

贝琪的学习任务【1.31】

任务简介：

今天是 31 号来着

So 昨天给你们的 29 号文件

好像你们都没提出啥问题哈

算法：

今天学**动态规划（DP）**的第二部分：背包问题

背包问题是一类 dp 问题的总称

问题可以描述为：给定一组物品，每种物品都有自己的重量和价值，在限定的总重量内，我们进行选择，使得物品的总价值最高。

细分的话大致有 9 种

01 背包、完全背包、多重背包、二维背包、背包方案总数…

记不清了，其他的也不是很重要

那么先从最经典的 **01 背包** 开始理解

01 背包题目的雏形是：

有 N 件物品和一个容量为 V 的背包。第 i 件物品的体积是 $c[i]$ ，价值是 $w[i]$ 。求解将哪些物品装入背包可使价值总和最大。

01 背包的特点就是：每种物品仅有一件，可以选择放或不放。

状态转移方程： $f[i][v] = \max(f[i-1][v], f[i-1][v-c[i]]+w[i])$

$f[i,v]$ 为从前 i 件物品中选择放入容量为 v 的背包最大的价值

这个方程可以如下解释：只考虑子问题“将前 i 个物品放入容量为

v 的背包中的最大价值”那么考虑如果不放入 i，最大价值就和 i 无关，就是 $f[i-1][v]$ ，如果放入第 i 个物品，价值就是 $f[i-1][v-c[i]] + w[i]$ ，我们只需取最大值即可。

理解好之后，就可以编写代码了

```
for(i=1;i<=n;i++){
    for(j=0;j<=v;j++){
        if(j<=c[i]) //装得下的情况
            f[i][j]=max(f[i-1][j],f[i-1][j-c[i]]+w[i]);
        else //装不下就直接与这个物品无关啦
            f[i][j] = f[i-1][j];
    }
}
```

那么最后的答案就是 $f[n][v]$ 啦

那我们来看一道例题

考虑它的背包容量，物品体积和价值是什么

洛谷题目 1060

题目描述

[展开](#)

金明今天很开心，家里购置的新房就要领钥匙了，新房里有一间他自己专用的很宽敞的房间。更让他高兴的是，妈妈昨天对他说：“你的房间需要购买哪些物品，怎么布置，你说了算，只要不超过 N 元钱就行”。今天一早金明就开始做预算，但是他想买的东西太多了，肯定会超过妈妈限定的 N 元。于是，他把每件物品规定了一个重要度，分为 5 等：用整数 1 — 5 表示，第 5 等最重要。他还从因特网上查到了每件物品的价格（都是整数元）。他希望在不超过 N 元（可以等于 N 元）的前提下，使每件物品的价格与重要度的乘积的总和最大。

设第 j 件物品的价格为 $v[j]$ ，重要度为 $w[j]$ ，共选中了 k 件物品，编号依次为 j_1, j_2, \dots, j_k ，则所求的总和为：

$$v[j_1] \times w[j_1] + v[j_2] \times w[j_2] + \dots + v[j_k] \times w[j_k]。$$

请你帮助金明设计一个满足要求的购物单。

从这个题目中可以看出，背包的容量为这里的“ N 元”，物品的体积为这里的“价格”，价值为这里的“价格与重要度的乘积”

然后就可以直接套用 01 背包的代码啦

最后，上代码

```

#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;

int main()
{
    int i,j,n,m;
    cin>>n>>m;
    int w[m+1],v[m+1],dp[m+1][n+1];
    for(i=1;i<=m;i++){
        cin>>w[i]>>v[i];
        v[i] *= w[i];
    }
    for(i=0;i<=m;i++)
        for(j=0;j<=n;j++)
            dp[i][j] = 0;
    for(i=1;i<=m;i++){
        for(j=0;j<=n;j++){
            if(j<w[i])
                dp[i][j] = dp[i-1][j];
            else dp[i][j] = max(dp[i-1][j],dp[i-1][j-w[i]]+v[i]);
        }
    }
    cout<<dp[m][n]<<endl;
}

```

在空间上，可以把 dp 二维数组优化成一维（而且更好写

但是现在便于理解，就先不那么做了

至于剩下的背包问题，就自己慢慢摸索啦

姐一下子也写不了那么多啦

任务：

算法：完成洛谷题目 1048、1616、1049、1164、1507

1048 采药：01 背包问题，思路基本和上题一毛一样

1616 疯狂的采药：完全背包问题，每个物品有无限件

1049 装箱问题：表面上是个搜索，实际上是个 01

1164 小 A 点菜：背包方案总数问题，探讨如何吃穷渣烂

1507 NASA 的食物计划：二维背包问题，背包有两种容量

提交：把 5 道题的代码和 AC 截图以及**转移方程**发给姐就好啦

ddl：今晚 11.