล่าของคนอื่นหรือจากการอ่านคำตอบที่มีผู้เขียนไว้ ในการใช้วิธีสอนแบบนี้ผู้สอนจะสร้างสถานการณ์ในรูปที่ผู้เรียนจะเผชิญกับปัญหา ในการแก้ปัญหานั้นผู้เรียนจะใช้ข้อมูลและปฏิบัติในลักษณะตรงกับธรรมชาติของวิชาและปัญหานั้น

- การสอนแบบแก้ปัญหา

เป็นวิธีสอนที่ใช้วิธีการทางวิทยาศาสตร์ โดยใช้ทั้งการแก้ปัญหามาของ จอห์น ดิวอี้ (John Dewey) อันได้แก่

1. ให้นิยามปัญหา
2. ตั้งสมมติฐาน
3. รวบรวม ประเมิน จัดระบบ และตีความหมายข้อมูล
4. สรุปผล
5. ตรวจสอบผลสรุป

- การสอนโดยใช้สื่อดิจิทัล

การสอนโดยใช้สื่อดิจิทัล (Audio – Visual Media) หมายถึง การสอนโดยใช้ อุปกรณ์การสอนต่าง ๆ เช่น รูปภาพ สไลด์ ภาพยนตร์ วิทยุทัศน์ หุ่นจำลอง เทปบันทึกเสียง เครื่องฉายภาพข้ามศีรษะ เป็นต้น

- การสอนโดยใช้คำถาม

เป็นการสอนที่ผู้สอนป้อนคำถามให้ผู้เรียนตอบ อาจตอบเป็นรายบุคคลหรือตอบเป็น กลุ่มย่อย หรือตอบทั้งชั้น การตอบใช้วิธีพูดตอบผู้สอนจะพิจารณาคำตอบแล้วให้ข้อมูล สะท้อนกลับ หรือถามคนอื่นหรือกลุ่มอื่นจนกว่าจะได้คำตอบที่ถูกต้องเหมาะสม

คุณสมบัติการสอนหลากหลายวิธีดังกล่าวมาแล้ว เป็นเพียงแนวทางการสอนที่มีผู้ค้น คิดขึ้น ซึ่งผู้สอนเองจะต้องทำความเข้าใจและเลือกใช้ ประยุกต์ใช้ ปรับปรุงและพัฒนาให้ เหมาะสมกับเนื้อหาสาระของการสอนผู้เรียน วัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม เวลา เครื่องมือ บรรยากาศ สถานที่ และข้อจำกัดต่าง ๆ รวมถึงความถนัดของผู้สอน แต่ทั้งนี้ในการเลือกใช้ที่ ดีควรจะผสมผสานหลายเทคนิคที่เหมาะสมเข้าด้วยกัน จะก่อให้เกิดประสิทธิภาพและ ประสิทธิภาพสูงสุด

## 2.4 กลุ่มความหมาย หลักการ และลักษณะของโจทย์ปัญหาของคณิตศาสตร์ที่ดี [14]

### 2.4.1 ความหมายของปัญหาคณิตศาสตร์

ปัญหา คือ สถานการณ์ที่เราต้องแก้ไขหรือหาทางออกของปัญหา แต่ในการแก้ไข หรือหาทางออกอาจจะมีอุปสรรคที่อาจทำให้ไม่สามารถจะหาทางออกได้

ผู้แก้ปัญหาคือ บุคคลที่เผชิญกับปัญหาและรู้เป้าหมายที่ต้องบรรลุ เพื่อแก้ปัญหานั้นๆ แต่อาจยังไม่มีเครื่องมือหรือวิธีการใด ๆ อันจะสามารถนำไปสู่เป้าหมายได้

ปรีชา เนาว์เย็นผล กล่าวไว้ว่า “ ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบ ซึ่งบุคคลต้องใช้ สารความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อน และไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด แต่ต้องใช้ทักษะความรู้และประสบการณ์หลายๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหา และเวลาบางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคนแต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่น ๆ ก็ได้ ” ดังนั้นปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงหมายถึง คำถามหรือสถานการณ์ที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้ตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ทันทีแต่ต้องใช้ความรู้ ประสบการณ์และทักษะในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มาประมวลเข้าด้วยกัน เพื่อกำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบนั้น ๆ

#### 2.4.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

##### 2.4.2.1 เมื่อพิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา (โดยโพธยา)

- ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find)

เป็นปัญหาในการค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

- ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove)

เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผล ว่า ข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์

##### 2.4.2.2 เมื่อพิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหาและความซับซ้อนของปัญหา (โดยบาร์ดี)

- ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาย่างง่าย (Simple Problem)

เป็นปัญหาขั้นเดียว (Simple (One Step) Translation Problems) เป็นปัญหาที่ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเดียว และสามารถแก้ปัญหานั้นโดยตรง

- **ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem)** แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะดังนี้
  - **ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายชั้น (Complex Translation Problem)** เป็นปัญหาที่ต้องประยุกต์ใช้ในการดำเนินทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 2 การดำเนินการขึ้นไปในการแก้ปัญหา
  - **ปัญหาที่ต้องปรับใช้สิ่งอื่นของปัญหา (Other Modification of Translation Problem)** เป็นการรวบรวมปัญหาหลายชั้นและชั้นเดียวแล้วเปลี่ยนเป็นวิธีการอื่นๆ เพื่อต้องการความคิดวิเคราะห์ ได้แก่ ปัญหาที่ต้องการหาองค์ประกอบที่ผิดหรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ ปัญหาที่ต้องการประยุกต์คำตอบ ปัญหาที่ให้ข้อมูลมาก ๆ หรือข้อมูลน้อย ๆ หรือข้อมูลที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี ปัญหาที่ต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ปัญหาที่ต้องใช้ความอดทนในการแก้ปัญหา
  - **ปัญหากระบวนการ (Process Problem)** เป็นปัญหาที่ต้องใช้ยุทธวิธีต่างๆ ในการแก้ปัญหา
  - **ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem)** เป็นปัญหาที่มีเทคนิคและต้องการความลึกซึ้ง เป็นปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาประเภทนี้จะทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทาย
  - **ปัญหาเฉพาะที่ไม่ระบุเป้าหมาย (Nongoal - Specific Problem)** ปัญหาประเภทนี้มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขคำตอบ
  - **ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem)** ขยายจากสถานการณ์ในชีวิตจริง
  - **ปัญหายุทธวิธี (Strategy Problem)** กำหนดจุดมุ่งหมายที่จะต้องแก้ ผู้เรียนบางคนอาจจะมุ่งไปที่คำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ แต่ปัญหาประเภทนี้จะช่วยระบุหรือเน้นยุทธวิธีที่จะช่วยทำให้เข้าใจปัญหาและการแก้ปัญหา

#### 2.4.2.3 เมื่อพิจารณาตามลักษณะของปัญหา

บิตเตอร์ แฮตฟิลด์ และเอ็ดเวิร์ด (Bitter Hatfield and Edwards) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 3 ลักษณะ ดังนี้

- **ปัญหาปลายเปิด (Open – Ended)**

เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

- **ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery)**

ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้ายแต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบ

- **ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided Discovery)**

เป็นปัญหาที่เป็นลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ไขปัญหา ผู้เรียนไม่รู้สึกล้มเหลวในการหาคำตอบ

จากข้อมูลทั้งหมดที่แสดงข้างต้นนี้ เราจะสามารถสรุปปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ

- **ปัญหาธรรมดา**

เป็นปัญหาที่ผู้แก้ปัญหาค้นเจอกับโครงสร้างของปัญหามาก่อน มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน และใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาในหนังสือเรียน

- **ปัญหาไม่ธรรมดา**

ซึ่งมีโครงสร้างที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีก้นกับปัญหาที่จะแก้ ต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่าง พร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหามาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

#### 2.4.3 ลักษณะของปัญหาของคณิตศาสตร์ที่ดี

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีนั้น ควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

- ทำทายความสามารถของผู้เรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไปอาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไปผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

- สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของผู้เรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหา และรับรู้ได้ และนอกจากนี้ ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวัน ได้ก็จะดีไม่น้อย
- แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหา นั้นมาก่อน
- มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด
- ใช้ภาษาที่กระชับและรัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้ผู้เรียนต้องมีปัญหากับภาษาที่ใช้ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

ดังคำนิยามของครูลิกและรูดนิค (Krulik and Rudnick) กล่าวไว้ว่า ปัญหาที่ดีต้องมีสิ่งต่อไปนี้

- การหาคำตอบของปัญหาที่คืบคลาน ต้องนำไปสู่ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์หรือใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
- ปัญหาจะต้องมีความครอบคลุม หรือเป็นสถานการณ์กว้าง ๆ ที่หลากหลาย

จากคำนิยามข้างต้นนี้เราอาจจะสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีนั้นควรจะต้องเป็นปัญหาที่ท้าทาย เราควมสนใจต่อผู้เรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เหมาะกับระดับของผู้เรียน ภาษาที่ใช้ต้องเข้าใจง่าย มีเงื่อนไขเพียงพอในการหาคำตอบ มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ นำไปสู่ความเข้าใจและการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

#### 2.4.4 กลุ่มทฤษฎีของกระบวนการในการคิดและกลยุทธ์ในการแก้ไขปัญหา

การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่มีความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหา กับผู้แก้ปัญหามาจากการนำประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดมาประยุกต์หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคหรือปัญหาที่เผชิญอยู่ เพื่อหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน

#### 2.4.4.1 กระบวนการแก้ปัญหาตามทฤษฎีของโพลยา

กระบวนการแก้ปัญหา (Problem Solving Process) กระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการที่จะพัฒนาคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาจะช่วยให้ค้นพบวิธีใหม่ ๆ และยังสามารถประยุกต์วิธีการไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ โดยโพลยา นักการศึกษาได้เสนอขั้นตอนของกระบวนการในการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

**ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding The Problem)** พิจารณาว่า อะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหายู่ในรูปแบบใด แล้วยังต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขที่ทำให้เพียงพอจะแก้ปัญหาหรือไม่ มากเกินความจำเป็นหรือขัดแย้งกันเองหรือไม่

**ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a Plan)** เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาคด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหา ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหาสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานั้นหรือไม่ พิจารณาส่งที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน หรือคล้ายกัน โดยพิจารณาว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคู่คุ้นเคยมาใช้กับปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่านปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

**ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying Out The Plan)** เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาคได้

**ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking Back)** เป็นการตรวจสอบที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมาเพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวีธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาคให้กะทัดรัด ชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาคให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้ยังอาจ

ปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไขเพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

#### 2.4.4.2 กระบวนการแก้ปัญหาตามทฤษฎีของเทรัทแมนและลิชเทนเบิร์ก

เทรัทแมนและลิชเทนเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 6 ขั้นตอนดังนี้

- ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา** ผู้แก้ปัญหามustทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาแล้วยังต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้น สิ่งสำคัญคือการตั้งคำถามถามตัวเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง
- ขั้นที่ 2 กำหนดแผนในการปัญหา** กำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนไว้หลาย ๆ แผนจะเป็นประโยชน์ต่อการเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่ดีที่สุด อันส่งผลต่อการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาย่างเหมาะสมที่สุด
- ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน** เป็นขั้นลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้
- ขั้นที่ 4 ประเมินแผนและคำตอบ** ในขั้นนี้จะมีการพิจารณาถึงความเป็นไปได้หรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขในปัญหา เปรียบเทียบผลจากการลองแก้ปัญหาใหม่ด้วยวิธีการอื่น เปรียบเทียบผลของตนเองกับผลของเพื่อน ๆ
- ขั้นที่ 5 ขยายปัญหา** ผู้แก้ปัญหามustค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา การที่จะขยายปัญหาได้นั้น ผู้แก้ปัญหามustเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจน การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดยเขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม เสนอปัญหาใหม่ เพื่อผู้แก้ปัญหามustจะค้นหารูปแบบทั่วไปหรือกฎในการหาคำตอบ
- ขั้นที่ 6 บันทึกการแก้ปัญหา** นักแก้ปัญหามustที่ดีต้องจดบันทึกการแก้ปัญหามustของตนไว้ เพื่อที่จะได้รื้อฟื้นหรือทบทวน อันจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหามustครั้งต่อไป สิ่งที่ต้องจดบันทึก ได้แก่ แหล่งของปัญหา ตัวปัญหามustที่กำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้ หรือสามารถจะนำมาใช้ได้ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหามust



#### 2.4.4.3 กระบวนการแก้ปัญหาตามทฤษฎีของเบลล์ (Bell)

เบลล์ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

- 1) นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
- 2) เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
- 3) ตั้งสมมติฐานและเลือกวิธีดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา
- 4) ตรวจสอบสมมติฐานและดำเนินการแก้ปัญหา เพื่อหาคำตอบหรือชุดคำตอบที่เป็นไปได้
- 5) วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีการซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งโดยทั่วไปแล้วมักนำเสนอขั้นตอนยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ

#### 2.4.4.4 กระบวนการทางความคิดและยุทธวิธีในการแก้ปัญหาด้านคณิตศาสตร์

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาคที่ดีจะมียุทธวิธีในการแก้ปัญหา ที่พร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหามีหลากหลาย นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ไว้ดังนี้ [7] [8] [9] [10]

- ยุทธวิธีหารูปแบบ (Look For a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อนแล้วจึงค้นหาต่อไปอีก
- ยุทธวิธีพิจารณาที่ง่ายกว่า (Examine a Simpler Case) ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนบางปัญหาอาจเริ่มจากการพิจารณากรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน แล้วค่อยสร้างไปยังปัญหาเดิม
- ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a Subgoal) ในการวางแผนแก้ปัญหบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมาก ๆ หรือที่เคยพบมาแล้วอาจกลายเป็นเป้าหมายย่อย ๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้
- ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง (Examine a Related Problem) เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกันซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาใหม่ที่เจอ

- **ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward)** ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้นถ้าเริ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้ายแล้วทำย้อนกลับ
- **ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram)** การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการ แก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างภาพเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการ แก้ปัญหา นอกจากนี้ปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิต ก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาได้
- **การวาดภาพ กราฟและตาราง (Drawing Pictures, Graphs, and Table)** ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็น กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที
- **ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check)** ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจสอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้นแล้วเดาต่อไป
- **ประมาณและตรวจสอบ (Estimation and Check)** เป็นยุทธวิธีในการหาคำตอบที่ใกล้เคียงเพื่อตัดสินใจว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใด ซึ่งคำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบควรทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานสำหรับผู้เรียน
- **ตรวจว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information)** บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป
- **การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data)** ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนี้เลบลง แทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มี ความหมาย

- **พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations)** สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ
- **การสร้างแบบจำลอง (Modeling)** แบบจำลองของปัญหาจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจแนวคิดในการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
- **เขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting)** การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา
- **การลงมือแก้ปัญหา (Acting Out The Problem)** เป็นการลงมือแก้ปัญหาแล้วจึงจะทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น
- **ใช้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Simplifying The Problem)** เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่ผู้เรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ ก่อนที่จะไปแก้ไขปัญหามี ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้สึกในการเลือกการดำเนินการ
- **เอาใจใส่ทุกประเด็นที่เป็นไปได้ (Account For All Possibilities)** ยุทธวิธีนี้ผู้เรียนจะใช้ก่อนที่จะหาคำตอบ ผู้เรียนอาจจะแจกแจงความเป็นไปทั้งหมดโดยนำมาเขียนเป็นรายการหรือสร้างตาราง เหมาะสมสำหรับจำนวนความเป็นไปได้น้อยมาก
- **เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change Your Point of View)** ปัญหาบางปัญหาต้องการให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดคิดความคิดนั้น ดังนั้นต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่

ความรู้ที่สำคัญที่ทำให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดีคือ ความรู้ในเรื่องยุทธวิธีในการแก้ปัญหา โดยสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่หลากหลายได้ ดังนั้นผู้เรียนควรที่จะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาดต่อไป

#### 2.4.4.5 ยุทธวิธีแจงกรณีเป็นไปได้

ยุทธวิธีในการแจงกรณีเป็นไปได้ เป็นยุทธวิธีที่ใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ ที่อาจจะเขียนถึงความเป็นไปได้ทั้งหมด อย่างเป็นระบบระเบียบครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ ป้องกันการเขียนซ้ำซ้อน โดยสร้างเป็นตารางหรือเขียนแจงรายการอย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีต่าง ๆ ที่นำเสนอมีจำนวนจำกัดหรือไม่มากนักหรืออาจเขียนเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบเท่านั้น

#### 2.4.4.6 ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ

ยุทธวิธีในการสร้างตารางหรือกราฟ เป็นการกระทำกับข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบระเบียบ โดยนำมาเขียนลงตาราง โดยอยู่ภายใต้เงื่อนไขหรือข้อมูลของปัญหาเพื่อช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งจะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการในการแก้ปัญหาจะใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อ

- แจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด
- แจงกรณีบางกรณีที่จำเป็นและเพียงพอ
- ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป
- ค้นหาขั้วของความสัมพันธ์

#### 2.4.4.7 ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ

ยุทธวิธีในการเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ใช้ภาพหรือแผนภาพและความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ให้มาในปัญหา เพื่อช่วยในการเข้าใจปัญหาและใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งบางครั้งสามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น

#### 2.4.4.8 ยุทธวิธีการทำย้อนกลับ

ยุทธวิธีในการทำย้อนกลับเป็นยุทธวิธีการคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ การแก้ปัญหาบางปัญหาหากเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาที่กำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยง หรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ ไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการ อาจประสบความสำเร็จในการหาคำตอบปัญหาบางปัญหาจึงต้องเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาต้องการ แล้วหาความเชื่อมโยง

ย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนด ทำให้หาคำตอบของปัญหาได้ง่ายกว่า ยุทธวิธีนี้มีคุณค่าและประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียน เป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการที่จะพัฒนาทักษะการให้เหตุผล

#### 2.4.4.9 ยุทธวิธีการใช้เหตุผล

ยุทธวิธีในการใช้เหตุผลเป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา ประมวลเข้ากับความรู้อะไรและประสบการณ์เดิม จากเหตุไปสู่ผลที่เป็นคำตอบของปัญหา วิธีนี้มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ

#### 2.4.4.10 ยุทธวิธีพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย

ยุทธวิธีในการพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการพิจารณาสถานการณ์ที่ซับซ้อน โดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน หรือแบ่งปัญหาวางออกเป็นส่วน ๆ เพื่อลดระดับความซับซ้อนลง แล้วแก้ปัญหามาจากกรณีที่ยาก ๆ นั้นก่อน แล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหานั้นที่กำหนดให้ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหานั้นเป็นการแก้ปัญหามาโดยอาจจะทำซ้ำ ๆ ก่อนเพื่อให้เห็นภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

#### 2.4.4.11 ยุทธวิธีที่ใช้แบบจำลอง

ยุทธวิธีในการใช้แบบจำลอง การสร้างแบบจำลองแทนปัญหาโดยใช้ของจริง วัสดุรูปภาพหรือใช้ตัวค้นแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และช่วยกำหนดแนวคิดในการแก้ปัญหามา การสร้างแบบจำลองของปัญหาทำให้เข้าใจมโนคติการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหามา

ในการแก้ปัญหานั้น ขั้นตอนที่ดีที่มีความสำคัญมากที่สุด คือ ขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหามา เพราะผู้แก้ปัญหามาต้องใช้ทั้งทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่มาประมวลเข้ากับข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหามา ซึ่งถ้าผู้เรียนได้รับการฝึกฝนอยู่อย่างสม่ำเสมอจนมีทักษะในการ

แก้ปัญหาย่อย และเมื่อต้องเผชิญกับปัญหาอีกก็จะสามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้เหมาะสมสอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหานั้น ๆ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปัญหาหนึ่ง ๆ สามารถแก้ได้โดยยุทธวิธีที่หลากหลาย อาจใช้เพียงยุทธวิธีเดียวหรือหลายยุทธวิธีประกอบกันก็ได้ ผู้เรียนต้องเรียนรู้และเข้าใจยุทธวิธีที่หลากหลาย ดังนั้นในการแก้ปัญหาย่อยอย่างลึกซึ้ง จึงจะต้องสะสมยุทธวิธีต่าง ๆ ไว้ให้มากเพื่อการเลือกนำมาใช้ออกมาได้อย่างเหมาะสมต่อไป

## 2.5 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหของผู้เรียน มีดังนี้

โดยข้อมูลจากสมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา [11]

### 1) ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียนจะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง ผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจกับปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

### 2) ทักษะในการแก้ปัญหาย่อย

เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาย่อยแล้ว ย่อมมีโอกาที่จะพบปัญหาต่าง ๆ หลายรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึงหรือแตกต่างกัน การเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการสั่งสมประสบการณ์ในการแก้ปัญหาย่อย ทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาย่อยได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

### 3) ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล

เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหาและวางแผนการปัญหาย่อยเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ซึ่งบางปัญหาย่อยต้องใช้การคิดคำนวณ บางปัญหาย่อยต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล

ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน

### 4) แรงขับ

ในการแก้ปัญหาย่อยผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่ ปัญหาที่ไม่เคยพบเจอมาก่อน ปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึง

จำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

#### 5) ความยืดหยุ่น

การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบ การแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคย แต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหา โดยการบูรณาการความเข้าใจ ทักษะ และความสามารถ ในการแก้ปัญหาให้มีประสิทธิภาพ

#### 6) ความรู้พื้นฐาน

ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมีความรู้พื้นฐานที่ดีพอ สามารถนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหาระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาคงจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

#### 7) การอบรมเลี้ยงดู

ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้โอกาสแสดงความคิดเห็น คิดและตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่าผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงแบบปล่อยปละละเลยหรือเข้มงวดเกินไป

#### 8) วิธีสอนของผู้สอน

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผล ให้ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหามากกว่าแบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอนแต่เพียงฝ่ายเดียว และนอกจากนี้การจัดสภาพแวดล้อมก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน เช่นกัน รวมทั้งการจัดสภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียนด้วย คือ

- เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึของผู้เรียน
- ให้อเวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

- ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน
- ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ลงมือใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคำถาม
- ให้ผู้เรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

## 2.6 วิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

เป้าหมายของการพัฒนา คือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

- 1) การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนอ่านโจทย์อย่างละเอียด แล้วทำความเข้าใจ จินตนาการสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็นส่วน ๆ โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถตอบคำถามต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบ ต่อไปจึงให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจตนเอง
- 2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการ ให้ผู้เรียนบอกความหมายอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือเทคนิคอื่น ๆ เพื่อสร้างความกระจ่างชัดและเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหา ให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

สมเดช บุญประจักษ์ นักการศึกษา ได้กล่าวไว้ว่า “ การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักประมาณคำตอบโดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ”

กอนซาเลส (Gonzales) ได้ให้ความเห็นว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแสดงแนวคิด ไม่เข้มงวด เอาจริง เอาจริงจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้าผู้เรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาด หรือกลัวถูกหัวเราะ



เขาจากเพื่อนผู้เรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้นผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระ เป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผล และสื่อสารกัน

ดังนั้นเราจึงสามารถสรุปได้ว่า แนวทางที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาที่นำมาใช้ บรรยากาศในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้แสดงความคิด เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา และการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้สอน เป็นต้น

## 2.7 ความสำคัญของเทคโนโลยีที่มีผลต่อการศึกษา [12]

การศึกษาทฤษฎีการเรียนรู้กับเทคโนโลยีทางการศึกษาในปัจจุบันนั้น ถือว่ามีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากจะเป็นแรงจูงใจที่สำคัญที่ทำให้เด็กและเยาวชนเกิดความสนใจในการเรียนรู้

อาจารย์เอกวิทย์ แก้วประดิษฐ์ ได้กล่าวถึงหลักการและแนวคิดทฤษฎีการเรียนรู้มีความสัมพันธ์กับหลักการเทคโนโลยีทางการศึกษา และการนำสื่อการเรียนการสอนมาใช้ ดังนี้

- **หลักการจูงใจ** เทคโนโลยีทางการศึกษาและสื่อจะมีพลังจูงใจที่สำคัญในกิจกรรมการเรียนการสอนเพราะเป็นสิ่งที่สามารถผลักดัน ส่งเสริมและเพิ่มพูนกระบวนการจูงใจที่มีอิทธิพลต่อความสนใจ ความปรารถนา ความต้องการ และความคาดหวังของผู้เรียน
- **การพัฒนาโน้ตส่วนตัวบุคคล** วัสดุการเรียนการสอนจะช่วยส่งเสริมความคิดความเข้าใจแก่ผู้เรียนของแต่ละบุคคล ดังนั้นการเลือกผลิตและการใช้วัสดุในการเรียนการสอนควรจะต้องสัมพันธ์กับความสามารถของผู้สอนและผู้เรียน ตลอดจนจุดมุ่งหมายของการเรียนที่กำหนด
- **กระบวนการเลือกและสอนด้วยสื่อและเทคโนโลยี** ความสัมพันธ์ระหว่างการปฏิบัติเกี่ยวกับสื่อจะเป็นลูกโซ่ในกระบวนการเรียนการสอน ดังนั้น การเลือก การใช้ การตอบสนอง และผลผลิตจึงต้องพิจารณาเป็นแผนรวมเพื่อสนองความต้องการ และประสบการณ์เดิมของผู้เรียนอย่างสอดคล้อง
- **การจัดระเบียบประสบการณ์เทคโนโลยีทางการศึกษา** ผู้เรียนจะเรียนได้ดีจากสื่อและเทคโนโลยีที่จัดระเบียบเป็นระบบและมีความเหมาะสมตามความสามารถของผู้เรียน

- **การมีส่วนร่วมและการปฏิบัติ** ผู้เรียนต้องการมีส่วนร่วมและการปฏิบัติด้วยตนเองมากที่สุดจากกิจกรรมการเรียนการสอน เพราะเป็นหนทางที่จะทำให้สามารถพัฒนาการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ ดังนั้นการจัดสื่อและเทคโนโลยีควรคำนึงถึงหลักการเหล่านี้
- **การฝึกซ้ำและการเปลี่ยนแปลงสิ่งเร้าบ่อยๆ** สื่อการเรียนการสอนที่สามารถส่งเสริมการฝึกซ้ำและการเปลี่ยนแปลงสิ่งเร้าอยู่เสมอจะช่วยส่งเสริมความเข้าใจ เพิ่มความคงที่ใน การจำ ชั่วความสนใจ และทำให้เกิดรูปแบบการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์อย่างกว้างขวาง
- **อัตราการเรียนรู้ในการเรียนการสอนนั้น** ควรมีอัตราหรือช่วงเวลารอบรู้ข้อมูลความรู้ต่างๆ จะต้องมีความสอดคล้องกับความสามารถ อัตราการเรียนรู้ และประสบการณ์ของผู้เรียน
- **ความชัดเจน ความสอดคล้อง ความเป็นผล** สื่อมีลักษณะชัดเจนสอดคล้องกับความต้องการและสัมพันธ์กับผลที่พึงประสงค์ของผู้เรียนจะทำให้เกิดการเรียนรู้ได้ดี
- **การถ่ายโยงที่ดี** โดยที่การเรียนรู้แบบเก่าไม่อาจถ่ายโยงไปสู่การเรียนรู้ใหม่ได้อย่างอัตโนมัติ จึงควรจะต้องสอนแบบถ่ายโยงเพราะผู้เรียนต้องการคำแนะนำในการปฏิบัติเพื่อประยุกต์ความรู้ไปใช้ในชีวิตประจำวัน ผู้สอนต้องวางแผนจัดประสบการณ์ที่จะส่งเสริมการถ่ายโยงความรู้ใหม่และเจตคติที่ดีต่อการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในสถานการณ์จริง
- **การให้รู้ผล** การเรียนรู้จะดีขึ้นถ้าหาสื่อและเทคโนโลยีที่ช่วยให้ผู้เรียนรู้ผลการกระทำทันทีหลังจากที่ได้ปฏิบัติกิจกรรมไปแล้ว

การศึกษาข้อมูลทั้งหมดที่กล่าวมานั้น ก่อนการทำการสร้างสื่อการเรียนการสอนถือว่าเป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เนื่องจากสิ่งต่าง ๆ เหล่านี้นับว่าเป็นปัจจัยที่สำคัญต่อพัฒนาการของเด็กหรือผู้เรียนรู้ให้มีพัฒนาการทางคณิตศาสตร์ที่ดี เพื่อเป็นทักษะพื้นฐานในการคิดและแก้ไขปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ และเพื่อที่เราจะสามารถสร้างสื่อการเรียนการสอนที่สามารถพัฒนาผู้เรียนได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ

## 2.8 ภาษาโปรแกรมเชิงวัตถุ (Object Oriented Language)

ในการพัฒนาระบบในระดับโครงสร้างนั้น นักพัฒนามักจะพยายามแบ่งแยกปัญหาออกเป็น ส่วนย่อยๆ ที่เรียกฟังก์ชัน (Function) หรือโพรซีเจอร์ (Procedure) แล้วจึงทำการวิเคราะห์และแก้ปัญหา ในแต่ละส่วน ๆ ไป โดยในการแก้ปัญหามีก่อนมีอัลกอริทึม (Algorithm) และโครงสร้างข้อมูล (Data - Structure) เฉพาะเพื่อช่วยให้การพัฒนาโปรแกรมเป็นไปได้อย่างง่าย โดยเฉพาะโปรแกรมที่มีขนาดเล็ก

ในการพัฒนาโปรแกรมที่มีคุณสมบัติเชิงวัตถุก็เช่นเดียวกัน โดยการแบ่งแยกปัญหาออก พิจารณาเป็นส่วนย่อย ๆ ซึ่งเรียกว่า “วัตถุ” (Object) เป็นการจัดโครงสร้างของโปรแกรมให้มีความเป็น ระเบียบมากยิ่งขึ้น เพื่อลดความซับซ้อนและเพื่อความสะดวกในการแก้ไขและพัฒนา เมื่อเราสามารถ พัฒนาส่วนต่าง ๆ เสร็จเรียบร้อยแล้ว เราก็สามารถนำส่วนต่าง ๆ นั้นมาประกอบกันเป็นส่วนที่ ใหญ่ขึ้นได้หรือเป็นโปรแกรมที่สมบูรณ์ และด้วยหลักการพื้นฐานของภาษาโปรแกรมเชิงวัตถุ นั้น สามารถช่วยให้การพัฒนาเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพและง่ายขึ้น

### 2.8.1 กฎของภาษาโปรแกรมเชิงวัตถุ [13]

อาแลน เคย์ (Alan Kay) ผู้บุกเบิกแนวความคิดในการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุผู้หนึ่ง และเป็นผู้ที่มีส่วนในการพัฒนา ได้เสนอกฎของการเขียนโปรแกรมเชิงวัตถุไว้ 5 ข้อ ดังนี้

- ทุกสิ่งเป็นวัตถุ
- โปรแกรม คือ กลุ่มของวัตถุที่ส่งข่าวสารบอกกันและกันให้ทำงาน
- แต่ละวัตถุต้องมีหน่วยความจำ และประกอบด้วยวัตถุอื่น
- วัตถุต้องจัดอยู่ในประเภทใดประเภทหนึ่ง
- วัตถุประเภทเดียวกันย่อมได้รับข่าวสารเหมือนกัน

### 2.8.2 หลักการพื้นฐานของภาษาโปรแกรมเชิงวัตถุ [16]

- การห่อหุ้ม (Encapsulation)

การห่อหุ้มนั้นเป็นกระบวนการในการซ่อนรายละเอียดการทำงาน และข้อมูล ไว้ภายใน เพื่อไม่ให้ภายนอกสามารถมองเห็นได้ จึงทำให้ภายนอกไม่สามารถทำ การเปลี่ยนแปลง แก้ไข หรือสร้างความเสียหายให้กับสิ่งต่าง ๆ ที่อยู่ภายในได้ ซึ่ง จะเปรียบได้กับ การที่เราซ่อนกระบวนการทำงานและข้อมูลไว้หลังกำแพงหรือในที่ มิดชิด ซึ่งสิ่งที่อยู่ภายนอกจะไม่สามารถแก้ไข เปลี่ยนแปลงกระบวนการทำงาน

หรือเข้าถึงข้อมูลที่อยู่ภายในได้ ดังนั้นข้อดีก็คือ การที่เราสามารถสร้างการป้องกัน และความปลอดภัยให้กับข้อมูลได้ เนื่องจากข้อมูลจะถูกเข้าถึงได้นั้น จะเกิดจากผู้ที่มีสิทธิ์เท่านั้น

- การสืบทอดคุณสมบัติ (Inheritance)

คุณสมบัติการสืบทอดคุณสมบัติ คือ การนำสิ่งที่มีอยู่แล้วมาเป็นตัวต้นแบบให้กับสิ่งใหม่ที่เรากำลังสร้างขึ้น ซึ่งเกิดจากการถ่ายทอดคุณสมบัติของสิ่งที่มีอยู่ไปยังสิ่งที่เราจะสร้างใหม่ เพื่อที่เราจะได้ไม่ต้องสร้างสิ่งใหม่ทั้งหมด แต่จะสร้างเฉพาะบางสิ่งที่แตกต่างกันเท่านั้น ดังนั้นข้อดีของการมีคุณสมบัติการสืบทอดคุณสมบัติก็คือ การที่เราสามารถนำสิ่งที่เราเคยสร้างขึ้นมาแล้วกลับมาใช้ใหม่ (Re-Use) ได้ ทำให้เราสามารถที่จะประหยัดเวลาการทำงานลงได้ เนื่องจากไม่ต้องพัฒนาใหม่ทั้งหมด

- คุณสมบัติการพ้องรูป (Polymorphism)

คุณสมบัติการพ้องรูป คือ ความสามารถในการทำงานที่ครอบคลุม ตัวอย่างเช่น การที่กระบวนการทำงานของเรานั้นมีกระบวนการในการทำงานสำหรับเลขจำนวนเต็มเท่านั้น แต่ทั้งที่ขั้นตอนที่อยู่ภายในสามารถทำงานได้แม้จะเป็นจำนวนทศนิยม ดังนั้นเราสามารถที่จะทำให้โปรแกรมของเราสามารถทำงานได้อย่างครอบคลุม โดยการใช้คุณสมบัติการพ้องรูปของกระบวนการสำหรับจำนวนเต็มกับกระบวนการของจำนวนทศนิยม ซึ่งข้อดีคือ ทำให้โปรแกรมที่เราสร้างขึ้นนั้นมีความยืดหยุ่นมากขึ้น

### 2.8.3 คุณสมบัติของภาษาจาวาที่มีความโดดเด่น [17]

#### 1) ภาษาจาวานั้นสามารถเรียนรู้ได้ง่าย (Simple)

ภาษาจาวานั้นสามารถเรียนรู้ได้ง่ายกว่าภาษาอื่น ๆ หลายภาษา เช่น ภาษาซี ทั้งที่มีโครงสร้างที่คล้ายกัน แต่ภาษาจาวาได้ปรับเปลี่ยนในบางส่วนให้ง่ายต่อการใช้งานมากขึ้น ตัวอย่างเช่น การยกเลิกการใช้ตัวชี้ตำแหน่งที่เก็บข้อมูล (Pointers) และการจองหน่วยความจำ (Memory Allocation) เพื่อลดความยุ่งยากในการตรวจสอบโปรแกรม และยังเป็นการลดความผิดพลาดของโปรแกรมได้อย่างมาก

## 2) ภาษาจาวาเป็นการเขียนภาษาโปรแกรมเชิงวัตถุ

เมื่อเปรียบเทียบกับภาษาอื่น ๆ ภาษาจาวามีความสมบูรณ์มากกว่าในการเขียนโปรแกรมที่มีประสิทธิภาพในการจัดการและพัฒนาโปรแกรม ข้อดีก็คือ สามารถนำโปรแกรมที่เขียนไว้แล้วกลับมาใช้ใหม่ได้โดยโปรแกรมอื่น ๆ และในภาษาจาวานั้นก็ยังมีไลบรารี (Library) ของคลาส (Class) สำเร็จรูปเตรียมไว้ให้สำหรับผู้ใช้งานสามารถนำไปใช้ได้โดยไม่ต้องเขียนเอง

## 3) ภาษาจาวาสามารถใช้ได้กับทุกระบบปฏิบัติการ (Platform independence)

เมื่อเราพัฒนาโปรแกรมด้วยภาษาจาวา เราสามารถนำโปรแกรมที่เขียนไปใช้งานบนระบบปฏิบัติการของคอมพิวเตอร์แบบใดก็ได้ โดยไม่ต้องผ่านการแปลภาษา เช่น การพัฒนาโปรแกรมบนระบบปฏิบัติการวินโดวส์ (Window) และนำไปใช้บนอุปกรณ์การสื่อสารเคลื่อนที่ (Mobile Phone)

## 4) ภาษาจาวาสามารถสร้างโปรแกรมบนอินเทอร์เน็ตได้ (Distributed)

ผู้เขียนสามารถใช้ภาษาจาวาในการสร้างการติดต่อสื่อสาร โดยใช้ระบบอินเทอร์เน็ตผ่านโปรโตคอลทีซีพีและไอพี (Transmission Control Protocol / Internet Protocol หรือ TCP/IP ) อย่างเช่น อีเมลล์ (E-Mail) เป็นต้นได้อย่างง่ายและมีประสิทธิภาพ และระบบอินเทอร์เน็ตนั้นเป็นเครือข่ายที่ไม่สามารถระบุเจาะจงได้ว่าผู้ใช้งานนั้นใช้งานอยู่บนระบบปฏิบัติการใด เราจึงควรใช้งานภาษาที่สามารถทำงานได้ทุกระบบปฏิบัติการ

## 5) ภาษาจาวามีความปลอดภัยสูง (Secure)

ภาษาจาวานั้นถูกออกแบบมาเพื่อรองรับการพัฒนาโปรแกรมกับระบบอินเทอร์เน็ต โดยให้ความสำคัญกับเรื่องความปลอดภัยเป็นสิ่งสำคัญ ซึ่งภาษาจาวาได้มีกลไกในการป้องกันสิ่งที่อาจทำให้ระบบเกิดความเสียหายจากภายนอก อย่างเช่น การนำไวรัสคอมพิวเตอร์หรือโปรแกรมที่ไม่เหมาะสมมาสู่ระบบคอมพิวเตอร์ หรือการเข้าสู่ระบบคอมพิวเตอร์โดยไม่ได้รับอนุญาต (Hacking) เป็นต้น

## 6) ภาษาจาวามีความยืดหยุ่นสูง (Dynamic)

ภาษาจาวามีไลบรารีโปรแกรม (Library Program) ที่เก็บรวบรวมไว้เป็นชุดคำสั่ง (Package) จำนวนมาก ซึ่งสามารถนำมาพัฒนาเพิ่มได้โดยที่ไม่มีผลกระทบ

กับไลบรารีโปรแกรมเดิม ทำให้เกิดความคล่องตัวอย่างมากในการพัฒนาโปรแกรมต่อ ๆ ไป

#### 7) ภาษาจาวาสามารถทำงานพร้อมกันหลาย ๆ งานได้ (Multithreaded)

เป็นการทำงานหลาย ๆ งาน (Threading) ในเวลาเดียวกันได้พร้อมกัน ซึ่งจะเหมือนกับภาษาซีแต่จะทำงานได้ง่ายกว่า

#### 8) ภาษาจาวาสามารถกำหนดชนิดของตัวแปรให้มีขนาดเท่ากัน (Portable)

ในการเขียนโปรแกรมจะมีการกำหนดชนิดของตัวแปรต่าง ๆ ในการใช้งาน ซึ่งแต่ละระบบปฏิบัติการ ชนิดของตัวแปรชนิดเดียวกันอาจจะมีขนาดที่ไม่เท่ากัน แต่ในภาษาจาวาได้กำหนดให้ชนิดของตัวแปรเดียวกันในระบบปฏิบัติการต่าง ๆ มีขนาดที่เท่ากัน ซึ่งทำให้ผู้ใช้งานสามารถในโปรแกรมที่เราสร้างขึ้น ไปใช้งานหรือพัฒนาได้ในระบบปฏิบัติการอื่น ๆ โดยไม่ต้องแก้ไขชนิดของตัวแปร

#### 9) ภาษาจาวามีความทนทานต่อการเขียนโปรแกรม (Robust)

โปรแกรมที่พัฒนาด้วยภาษาจาวาจะมีความทนทานต่อความผิดพลาด ที่อาจเกิดขึ้นระหว่างการเขียนโปรแกรมหรือในขณะที่ทำงาน โดยภาษาจาวาได้ออกแบบส่วนของการตรวจสอบความผิดพลาด โดยใช้การดักจับความผิดพลาดที่อาจเกิดขึ้น (Try and Catch) และมีการตรวจสอบโปรแกรมที่ถูกเขียนขึ้นอย่างระเอียด ซึ่งวิธีการนี้ทำให้ผู้เขียน โปรแกรมสามารถป้องกันการเกิดความผิดพลาดของโปรแกรมได้ดีกว่า

#### 10) ภาษาจาวาอาศัยตัวแปลภาษาที่ติดตั้งไว้แล้วในการทำงานเท่านั้น (Interpreted)

โปรแกรมที่พัฒนามาจากภาษาจาวานั้น จะไม่สามารถทำงานได้ด้วยตัวมันเองเหมือนกับโปรแกรมอื่น ๆ โดยจะต้องอาศัยตัวแปลคำสั่งซึ่งต้องมีการติดตั้งไว้ก่อนแล้วเท่านั้น

จากข้อดีของภาษาโปรแกรมเชิงวัตถุ และข้อดีของการเขียนโปรแกรมด้วยภาษาจาวาที่กล่าวมา จึงทำให้เราเลือกภาษาจาวามาเป็นโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างและพัฒนาสื่อการเรียนการสอนนี้ เพื่อการสร้างและพัฒนาที่สามารถทำได้อย่างเต็มประสิทธิภาพ และยังสามารถนำสื่อการเรียนการสอนที่สร้างขึ้นนี้ไปพัฒนาต่อได้อย่างง่ายดายได้อีกในอนาคต

## 2.9 ภาษาจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ (JavaServer Pages , JSP ) [18]

จาวาเซิร์ฟเล็ต ( Java Servlet ) คือ โปรแกรมที่เขียนขึ้นมาเป็นคลาสของภาษาจาวา เพื่อทำงานทางฝั่งเซิร์ฟเวอร์ ทำนองเดียวกับเอเอสพี ( ASP ) หรือพีเอชพี ( PHP ) ซึ่งจะทำงานทางฝั่งเซิร์ฟเวอร์เช่นกัน การนำจาวาเซิร์ฟเล็ตมาใช้ประโยชน์จึงไม่แตกต่างกัน คือ ใช้สำหรับเขียนโปรแกรมในลักษณะเดียวกับซีจีไอ ( CGI ) เพื่อทำหน้าที่อ่านข้อมูลที่ได้รับมาจากผู้ชมเว็บไซต์ แล้วเอาข้อมูลนั้นมาประมวลผล จากนั้นจึงส่งผลลัพธ์กลับไปให้ผู้ชมเว็บไซต์

เนื่องจากจาวาเซิร์ฟเล็ตมีจุดเด่นที่สำคัญมากมาย เช่น มีประสิทธิภาพและความเร็วสูงในการทำงาน สามารถปรับปรุงแก้ไขและพัฒนาได้ง่าย เพราะใช้ภาษาจาวาซึ่งเป็นภาษาเชิงวัตถุ ในการพัฒนา เป็นต้น จึงเป็นอีกทางเลือกหนึ่งที่ใช้ในการพัฒนาโปรแกรมบนเว็บแอปพลิเคชันต่างๆ

จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ ( JavaServer Pages , JSP ) นั้นมีลักษณะที่เหมือนกับจาวาเซิร์ฟเล็ต แต่ต่างกันที่เป็นเทคโนโลยีที่ใช้ “ สคริปต์ ” ในการพัฒนาเว็บแอปพลิเคชัน เพื่อทำงานในฝั่งของเซิร์ฟเวอร์ ( Server – Side Script ) และส่งผลลัพธ์กลับมายังเว็บเบราว์เซอร์เป็นภาษาเอชทีเอ็มแอล ( HTML ) เหมือนกับเทคโนโลยีอื่นๆ แต่ถึงอย่างไรก็ตามก่อนการคอมไพล์เราก็ยังต้องทำการแปลงจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจมาเป็นจาวาเซิร์ฟเล็ตก่อนอยู่ดี

ในการเขียนสคริปต์จะใช้ภาษาจาวาเป็นหลัก ซึ่งเป็นภาษาที่ได้รับความนิยมมากภาษาหนึ่ง เพราะมีคุณสมบัติของภาษาเชิงวัตถุ ที่มีเทคนิคช่วยให้ผู้เขียนโปรแกรมสามารถเขียนโปรแกรมได้ง่ายขึ้น มีความสามารถในการนำเอาส่วนประกอบหรือคอมโพเนนต์ต่าง ๆ ( Component ) กลับมาใช้งานได้อีก ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างยิ่งในการพัฒนาโปรแกรมใหญ่ การที่จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจนั้นใช้เทคโนโลยีสคริปต์ทำให้การพัฒนาเว็บแอปพลิเคชัน เราสามารถเขียนแท็กคำสั่งของจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจแทรกลงไปบริเวณที่ต้องการ ภายในไฟล์เอกสารเอชทีเอ็มแอลได้ทันที

### 2.9.1 ข้อได้เปรียบของจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ

- สามารถทำงานได้โดยไม่ยึดติดกับแพลตฟอร์มใด ๆ

จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจได้สืบทอดคุณสมบัติเด่นของจาวามาเป็นจำนวนมาก คือ การทำงานโดยไม่ขึ้นกับแพลตฟอร์มหรือระบบปฏิบัติการใด ๆ ดังนั้นเมื่อเราพัฒนาเว็บด้วยจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจในแพลตฟอร์มหนึ่ง ก็สามารถย้ายไปใช้งานหรือพัฒนาในอีกแพลตฟอร์มหนึ่งได้ไม่ยาก

- ใช้งานจาวา เอพีไอ ( Java API ) ได้หลากหลาย

จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจเรียกใช้งานจาวา เอพีไอ ได้หลากหลาย ซึ่งจาวา เอพีไอ คือ กลุ่มของคลาสที่ช่วยอำนวยความสะดวกในการใช้งานต่าง ๆ เช่น การจัดการเกี่ยวกับเน็ตเวิร์ค การติดต่อฐานข้อมูล การจัดการทางด้านกราฟฟิก การจัดการเกี่ยวกับอ็อปเจ็คต่าง ๆ และการรับส่งอีเมลล์ เป็นต้น

- นำคอมโพเนนต์กลับมาใช้ได้อีก

เราสามารถนำจาวา빈 ( Java Bean ) มาใช้งานร่วมกับสคริปต์ของจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ เพราะจาวาบินเป็นคอมโพเนนต์ที่เขียนขึ้นมาเพื่อใช้สำหรับทำงาน หรือทำหน้าที่อย่างใดอย่างหนึ่ง และสามารถนำกลับมาใช้งานได้เสมอ ดังนั้นจึงทำให้เราไม่ต้องเสียเวลาเขียนสคริปต์ขึ้นมาใหม่ทุกครั้งที่เราใช้งาน จึงเป็นการประหยัดเวลาในการพัฒนา

- มีความยืดหยุ่นในการใช้งาน

ในการเขียนสคริปต์เราสามารถกำหนดแท็กใหม่ขึ้นมาใช้งานให้เหมาะสมกับความต้องการได้ นอกจากนี้ภาษาที่ใช้เขียนสคริปต์ของจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจไม่ได้จำกัดเฉพาะภาษาจาวาเท่านั้น ตามหลักการแล้วเราสามารถใชภาษาอื่น ๆ ในการเขียนสคริปต์ได้ รวมทั้งยังสามารถนำไปใช้งานร่วมกับเอ็กเอ็มแอลได้อย่างมีประสิทธิภาพอีกด้วย

- มีความปลอดภัยสูง

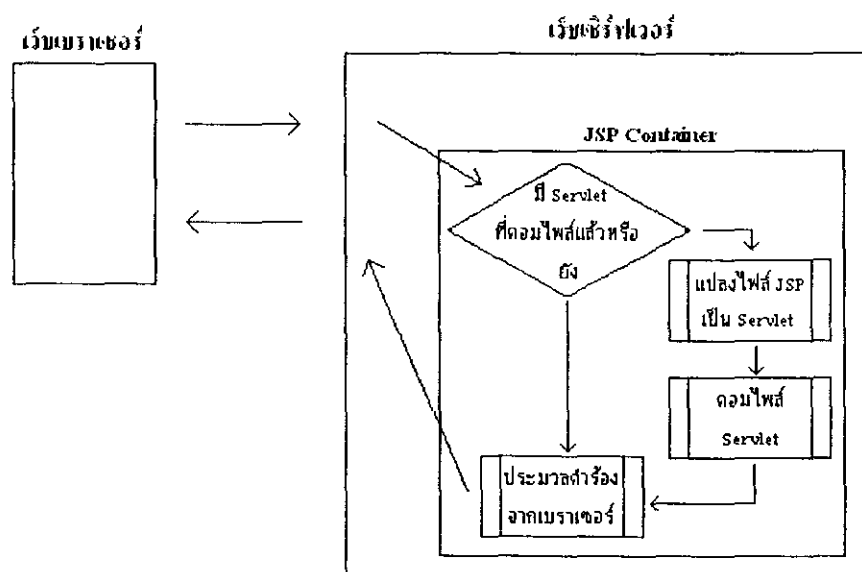
จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจมีระบบจัดการข้อผิดพลาดต่าง ๆ ไม่ว่าจะเป็นข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นในระหว่างการเขียนสคริปต์ หรือข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นเมื่อนำสคริปต์ไปใช้งานได้จริง นอกจากนี้ยังมีระบบตรวจสอบความปลอดภัย ที่สามารถป้องกันการเขียนสคริปต์ที่ไม่ถูกต้อง ซึ่งอาจจะส่งผลกระทบต่อการใช้ทรัพยากรต่าง ๆ ภายในเซิร์ฟเวอร์ รวมทั้งป้องกันการทำงานของสคริปต์ในระหว่างที่ผู้ชมเรียกดู และให้บริการเว็บไซต์ที่พัฒนาด้วยจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ

## 2.9.2 โครงสร้างและขั้นตอนการทำงานของจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ

สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งของการทำงานของจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ ได้แก่ จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจคอนเทนเนอร์ ( Java Server Pages Container ) หรือที่เราเรียกว่า จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ เอ็นจิน ( Java Server Pages Engine ) ซึ่งเป็นส่วนประกอบสำคัญที่อยู่ในเว็บเซิร์ฟเวอร์ เพราะทำหน้าที่ควบคุมและประมวลผลไฟล์ที่มีการร้องขอ ( Request ) เข้ามา และตอบสนอง ( Response ) คำร้องนั้นกลับไปยังผู้ใช้งานหรือไคลเอนต์ ( Client )



### 2.9.3 ขั้นตอนการประมวลผลของไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ แบ่งเป็น 8 ขั้นตอน ดังนี้



รูปที่ 2.1 รูปแสดงขั้นตอนการประมวลผลของไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ

1. ฟังก์ชันเอนต์ส่งคำร้องของเอกสารจาวาเซิร์ฟเวอร์เพจไปที่เว็บเซิร์ฟเวอร์
2. เว็บเซิร์ฟเวอร์ตรวจสอบคำร้องขอ ถ้าพบว่าเป็นไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจจึงส่งต่อไปให้แก่จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจ คอนเทนเนอร์
3. จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจคอนเทนเนอร์จะตรวจสอบว่าไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจที่ร้องขอมา เคยแปลงเป็นเซิร์ฟเล็ต และคอมไพล์เป็นไฟล์คลาส (.class) แล้วหรือยัง โดยดูว่ามีไฟล์คลาสหรือไม่ ถ้ายังไม่มีจะทำการกระโดดข้ามไปทำงานตามขั้นตอนในข้อ 4 ต่อแต่ถ้ามีอยู่แล้วก็ตรวจสอบอีกว่า หลังจากที่แปลงไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจเป็นเซิร์ฟเล็ต และคอมไพล์เป็นไฟล์คลาสครั้งสุดท้ายแล้ว ไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจนั้นมีการเปลี่ยนแปลงแก้ไขหรือเปล่า ถ้ามีการแก้ไขก็จะกระโดดไปทำงานตามขั้นตอนข้อ 4 ต่อเช่นกัน แต่ถ้าไม่มีการแก้ไขแสดงว่าไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจนั้นยังคงไม่เปลี่ยนแปลง จึงไม่มีความจำเป็นที่จะต้องแปลงเป็นเซิร์ฟเล็ตและคอมไพล์ใหม่ จะทำการข้ามไปยังขั้นตอนที่ 6 ทันที
4. จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจคอนเทนเนอร์แปลงไฟล์จาวาเซิร์ฟเวอร์เพจเป็นจาวาเซิร์ฟเล็ต

5. จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจคอนเทนเนอร์ คอมไพล์ไฟล์จาวาเชิร์ฟเล็ตเป็นไฟล์คลาส
6. จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจคอนเทนเนอร์ ประมวลผลตามคำขอนั้น
7. จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจคอนเทนเนอร์ ส่งผลลัพธ์ที่ได้จากการประมวลผลให้แก่เว็บเชิร์ฟเวอร์
8. เว็บเชิร์ฟเวอร์ส่งผลลัพธ์นั้นไปยังไคลเอนต์หรือเว็บเบราว์เซอร์อีกทอดหนึ่ง

จากขั้นตอนการประมวลผลไฟล์จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจที่แจกแจงมา สามารถแบ่งออกได้เป็น 2 ช่วงหลัก ๆ คือ ช่วงทรานสเลชัน ( Translation ) และช่วงเอ็กคิวชัน ( Execution ) โดยช่วงทรานสเลชันได้แก่ขั้นตอนที่ 4 และขั้นตอนที่ 5 ซึ่งเป็นการแปลงเอกสารจาวาเชิร์ฟเวอร์เพจให้เป็นเชิร์ฟเล็ต จากนั้นก็คอมไพล์ไฟล์ให้ไปเป็นไฟล์คลาส ส่วนช่วงเอ็กคิวชันได้แก่ขั้นตอนที่ 6 ซึ่งเป็นการนำเอาไฟล์คลาสที่ได้จากการคอมไพล์ มาประมวลผลหรือทำงานตามคำร้องขอจากไคลเอนต์นั่นเอง

ปกติแล้วกระบวนการทำงานในช่วงทรานสเลชันจะกินเวลาพอสมควร แต่การทำงานในช่วงทรานสเลชันจะไม่เกิดทุกครั้งที่มีการร้องขอไฟล์ เพราะตราบไคที่ไฟล์จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจต้นฉบับไม่มีการเปลี่ยนแปลงอะไร เมื่อมีการร้องขอไฟล์เข้ามาใหม่ ก็ย่อมไม่มีความจำเป็นที่จะแปลงไฟล์เป็นเชิร์ฟเล็ตและคอมไพล์เป็นไฟล์คลาสอีก ระบบจะเข้าสู่ช่วงเอ็กคิวชันทันทีโดยใช้ไฟล์คลาสที่มีอยู่แล้วการทำงานจึงรวดเร็วขึ้น แต่ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงหรือแก้ไขไฟล์จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจใหม่ ก็จะต้องเข้าสู่กระบวนการทรานสเลชันใหม่ทุกครั้ง

สรุปว่ากระบวนการทรานสเลชันมีโอกาสดังกล่าวได้ 2 กรณี กรณีแรกคือ ไฟล์จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจที่ร้องขอมา เป็นไฟล์ใหม่ที่ยังไม่เคยแปลงและคอมไพล์มาก่อนกับอีกกรณี คือ ไฟล์จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจที่ร้องขอมา เคยผ่านการแปลงและคอมไพล์มาแล้ว แต่ภายหลังมีการเปลี่ยนแปลงแก้ไขไฟล์จาวาเชิร์ฟเวอร์เพจนั้นไปจากเดิม