

#### Universidade Federal da Fronteira Sul Curso de Ciência da Computação Campus Chapecó



# GEX208 - Informática Básica Sistemas de Numeração

Prof. Giancarlo Salton gian@uffs.edu.br





O número é um conceito abstrato que representa a ideia de quantidade

Um Sistema de Numeração (SN) é o conjunto de símbolos utilizados para a representação de quantidades e as regras que definem a forma de representação. Um SN pode ser:

- Não posicional
- Posicional





Cada símbolo representa um valor fixo, independente de sua posição relativa no número

Exemplo: Sistema de algarismos romanos

Símbolos: I, V, X, L, C, D, M

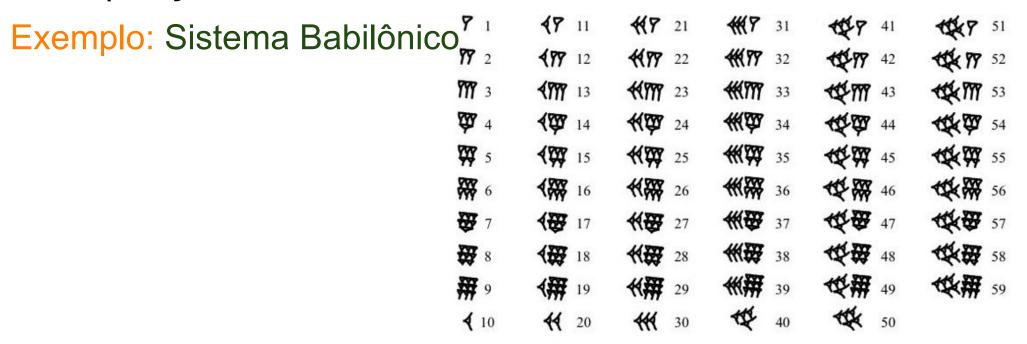
Regras:

- Cada símbolo colocado à direita de um maior é adicionado a este
- Cada símbolo colocado à esquerda de um maior tem o seu valor subtraído do maior





Cada símbolo representa um valor fixo, independente de sua posição relativa no número







- Sistema de Numeração Posicional
- O valor de cada símbolo é determinado de acordo com a sua posição no número
- Um sistema de numeração é determinado fundamentalmente pela <u>BASE</u>, que indica a <u>quantidade de símbolos</u> e o valor de cada símbolo
- Todos os sistemas posicionais, independente da BASE, possuem as mesmas regras de formação, contagem e operações aritméticas básicas





#### Teorema Fundamental da Numeração

O teorema fundamental da numeração expressa a característica principal dos sistemas posicionais:

$$N^o = \sum_{i=-d}^n (digito)_i * (base)^i$$

expandindo

... 
$$+a_3*B^3+a_2*B^2+a_1*B^1+a_0*B^0+a_1*B^{-1}+...$$

#### Onde:

i = posição em relação à vírgula, d = nº de dígitos à direita da vírgula, n = nº de dígitos à esquerda da vírgula -1, dígito = cada um símbolos dos que compõem o número





### ▶ Teorema Fundamental da Numeração

O valor total do número é a soma dos valores relativos de cada algarismo (decimal)

O algarismo 5 representa 5 unidades, o algarismo 3 representa 3 dezenas, e por último que o algarismo 7 representa 7 centenas...

Já no 2º exemplo é diferente





#### Base Decimal: 10 símbolos

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Contagem:

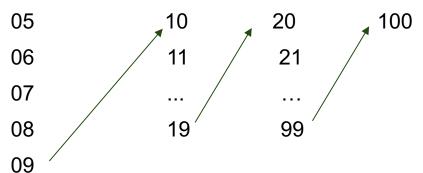
00

01 "encheu a casa menos significativa:

02 reinicia a contagem nesta casa e usa o

03 próximo símbolo na casa a sua esquerda"

04 assim:



Esta "regra" é válida independente da base de numeração utilizada





#### Base Decimal

Cada casa decimal possui um peso 10 vezes maior do que a casa a sua direita



Considerando um número com N dígitos (ou casas) teremos capacidade de representar

B<sup>N</sup> valores diferentes (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos decimais teremos:

 $10^3 = 1000 \text{ valores}$ 





O maior valor a ser representado com N dígitos será:

B<sup>N</sup> -1 (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos decimais teremos:

$$10^3 - 1 = 999$$

Considerando o maior símbolo possível



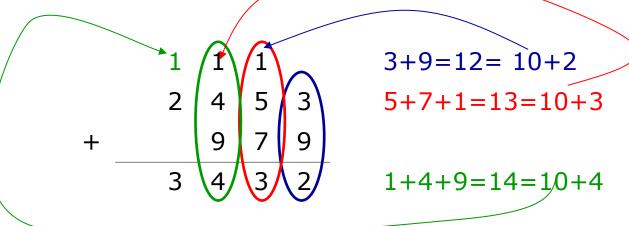


#### Base Decimal:

Adição: quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a

esquerda valendo 1

Exemplo:







#### Base Decimal

Subtração: quando uma determinada casa necessita "pedir emprestado" a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base (10) Exemplo:



#### Base Binária

Símbolos: 0,1

Contagem:

"encheu a casa menos significativa:

on reinicia a contagem nesta casa e usa o

próximo símbolo na casa a sua esquerda"

011

010

100

101

110

111

UFFS – Universidade Federal da Fronteira Sul – Informática Básica





#### Base Binária

- Cada casa ou dígito binário é chamado de bit (do inglês Binary Digit)
- Um agrupamento de 8 bits é chamado de Byte
- Pelo T.F.N. cada casa binária possui um peso <u>2 vezes</u> maior do que a casa a sua direita





Com n bits podemos representar:  $B^n \Rightarrow 2^n$ 

Para 3 casas binárias (ou 3 bits) teremos:

$$2^3 = 8$$
 valores

O maior valor a ser representado com N dígitos será: B<sup>n</sup> -1

Para 5 bits teremos:

$$2^5 - 1 = 31$$

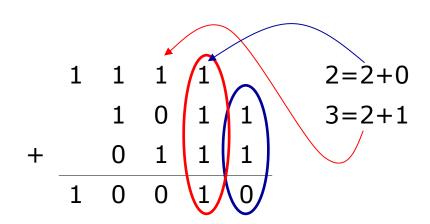
Considerando o maior símbolo possível:





Adição: quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:







#### Base Binária

Subtração: quando uma determinada casa necessita "pedir emprestado" a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base(2)

Exemplo:



#### Base Octal

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7

Contagem:

```
00
          "encheu a casa menos significativa:
01
02
          reinicia a contagem nesta casa e usa o
03
           próximo símbolo na casa a sua esquerda"
04
           assim:
05
            10
                                 100
06
07
```





cada casa octal possui um peso 8 vezes maior do que a casa a sua direita



Considerando um número com N dígitos (ou casas) teremos capacidade de representar

B<sup>N</sup> valores diferentes (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos octais teremos:

$$8^3 = 512$$
 valores



O maior valor a ser representado com N dígitos será:

BN -1 (onde B é a base de numeração).

Para 4 dígitos octais teremos:

$$8^4 - 1 = 4095$$

Considerando o maior símbolo possível

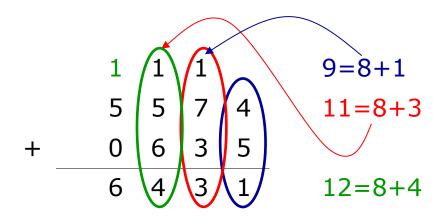




#### Base Octal

Adição: Quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:







#### Base Octal

Subtração: quando uma determinada casa necessita "pedir emprestado" a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base(8).

Exemplo:





#### Base Hexadecimal

Símbolos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Contagem:

 $\cap \cap$ 

·	JU				"encheu
(	01	0A			reinicia
(	)2	0B			o pró
(	03	0C			
(	)4	0D	19	20	
(	)5	0E	1A	21	
(	06	0F		••	
(	07	10	1F	2F	
(	08	11	19	30	
(	)9	12 UFFS-U	 Jniversidade Federal	20 I da Fronteira S	ul – Informátic

"encheu a casa menos significativa: a contagem nesta casa e usa ximo símbolo na casa a sua esquerda"

ica Básica



Cada casa hexadecimal possui um peso 16 vezes maior do que a casa a sua direita



Considerando um número com N dígitos (ou casas) teremos capacidade de representar

B<sup>N</sup> valores diferentes (onde B é a base de numeração).

Para 3 dígitos hexadecimais teremos:

 $16^3 = 4096 \text{ valores}$ 





O maior valor a ser representado com N dígitos será:

B<sup>N</sup> -1 (onde B é a base de numeração).

Para 4 dígitos hexa, teremos:

$$16^4 - 1 = 65535$$

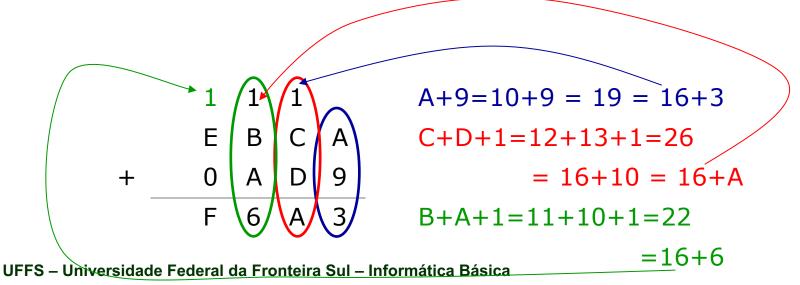
Considerando o maior símbolo possível



#### Base Hexadecimal

Adição: Quando a soma em uma determinada casa excede o maior símbolo da base, devemos deixar o excedente e levar o peso da base para a casa mais a esquerda valendo 1

Exemplo:

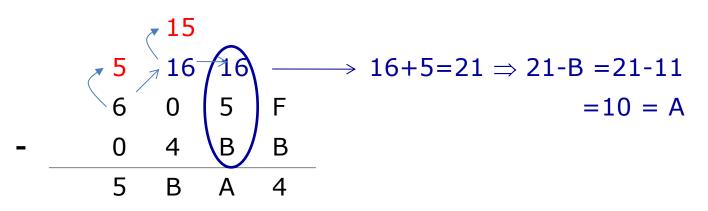






Subtração: quando uma determinada casa necessita "pedir emprestado" a casa a sua esquerda fica com um a menos e a casa solicitante recebe o peso da base (16)

Exemplo:



### Conversão entre Bases





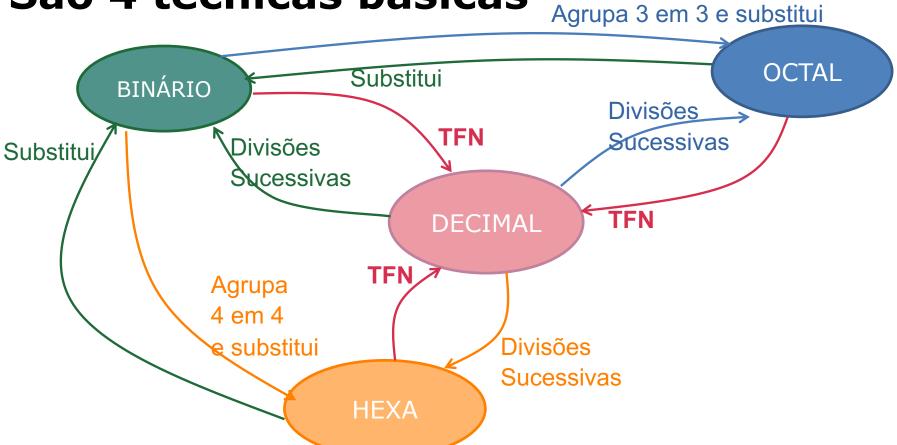
#### São 4 técnicas básicas

Base Origem Base Destino	Técnica
Base Qualquer → Decimal	Teorema Fundamental da Numeração
Decimal → Base Qualquer	Divisões Sucessivas
Octal/Hexa → Binário	Substituir de 3 em 3 / 4 em 4
Binário → Octal/Hexa	Agrupar de 3 em 3 / 4 em 4 e substituir

#### Conversão entre Bases







UFFS – Universidade Federal da Fronteira Sul – Informática Básica

### Representação da Informação



O teorema fundamental da numeração e as bases numéricas não permite a representação de números com sinal.

Além deste fato, um sistema computacional precisa representar outros tipos de informação, tais como, números inteiros com sinal, números reais, o alfabeto, imagens, som, etc.

A seguir vamos ver como se dá a representação de alguns destes elementos.





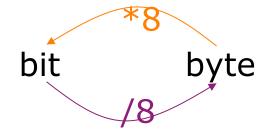
#### Considerando o peso de cada casa teremos:

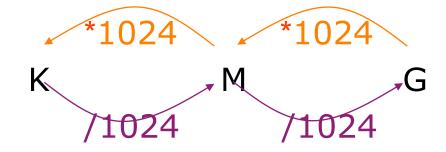
$2^0 = 1$	$2^{10} = 1024 = 1K$	$2^{20} = 1024K = 1M$
$2^1 = 2$	$2^{11} = 2048 = 2K$	$2^{21} = 2048K = 2M$
$2^2 = 4$	$2^{12} = 4096 = 4K$	$2^{22} = 4096K = 4M$
$2^3 = 8$	$2^{13} = 8192 = 8K$	$2^{23} = 8M$
24 = 16	$2^{14} = 16K$	$2^{24} = 16M$
$2^5 = 32$	$2^{15} = 32K$	$2^{25} = 32M$
$2^6 = 64$	$2^{16} = 64K$	$2^{26} = 64M$
$2^7 = 128$	$2^{17} = 128K$	$2^{27} = 128M$
2 <sup>8</sup> = 256	$2^{18} = 256K$	$2^{28} = 256M$
$2^9 = 512$	$2^{19} = 512K$	$2^{29} = 512M$

Para valores entre 2<sup>30</sup> e 2<sup>39</sup>: Giga entre 2<sup>40</sup> e 2<sup>49</sup>: Tera



#### Conversões:









#### Exemplos de conversão

Considerando que 1 byte é um agrupamento de 8 bits teremos:

- a) 56 bits = ? Bytes  $\Rightarrow$  56/8 Bytes = 7 Bytes
- b) 9 Bytes = ? bits  $\Rightarrow$  9 x 8 bits = 72 bits
- c)  $32KBytes = ? bits \Rightarrow 32 * 8 Kbits$ 
  - $\Rightarrow$  256 \* 1024 bits
  - $\Rightarrow$  262144 bits
  - d) 131072Kbits = ? MBytes  $\Rightarrow$  131072/8 KBytes
    - ⇒ 16384 / 1024 KB
    - $\Rightarrow$  16 MBytes





### **Código BCD (Binary Coding Decimal)**

O código BCD é um sistema de representação dos dígitos decimais desde 0 até 9 com um código binário de 4 bits. Esse código BCD usa o sistema de pesos posicionais 8421 do código binário puro

Apesar de usar 4 bits existem apenas dez
códigos válidos. Os números binários de 4 bits
representando os números decimais desde 10
até 15 são inválidos no sistema BCD

Ex: 238 = 001000111000

Decimal	BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001





### Código BCD (Binary Coding Decimal)

Ainda hoje existem arquiteturas que disponibilizam aritmética BCD no conjunto de instruções

Os primeiros computadores implementavam aritmética BCD de forma nativa no conjunto de instruções

Pode ser util para representação de números reais com precisão absoluta

Decimal	BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001





Códigos 2	<b>em 5</b>
-----------	-------------

Características
Grupo de códigos onde 2 entre 5
dígitos recebem o valor 1

Cada posição tem um peso associado

O zero tem codificação especial

Ex:

804 = 001010110001010

= 100101100001001

_				
	Código	2 em 5		
	Decimal	01236	74210	
	0	01100	11000	
	1	11000	00011	
	2	10100	00101	
	3	10010	00110	
	4	01010	01001	
	5	00110	01010	
	6	10001	01100	
	7	01001	10001	
	8	00101	10010	
	9	00011	10100	

UFFS – Universidade Federal da Fronteira Sul – Informática Básica





#### Códigos 2 em 5

- permite a detecção de erros quando um bit altera de 0 para 1 ou 1 para 0

		•

2 em 5	
01236	74210
01100	11000
11000	00011
10100	00101
10010	00110
01010	01001
00110	01010
10001	01100
01001	10001
00101	10010
00011	10100
	01236 01100 11000 10100 10010 01010 10001 01001 01001

### Código GRAY

#### Características

- Palavras adjacentes variam apenas 1 bit
- Cíclico
- Refletido
- Bit mais significativo é igual ao código
- binário natural





6

8

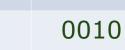
10

11

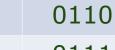
**Decimal** 















0100

1100

1101

1111

1110

**GRAY** 

0000

### Código GRAY

#### Características

- Palavras adjacentes variam apenas 1 bit
- Cíclico
- Refletido
- natural

Ex: 237 = 011010100

- Bit mais significativo é igual ao código inário

0011 0010

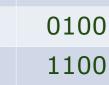
**Decimal** 

10

. . .

0110 0111

0101





**GRAY** 

0000

0001



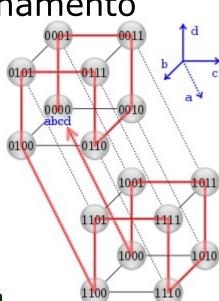
1111

1110

### Código GRAY

- Utilizado por representar menos chaveamento entre valores adjacentes
- Utilizado na minimização de circuitos digitais
- Utilizado em encoder de posicionamento





Decimal	GRAY
0	0000
1	0001
2	0011
3	0010
4	0110
5	0111
6	0101
7	0100
8	1100
9	1101
10	1111
11	1110





#### **ASCII**

American Standard Code for Information Interchang

#### **Características**

- Código de 8 bits (1 + 7)
- 0-127 padrão
- 128-255 página
- tipo de dados char em várias linguagens

```
Dec Hx Oct Char
                                     Dec Hx Oct Html Chr
                                                           Dec Hx Oct Html Chrl Dec Hx Oct Html Chr
                                      32 20 040   Space
                                                            64 40 100 @ 0
                                                                               96 60 140 @#96;
    0 000 NUL (null)
      001 SOH (start of heading)
                                      33 21 041 6#33; !
                                                            65 41 101 A A
                                                                               97 61 141 @#97; 8
      002 STX (start of text)
                                      34 22 042 4#34; "
                                                            66 42 102 B B
                                                                               98 62 142 498; b
                                      35 23 043 4#35; #
    3 003 ETX (end of text)
                                                            67 43 103 C C
                                                                               99 63 143 4#99; 0
    4 004 EOT (end of transmission)
                                                            68 44 104 D D
                                                                              |100 64 144 d d
                                      36 24 044 $ $
   5 005 ENQ (enquiry)
                                      37 25 045 @#37; %
                                                            69 45 105 E E
                                                                              101 65 145 @#101; e
    6 006 ACK (acknowledge)
                                                                              102 66 146 @#102; f
                                      38 26 046 & &
                                                            70 46 106 @#70; F
              (bell)
                                                            71 47 107 @#71; G
                                                                              103 67 147 g g
    7 007 BEL
                                      39 27 047 ' '
                                                            72 48 110 @#72; H
                                                                              104 68 150 h h
    8 010 BS
              (backspace)
                                      40 28 050 ( (
                                                            73 49 111 6#73; I
                                                                              105 69 151 i i
    9 011 TAB
              (horizontal tab)
                                      41 29 051 4#41;
                                                                              106 6A 152 @#106; j
                                      42 2A 052 @#42; *
                                                            74 4A 112 6#74; J
              (NL line feed, new line)
              (vertical tab)
                                                                              107 6B 153 k k
                                      43 2B 053 + +
                                                            75 4B 113 K K
              (NP form feed, new page)
                                      44 20 054 6#44;
                                                            76 4C 114 L L
                                                                              |108 6C 154 l <mark>1</mark>
    C 014 FF
13 D 015 CR
              (carriage return)
                                      45 2D 055 &#45: -
                                                            77 4D 115 6#77: M
                                                                              |109 6D 155 m 🍱
              (shift out)
                                                                              |110 6E 156 n n
                                      46 2E 056 &#46:
15 F 017 SI
              (shift in)
                                      47 2F 057 / /
                                                                              |111 6F 157 @#111; 0
16 10 020 DLE (data link escape)
                                      48 30 060 4#48: 0
                                                            80 50 120 6#80; P
                                                                             112 70 160 @#112; p
17 11 021 DC1 (device control 1)
                                      49 31 061 6#49; 1
                                                            81 51 121 6#81; 0
                                                                              |113 71 161 q <mark>q</mark>
                                      50 32 062 4#50; 2
18 12 022 DC2 (device control 2)
                                                                             1114 72 162 @#114; r
                                      51 33 063 3 3
                                                                              1115 73 163 @#115; 3
             (device control 3)
20 14 024 DC4 (device control 4)
                                      52 34 064 4#52; 4
                                                            84 54 124 @#84; T
                                                                              |116 74 164 @#116; t
                                                                              117 75 165 u u
21 15 025 NAK (negative acknowledge)
                                      53 35 065 4#53; 5
                                                                              |118 76 166 @#118; V
                                      54 36 066 4#54; 6
22 16 026 SYN (synchronous idle)
             (end of trans. block)
                                                            87 57 127 @#87; W
                                                                              1119 77 167 w ₩
                                      55 37 067 4#55; 7
                                                            88 58 130 6#88; X 120 78 170 6#120; X
24 18 030 CAN (cancel)
                                      56 38 070 4#56:8
              (end of medium)
                                                                              121 79 171 y Y
                                      57 39 071 9 9
                                                            89 59 131 Y Y
                                                                              122 7A 172 @#122; Z
26 1A 032 SUB
              (substitute)
                                      58 3A 072 @#58; :
27 1B 033 ESC (escape)
                                      59 3B 073 4#59; ;
                                                            91 5B 133 [
                                                                              123 7B 173 @#123;
              (file separator)
                                                                              124 70 174 @#124;
28 1C 034 FS
                                      60 3C 074 &#60: <
29 1D 035 GS
              (group separator)
                                                                              125 7D 175 @#125; )
                                      61 3D 075 = =
                                                            93 5D 135 ]
30 1E 036 RS
                                                                             126 7E 176 ~ ~
              (record separator)
                                      62 3E 076 &#62:>
                                                            94 5E 136 &#94:
31 1F 037 US
              (unit separator)
                                      63 3F 077 4#63; ?
                                                            95 5F 137 6#95;
                                                                           127 7F 177  DEL
```

Source: www.LookupTables.com





#### **ASCII**

- codifique seu nome (sem acentos)





#### ISO/IEC 8859-1 (Latin1)

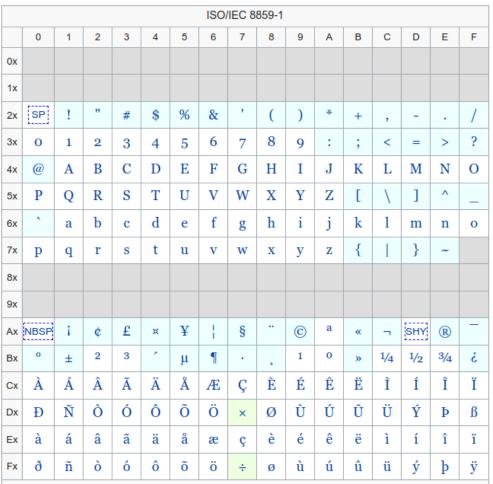
#### **Características**

- código de 8 bits
- possui 191 caracteres codificados (originais)
- amplamente usado em navegadores
- possui variações:
  - ISO 8859-14
  - ISO 8859-15





#### ISO/IEC 8859-1 (Latin1)







#### Unicode

#### **Características**

- código de até 32 bits (UTF-8, 16, 32)
- atualmente na versão 15.0
- Padrão ISO/IEC 10646
- possui 149.186 caracteres

### **Números inteiros**





Independente da representação utilizada devemos antes de qualquer coisa definir a quantidade de bits que serão utilizados na representação

#### Representações mais conhecidas:

- Sinal e Magnitude
- Complemento de 2
- Excesso de 2<sup>N-1</sup>

### **Números inteiros**



Independente da representação utilizada devemos antes de qualquer coisa definir a quantidade de bits que serão utilizados na representação

#### Representações mais conhecidas:

- Sinal e Magnitude
- Complemento de 2
- Excesso de 2<sup>N</sup>-1