函数

选择题：141 142 143 144 145 146 147 148 149 150
(一阶) 151 152 153 154 155 156 157 158 159 160 161
162 163 164 165 166 167 168 169 170 171 172
173 174 175

填空题 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34
(一阶) 35 36 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49
50

---

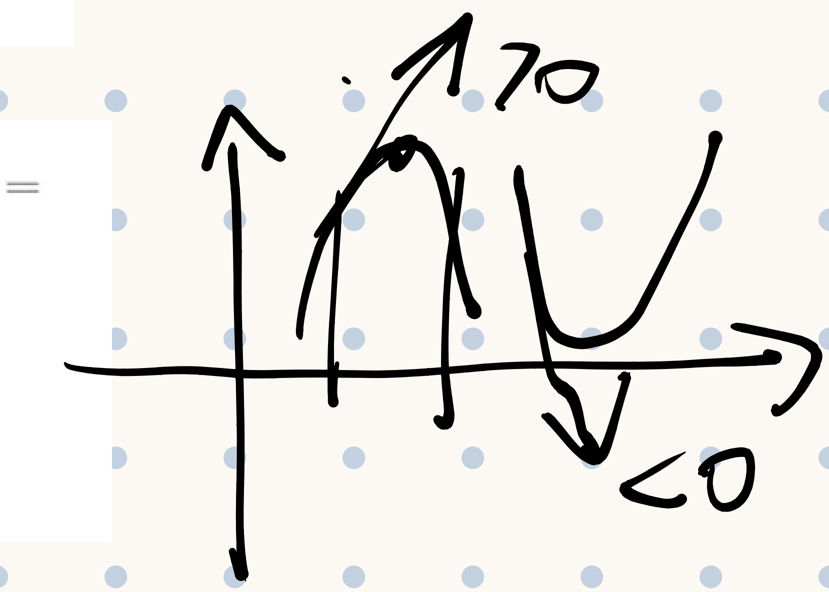
(1) 函数连续性概念与性质 23 25 28 144 145 146 148 167 168 8
(2) 求极限 22 30 2
(3) 间断点 24 141 142 143 4
(4) 函数求导 26 27 28 32 40 147 155 7
(5) 奇函数与偶函数 29 1
(6) 导数的定义 31 47 149 150 151 153 154 157 158 9
(7) n阶导 33 35 152 3
(8) 参数方程求导 166 1
(9) 隐函数求导 38 39 2
(10) 变上限积分求导 37 1
(11) 导数的几何意义 36 49 156 3
(12) 函数极值与最小值，拐点，凹凸，零点. 42 43 44 45 46 50 159 160 161 162 163 164 165 169 170 171 16
(13) 曲率 34 41 166 3
(14) 函数单调性 172 173 2
(15) 渐近线问题(水平、垂直、斜) 48 174 4
(16) 微分中值定理 175 1

(12) (6) (1) (4) (15) (7) (11) (13) (2) (9) (14) (5) (8) (10) (16)

---

(12)

定理（极值的必要条件） 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导，如果 x_0 为 $f(x)$ 的极值点，则 $f'(x_0)=0$.



定理（极值的第一充分条件） 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某去心邻域内可导，且 $f'(x_0)=$（或 $f(x)$ 在 x_0 处连续）.

(1) 若 $x<x_0$ 时，$f'(x)>0$；$x>x_0$ 时，$f'(x)<0$，则 x_0 为 $f(x)$ 的极大值点；

(2) 若 $x<x_0$ 时，$f'(x)<0$；$x>x_0$ 时，$f'(x)>0$，则 x_0 为 $f(x)$ 的极小值点；

(3) 若 $f'(x)$ 在 x_0 的两侧同号，则 x_0 不为 $f(x)$ 的极值点.

定理（极值的第二充分条件） 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 处二阶可导，且 $f'(x_0)=0$.

(1) 若 $f''(x_0)<0$，则 x_0 为 $f(x)$ 的极大值点；

(2) 若 $f''(x_0)>0$，则 x_0 为 $f(x)$ 的极小值点；

(3) 若 $f''(x_0)=0$，则此方法不能判定 x_0 是否为极值点.

定理 设函数 $y=f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内二阶可导，那么

(1) 若在 (a,b) 内有 $f''(x)>0$，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的图形是凹的；

(2) 若在 (a,b) 内有 $f''(x)<0$，则 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上的图形是凸的.

定义（拐点） 连续曲线弧上的凹与凸的分界点称为曲线弧的**拐点**.

定理（拐点的必要条件） 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 处二阶可导，且点 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的拐点，则 $f''(x_0)=0$.

定理（拐点的第一充分条件） 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某去心邻域内二阶可导，且 $f''(x_0)=0$（或 $f(x)$ 在 x_0 处连续）.

(1) 若 $f''(x)$ 在 x_0 的左、右两侧异号，则点 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

(2) 若 $f''(x)$ 在 x_0 的左、右两侧同号，则点 $(x_0, f(x_0))$ 不为曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

定理（拐点的第二充分条件） 设 $y=f(x)$ 在点 x_0 处三阶可导，且 $f''(x_0)=0$.

(1) 若 $f'''(x_0)\neq 0$，则点 $(x_0, f(x_0))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的拐点；

(2) 若 $f'''(x_0)=0$，则此方法不能判定 $(x_0, f(x_0))$ 是否为曲线 $y=f(x)$ 的拐点.

(6)

定义（导数） 设函数 $y=f(x)$ 在 x_0 的某邻域内有定义，如果极限

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

存在，则称 $f(x)$ **在点 x_0 处可导**，并称此极限值为 **$f(x)$ 在点 x_0 处的导数**，记为 $f'(x_0)$，或 $y'\big|_{x=x_0}$，或 $\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=x_0}$. 如果上述极限不存在，则称 $f(x)$ **在点 x_0 处不可导**.

【注】 常用的导数定义的等价形式有：

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0},\ f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}.$$

定义（左导数） 设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 及其某个左邻域内有定义，若左极限

$$\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^-}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim_{x\to x_0^-}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

存在时，则称该极限值为 $f(x)$ 在点 x_0 处的**左导数**，记为 $f'_-(x_0)$.

定义（右导数） 设函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 及其某个右邻域内有定义，若右极限

$$\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0^+}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}=\lim_{x\to x_0^+}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

存在时，则称该极限值为 $f(x)$ 在点 x_0 处的**右导数**，记为 $f'_+(x_0)$.

定理 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导的充分必要条件是它在该点处左导数与右导数都存在且相等.

定义（区间上可导及导函数） 如果 $y=f(x)$ 在开区间 (a,b) 内每一点都可导，则称 **$f(x)$ 在区间 (a,b) 内可导**. 此时对于 (a,b) 内的每一点 x，都对应一个导数值 $f'(x)$，常称 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 在 (a,b) 内的**导函数**，简称为**导数**. 若 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内可导，且 $f'_+(a)$ 和 $f'_-(b)$ 都存在，则称 **$f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上可导**.

(1)

定义　设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，若

$$\lim_{\Delta x\to 0}\Delta y=\lim_{\Delta x\to 0}[f(x_0+\Delta x)-f(x_0)]=0,$$

则称 $y=f(x)$ **在点 x_0 处连续**.

【注】　以上两个定义是等价的.

定义　若 $\lim\limits_{x\to x_0^-}f(x)=f(x_0)$，则称 $y=f(x)$ **在点 x_0 处左连续**；

若 $\lim\limits_{x\to x_0^+}f(x)=f(x_0)$，则称 $y=f(x)$ **在点 x_0 处右连续**.

定理　函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的充要条件是 $f(x)$ 在点 x_0 处既左连续又右连续.

定义　如果 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内每点都连续，则称 $f(x)$ 在 (a,b) **内连续**. 若 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内连续，在 $x=a$ 处右连续，在 $x=b$ 处左连续，则称 $f(x)$ **在 $[a,b]$ 上连续**.

设 $y=f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义，若 $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)=f(x_0)$，则称 $y=f(x)$ 在 x_0 处处连续.

---

142. 144 145 ~~149~~ 150 151 152 153 154 158 159 160 161 167 171 174

47 29 30 33 37 38 39 34 43 44.