Tarea 3: Modelos de espacio de estados o modelos dinámicos lineales

1. ¿Para qué sirven los modelos GARCH?

2. Simula una trayectoria de longitud 50 de un modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_4$ con $\theta_1 = 0{,}7$, $\Theta = 0{,}6$ y $\sigma^2 = 4$.

El modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_4$ define la siguiente serie diferenciada:

$$Y_t = (1-B)(1-B^4)X_t = (1-B-B^4+B^5)X_t = X_t - X_{t-1} - X_{t-4} + X_{t-5}$$

y el modelo ARMA:

$$\phi(B)\Phi(B^4)Y_t = \theta(B)\Theta(B^4)Z_t$$

equivale a,

$$Y_t = (1-\theta_1 B)(1+\Theta_1 B^4)Z_t = (1-\theta_1 B+\Theta_1 B^4 - \theta_1\Theta_1 B^5)Z_t = Z_t - \theta_1 Z_{t-1} + \Theta_1 Z_{t-4} - \theta_1\Theta_1 Z_{t-5}.$$

Entonces,

$$Y_t = X_t - X_{t-1} - X_{t-4} + X_{t-5}$$
$$Y_t = Z_t - \theta_1 Z_{t-1} + \Theta_1 Z_{t-4} - \theta_1\Theta_1 Z_{t-5}$$

se igualan ambas series,

$$X_t - X_{t-1} - X_{t-4} + X_{t-5} = Z_t - \theta_1 Z_{t-1} + \Theta_1 Z_{t-4} - \theta_1\Theta_1 Z_{t-5}$$

y se despeja X_t tal que,

$$X_t = X_{t-1} + X_{t-4} - X_{t-5} + Z_t - \theta_1 Z_{t-1} + \Theta_1 Z_{t-4} - \theta_1\Theta_1 Z_{t-5}$$

y donde

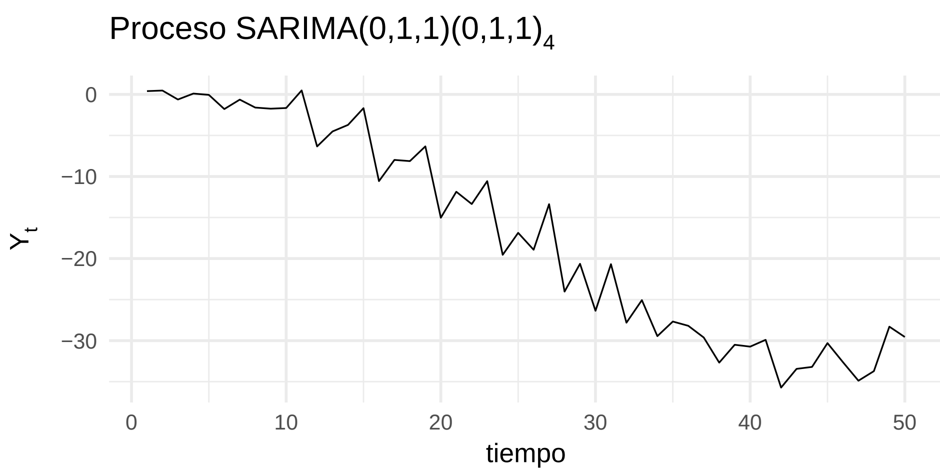
$$Z_t \sim \mathtt{RB}(0,4).$$

Entonces simulamos,

```r
n_sims <- 50

sigma2 <- 4
theta1 <- 0.7
Theta1 <- 0.6

set.seed(10871002)
z_vec <- rnorm(n_sims, mean = 0, sd = sqrt(sigma2))
y_vec <- NULL
x_vec <- NULL
x_vec[1:5] <- z_vec[1:5]

# Loop para generar el proceso
for(i in 6:n_sims){
  x_vec[i] <- x_vec[i-1] + x_vec[i-4] - x_vec[i-5] +
```

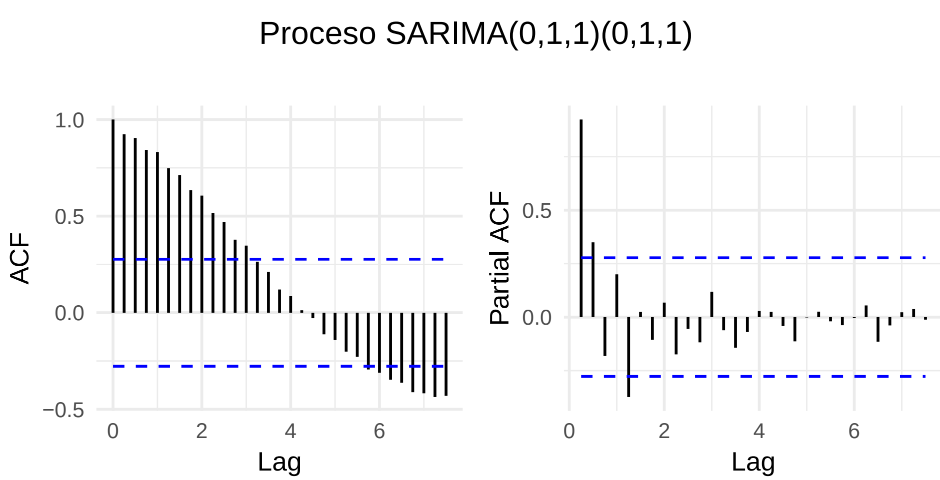
```
    z_vec[i] - theta1*z_vec[i-1] + Theta1*z_vec[i-4] -
    theta1*Theta1*z_vec[i-5]
}
```

```
tibble(n_sim = 1:n_sims,
       x_vec = x_vec) %>%
  ggplot( aes(x = n_sim, y = x_vec) ) +
  geom_line(size = .3) +
  ylab(expression(paste("Y"["t"]^{}) ) )  +
  xlab("tiempo") +
  ggtitle( expression( paste("Proceso SARIMA(0,1,1)(0,1,1)"[4]^{}) ))
```



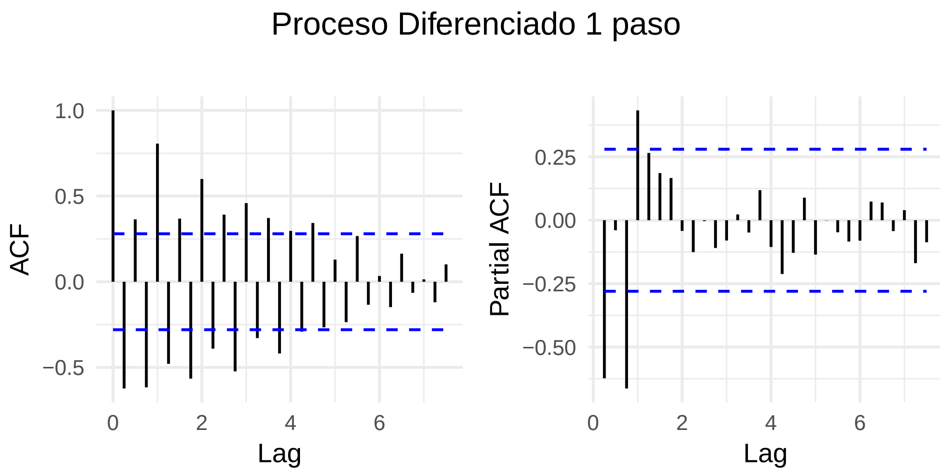
- Grafica el ACF y PACF ¿Qué observas?

```
ts_vec <- ts(x_vec, start = 1, frequency = 4)
acf_pacf_fun(ts_vec, title_chr = "Proceso SARIMA(0,1,1)(0,1,1)")
```



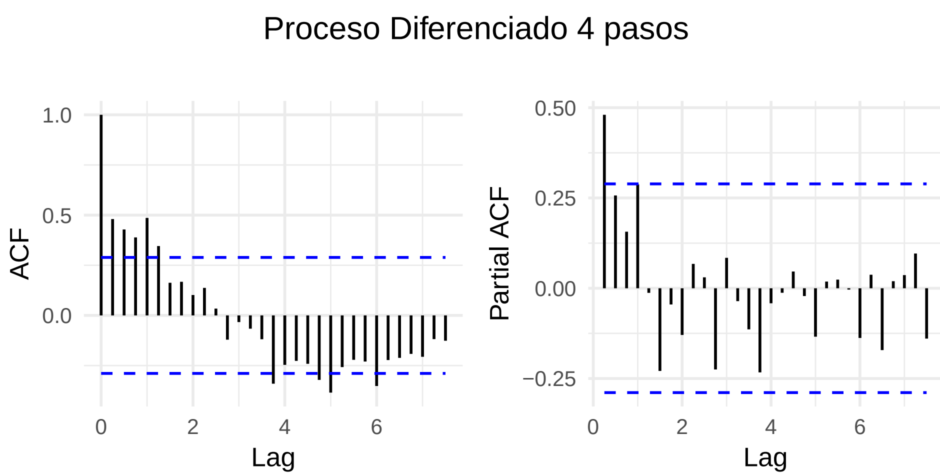
- Diferencía la serie de orden 1 y grafica el ACF y PACF ¿Qué observas?

```
vec_lag <- diff(x_vec, lag = 1) # y_vec - lag(y_vec) #
ts_vec_lag <- ts(vec_lag, start = 2, frequency = 4)
acf_pacf_fun(ts_vec_lag, title_chr = "Proceso Diferenciado 1 paso")
```



- **Diferencía la serie diferenciada, ahora de orden 4, grafica el ACF y PACF ¿Qué observas?**

```
vec_lag <- diff(x_vec, lag = 4) # y_vec - lag(y_vec) #
ts_vec_lag4 <- ts(vec_lag, start = 4, frequency = 4)
acf_pacf_fun(ts_vec_lag4, title_chr = "Proceso Diferenciado 4 pasos")
```



- **Ajusta un modelo $SARIMA(0,1,1)(0,1,1)_4$. ¿Qué parámetros estima?**

3. Escribe un programa para graficar 100 observaciones simuladas del DLM Gaussino con $A_t = 1$ y $F_t = 1$, comenzando con $x_0 = 25$. Simula tres series para cada uno de los siguientes valores. ¿Puedes concluír algo de como influye la relación entre V y W al comportamiento de la serie?

V = 1 y W = 0.05 V = 1 y W = 0.5 V = 10 y W = 0.5 V = 10 y W = 5

4. Representación DLM de modelos ARIMA:

Comprueba la representación DLM de modelos $ARMA(p, q)$ para el caso en que $p = q = r$. Escríbe la representación DLM de un $MA(2)$. Escríbe la representación DLM de un $ARIMA(0, 1, 2)$. (Utiliza el punto anterior y la forma que desarrollamos en clase para unir dos modelos DLM).