贝琪的学习任务【1.29】

任务简介：

今天的任务很难，很多

So 早点吃掉它们哈

算法：

今天开始学**动态规划（DP）**

动态规划是啥？一种**把多阶段过程转化为一系列单阶段问题，利用各阶段之间的关系，逐个求解**的思维

如何理解动态规划？请参考知乎第一篇回答：

https://www.zhihu.com/question/23995189

主要是人家讲的太好了

动态规划题目分为几种

比较常见的有线性动规、图形动规和背包问题

那我们的计划是今天学习线性动规和图形动规

明天学习背包问题

理解完动态规划之后呢

强调一下做题的关键性步骤：

1.寻找各阶段的关系（转移方程）

2.将大问题拆分成小问题

3.先解决小问题，然后解决大问题

线性动规和图形动规，可以当成一维和二维动规

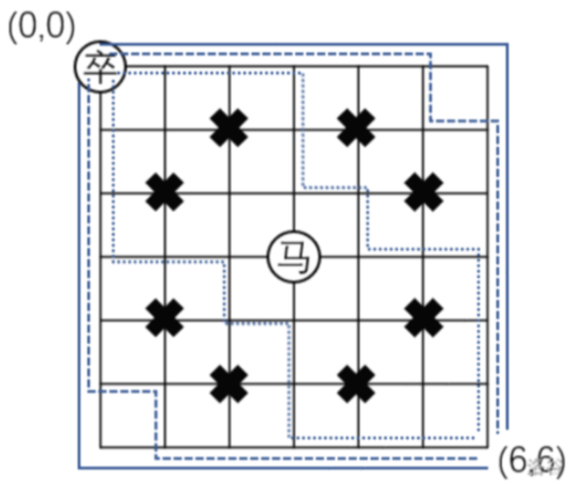
分别从解例题来理解一下哈

图形动规：洛谷题目 1002

题目描述　　　　展开

棋盘上A点有一个过河卒，需要走到目标B点。卒行走的规则：可以向下、或者向右。同时在棋盘上C点有一个对方的马，该马所在的点和所有跳跃一步可达的点称为对方马的控制点。因此称之为“马拦过河卒”。

棋盘用坐标表示，A点$(0,0)$、B点(n,m)(n, m为不超过20的整数)，同样马的位置坐标是需要给出的。



现在要求你计算出卒从A点能够到达B点的路径的条数，假设马的位置是固定不动的，并不是卒走一步马走一步。

输入格式

一行四个数据，分别表示B点坐标和马的坐标。

输出格式

一个数据，表示所有的路径条数。

是不是感觉和迷宫很像

马的控制点就是障碍，其它均为通路

之前我们用 DFS+回溯来走迷宫

而当迷宫过于空旷时，路径条数特别多

DFS 搜索遍历可能会累死（时间复杂度为 O((m+n)!/m!n!)，指数

那我们分析一下能不能用动规的思想

1.寻找各阶段的关系

首先我们知道，卒只能往下走或者往右走

So 走到终点只有两种方案：

从终点的上面一格往下走 or 从终点的左边一格往右走

So！ 走到终点的路径数 = 左一格的路径数 + 上一格的路径数

即转移方程：dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i][j-1]

（转移方程是不是有点像递推

2.将大问题拆分成小问题

有了上面的推导，我们只需解决左一格的路径数和上一格的路径数就可以啦，相应的，可以通过解决它们的左一格的路径数和上一格的路径数来解决它们…

3.先解决小问题，然后解决大问题

最小的问题：地图的上边界和左边界的点，只有直直的一条路径

然后剩下的问题都可以通过转移方程得到路径数啦

需要特别处理：马的控制点的路径数为 0

最后，上代码：

```cpp
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;

int main()
{
    int i,j,k,x,y,x2,y2;
    cin>>x>>y>>x2>>y2;
    long long a[x+2][y+2];
    //整个地图向右下平移一格，便于处理
    x2++;y2++;
    //马的控制点
    int c[9] = {x2-1,x2-1,x2-2,x2-2,x2+1,x2+1,x2+2,x2+2,x2};
    int d[9] = {y2-2,y2+2,y2-1,y2+1,y2-2,y2+2,y2-1,y2+1,y2};
    //设定初始路径数
    for(i=0;i<x+2;i++){
        for(j=0;j<y+2;j++){
            a[i][j] = 0;
        }
    }
    //神奇的操作：使得上边界和左边界路径数为 1
    a[1][0] = 1;
    for(i=1;i<x+2;i++){
        for(j=1;j<y+2;j++){
            for(k=0;k<9;k++){
                //如果是马的控制点，路径数改为 0
                if(i == c[k] and j == d[k]) goto th;
            }
            a[i][j] = a[i-1][j] + a[i][j-1];
        th:;
        }
    }
    //输出终点的路径数
    cout<<a[x+1][y+1]<<endl;
}
```

时间复杂度 O(mn)，平方级别

线性动规：洛谷题目 1115

题目描述　　　　展开

给出一段序列，选出其中连续且非空的一段使得这段和最大。

输入格式

第一行是一个正整数N，表示了序列的长度。

第二行包含N个绝对值不大于10000的整数A_i，描述了这段序列。

输出格式

一个整数，为最大的子段和是多少。子段的最小长度为1。

输入输出样例

输入 #1　　复制

```
7
2 -4 3 -1 2 -4 3
```

输出 #1　　复制

```
4
```

说明/提示

【样例说明】

$2, -4, 3, -1, 2, -4, 3$中，最大的子段和为4，该子段为$3, -1, 2$.

这道题其实思路挺多的

一个简单的想法：遍历子段的起点和终点，然后遍历该子段，算出该子段的和，最后找出所有子段最大的和

该思路复杂度为 O(n^3)，代码优化一下可达到 O(n^2)

那我们用动规的思路看看呢？

1.寻找各阶段的关系

分析一下知道，如果子段终点下标为 0，那只有一个子段[0,0]，这种情况的最大子段和为 2（例题数据），保存为 dp[0]

如果子段终点下标为 1，这些子段可以分为两种：子段终点下标为 0 的子段+a[1]、只有 a[1]，第一种的最大子段和为子段终点下标

为 0 的最大子段和（即 dp[0]）+a[1]，第二种的子段和为 a[1]。所以总的子段终点下标为 1 的最大子段和为 max(dp[0]+a[1],a[1])，保存为 dp[1]

如果子段终点下标为 2，这些子段可以分为两种：子段终点下标为 1 的子段+a[2]、只有 a[2]，第一种的最大子段和为子段终点下标为 1 的最大子段和（即 dp[1]）+a[2]，第二种的子段和为 a[2]。所以总的子段终点下标为 2 的最大子段和为 max(dp[1]+a[2],a[2])，保存为 dp[2]

......

如果子段终点下标为 n，这些子段可以分为两种：子段终点下标为 n-1 的子段+a[n]、只有 a[n]，第一种的最大子段和为子段终点下标为 n-1 的最大子段和（即 dp[n-1]）+a[n]，第二种的子段和为 a[n]。所以总的子段终点下标为 n 的最大子段和为 max(dp[n-1]+a[n],a[n])，保存为 dp[n]

So 经过复杂的推算，得出了转移方程：

dp[n] = max(dp[n-1]+a[n],a[n])

（当做题熟练之后，可以自然跳过推算，直接猜出转移方程

2.将大问题拆分成小问题

有了上面的推导，我们只需解决子段终点下标为 i（0<=i<=n）的最大子段和就好啦，相应的下标为 i 的可以由 i-1 的得到

3.先解决小问题，然后解决大问题

最小的问题：dp[0] = a[0]

最终的问题：最大子段和=max(dp[0],dp[1],…,dp[n])

最后，上代码：

```
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;

int main()
{
    int i,j,m,n;
    cin>>m;
    int a[m],dp[m];
    for(i=0;i<m;i++) cin>>a[i];
    n = dp[0] = a[0];
    for(i=1;i<m;i++){
        dp[i] = max(a[i],a[i]+dp[i-1]);
        n = max(n,dp[i]);
    }
    cout<<n<<endl;
}
```

时间复杂度 O(n)

（个人认为一维的比二维的要难理解许多

任务：

算法：完成洛谷题目 1216、1130、1832、1057、1020、1091

1216、1130、1832、1057 为二维动规

1020、1091 为一维动规

动规是十分重要的算法/思路，因此题数较多，难度也较高

（重要到姐又搞这个搞到了两点才睡

提交：把 6 道题的代码和 AC 截图以及**转移方程**发给姐就好啦

ddl：今晚 11.