

## 4 ปฏิบัติการที่ 9: การแปลงเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม

ในปฏิบัติการนี้เราจะใช้ package

1. “sympy” <https://www.sympy.org/en/index.html>
2. “numpy” ในส่วนของ linearalgebra <https://numpy.org/doc/stable/reference/routines.linalg.html>

ให้  $A$  เป็นเมทริกซ์จำนวนจริงขนาด  $n \times n$  เรากล่าวว่า  $A$  แปลงเมทริกซ์ทแยงมุมได้ก็ต่อเมื่อมีเมทริกซ์ทแยงมุม  $D$  ซึ่งคล้ายกับ  $A$  นั่นคือมีเมทริกซ์ไม่เอกฐาน  $P$  ซึ่งทำให้  $P^{-1}AP = D$

**ทฤษฎีบท 4.1.** ให้  $A$  เป็นเมทริกซ์จำนวนจริงขนาด  $n \times n$  จะได้ว่า  $A$  สามารถแปลงเป็นเมทริกซ์ทแยงมุมได้ ก็ต่อเมื่อ  $A$  มีเวกเตอร์ลักษณะเฉพาะ  $n$  เวกเตอร์ที่เป็นอิสระเชิงเส้น

ใน sympy ใช้คำสั่ง

```
1 P, D = A.diagonalize()
2
```

ซึ่งจะ return ค่า  $P$  และ  $D$  ตามลำดับ

**ตัวอย่าง 4.1.** ตัวอย่างการใช้ sympy ในการแปลงเป็นเมทริกซ์ทแยงมุม

```
1 from sympy import *
2 init_printing(use_unicode=True)
3 A = Matrix([
4     [4, 0, 1],
5     [2, 3, 2],
6     [1, 0, 4]
7 ])
8 P, D = A.diagonalize()
9 pprint(P)
10 pprint(D)
11 (P**-1)*A*P
12
```

ลองเปลี่ยนเมทริกซ์เป็น

```
1 A = Matrix([
2     [4, 0, 1],
3     [2, 3, 0],
4     [1, 0, 4]
5 ])
6
```

แล้วเกิดอะไรขึ้น จะแก้ปัญหาหรือสรุปได้อย่างไร

**แบบฝึกหัด 4.1.** จงเขียนโปรแกรมเพื่อตรวจสอบว่าเมทริกซ์จัตุรัส  $A$  สามารถแปลงเป็นทแยงมุมได้หรือไม่

**ตัวอย่าง 4.2.** กำหนดให้  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  จงหา

1.  $P$  และ  $D$  โดยใช้คำสั่ง  $P, D = M.\text{diagonalize}()$
2.  $Q$  และ  $L$  ตามปฏิบัติการที่ 8 โดยใช้ numpy
3. ผลลัพธ์ของ 1 และ 2 เหมือนหรือต่างกันอย่างไร

**ตัวอย่าง 4.3.** การใช้ numpy

```

1 import numpy as np
2 from numpy import linalg as LA
3 from numpy.linalg import inv
4 A = np.array([[1,2,0],[3,0,-1],[0,0,1]])
5 ival, ivec=LA.eig(A);
6 P=ivec
7 D=np.diag(ival)
8 B=inv(P).dot(A).dot(P)
9 print(D)
10 print(B)
11
```

อธิบายผลลัพธ์ที่ได้ ได้อย่างไร

## แบบฝึกหัด

จงตรวจสอบว่าเมทริกซ์  $A$  ต่อไปนี้แปลงเป็นเมทริกซ์ทแยงมุมได้หรือไม่ พร้อมให้เหตุผลประกอบ ถ้าแปลงเป็นเมทริกซ์ทแยงมุมได้ จงหาเมทริกซ์ทแยงมุม  $D$  และเมทริกซ์ไม่เอกฐาน  $P$  ซึ่ง  $P^{-1}AP = D$  (ใช้ sympy)

```

1 A = Matrix([ [2,0,0],[1,4,-1],[-2,-4,4]])
2
```

```

2 A = Matrix([ [1,1,0],[0,1,1],[0,0,4]])
2
```

```

3 A = Matrix([ [1,1],[0,1]])
2
```

```

4 A =Matrix([ [1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12],[13,14,15,16]])
2
```

5. ยกตัวอย่าง  $A$  ขนาด  $10 \times 10$  ตามอัธยาศัย