

# Árvores

Prof. Denio Duarte

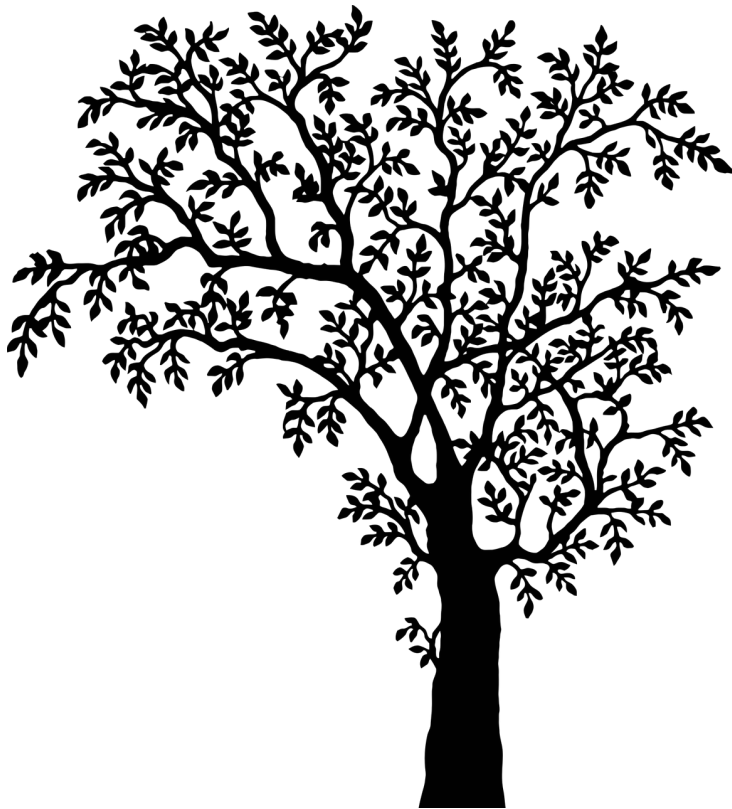
[duarte@uffs.edu.br](mailto:duarte@uffs.edu.br)

Prof.

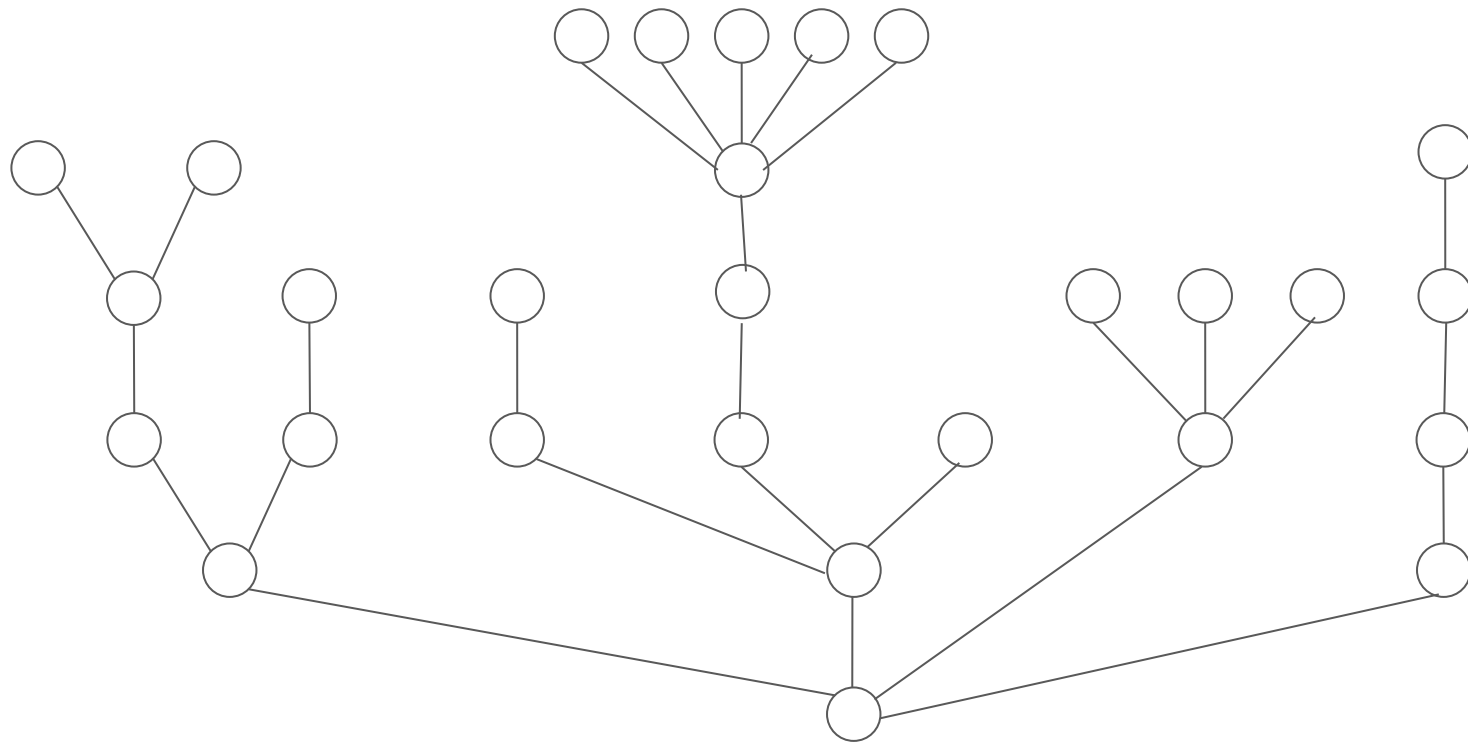
# Árvore



# Abstraindo a estrutura de uma árvore

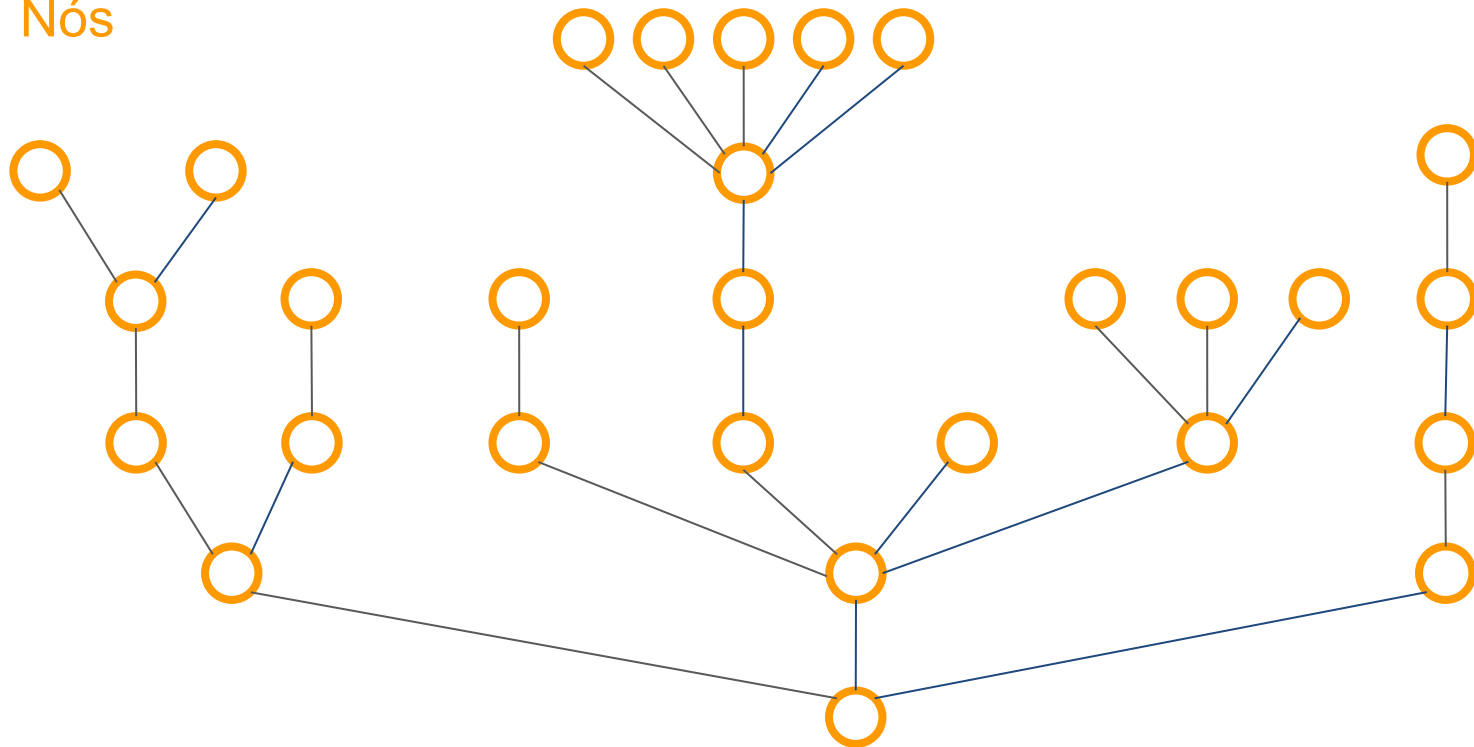


# Abstraindo a estrutura de uma árvore



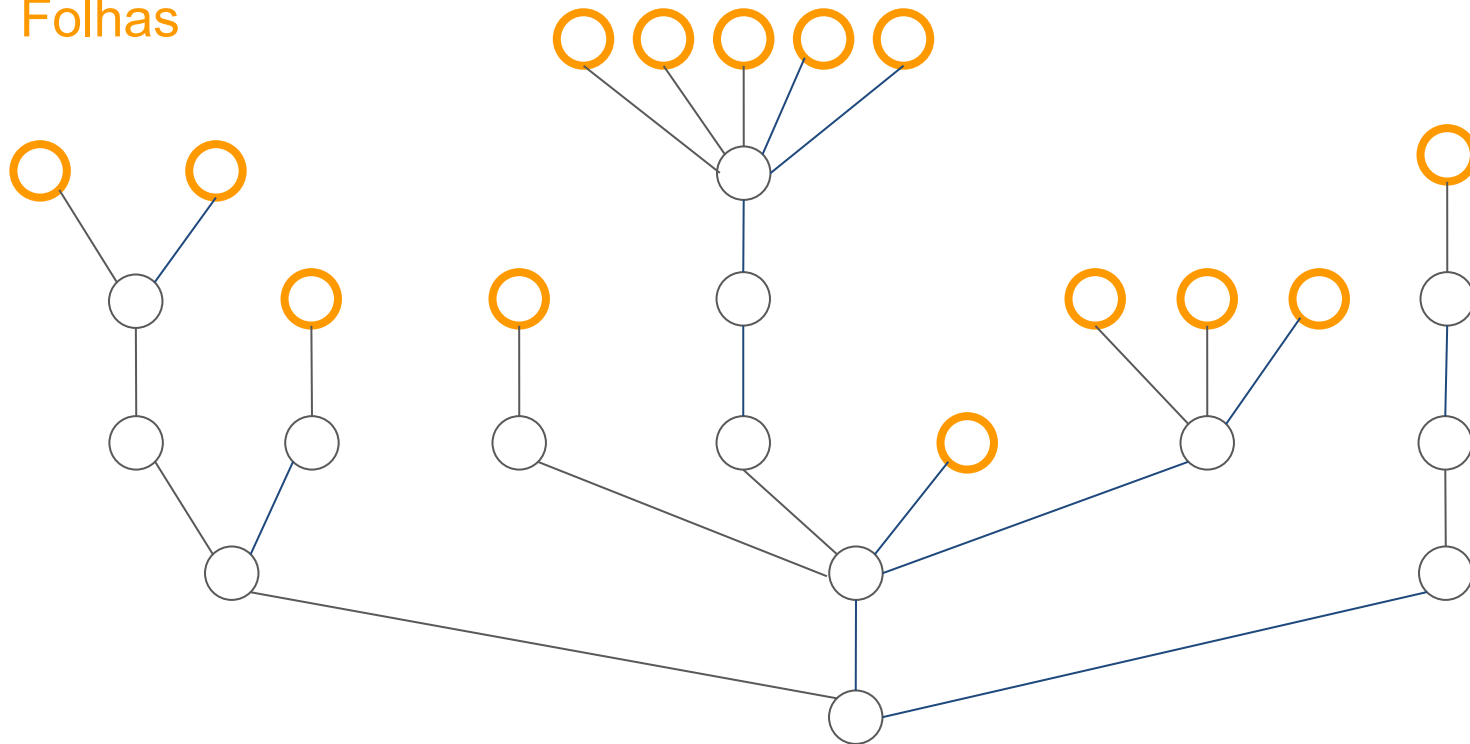
# Abstraindo a estrutura de uma árvore

Nós

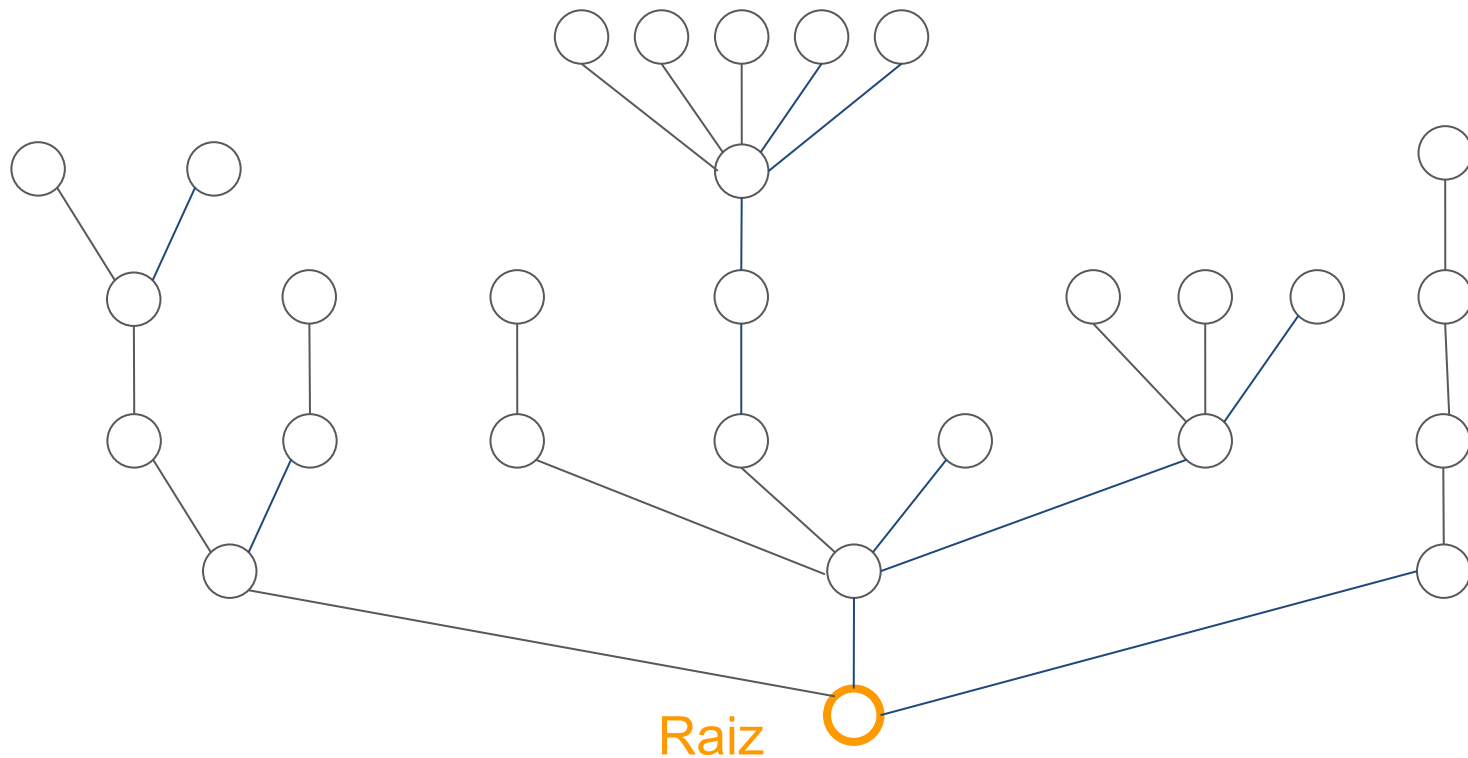


# Abstraindo a estrutura de uma árvore

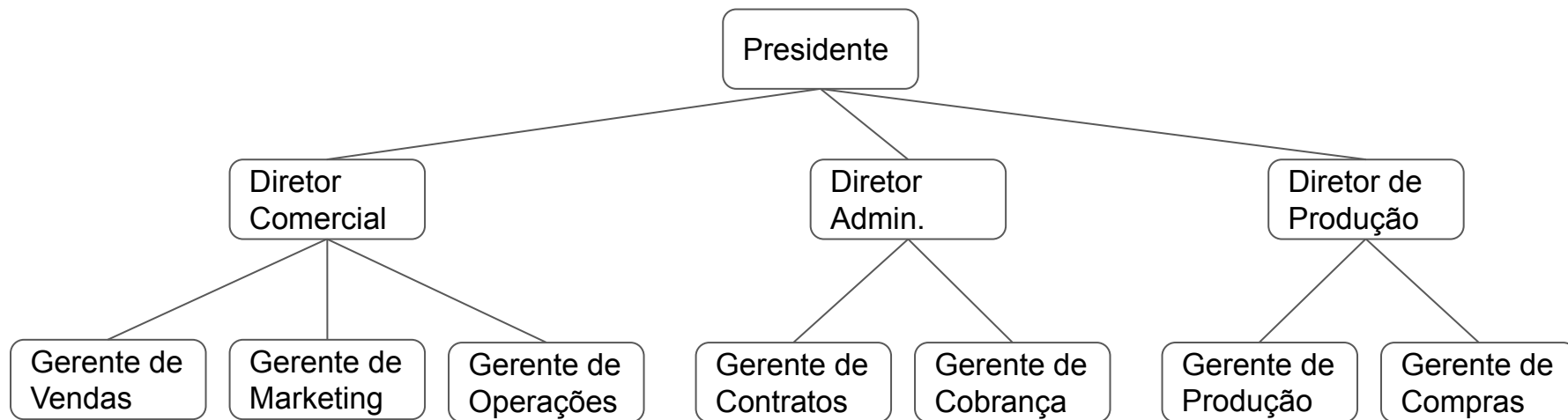
Folhas



# Abstraindo a estrutura de uma árvore



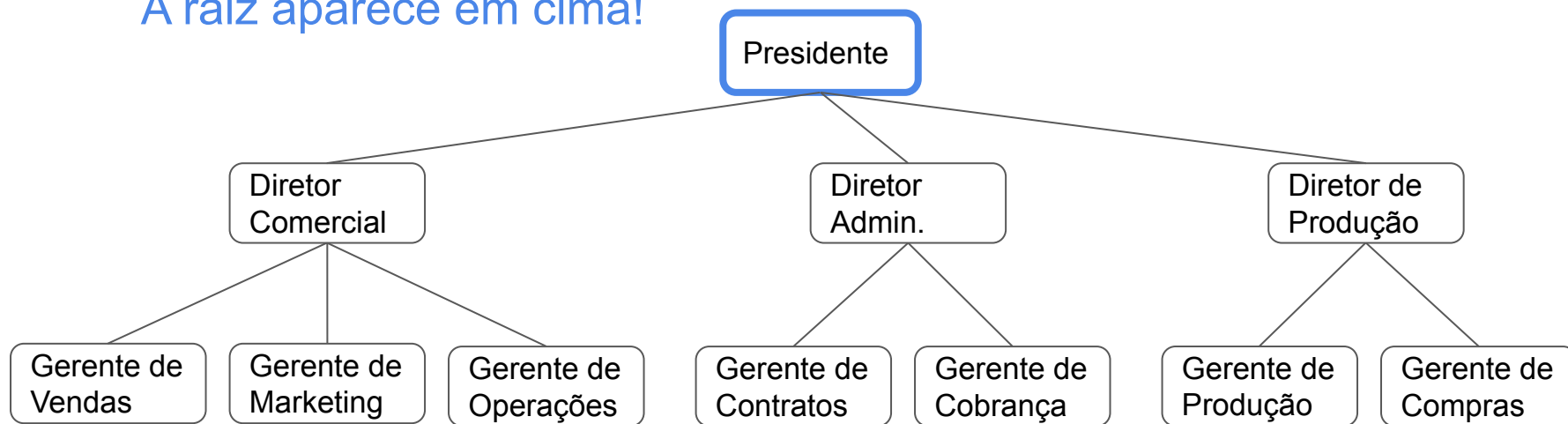
# Exemplo de uso: organograma de uma empresa



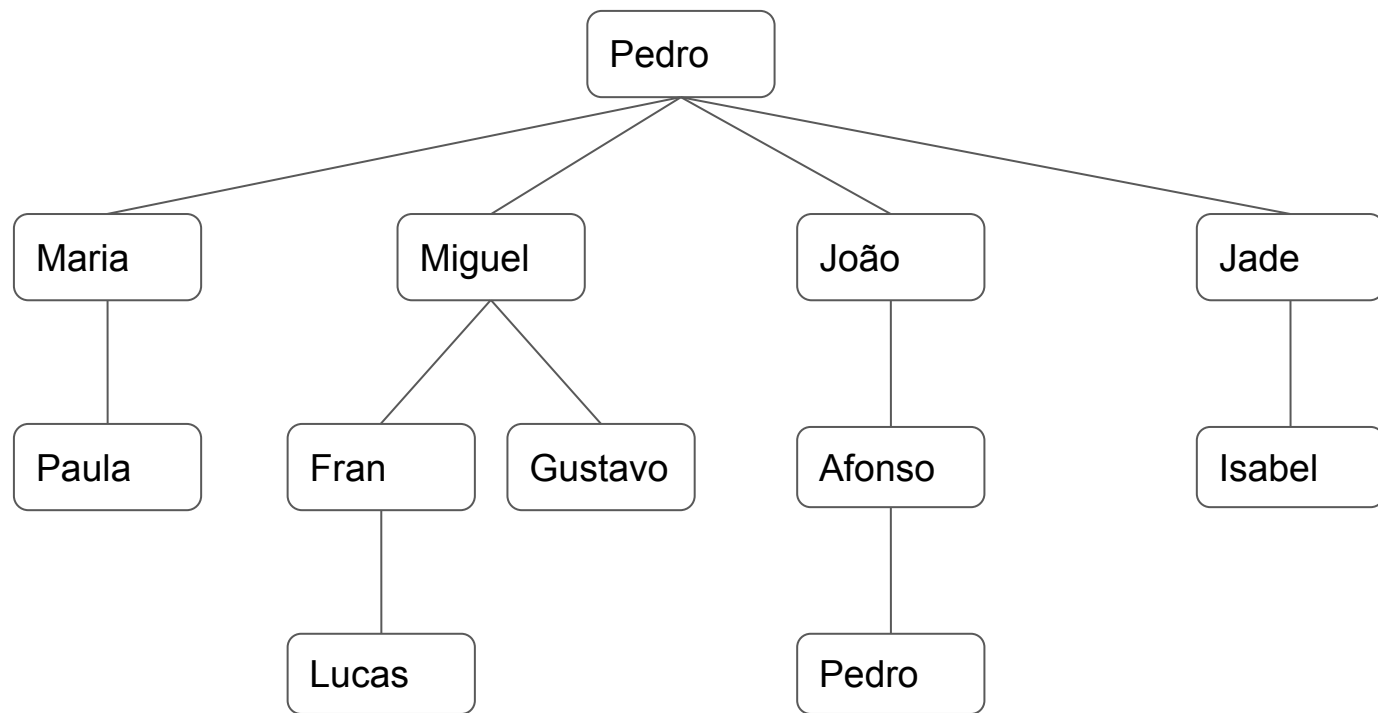


# Exemplo de uso: organograma de uma empresa

A raiz aparece em cima!



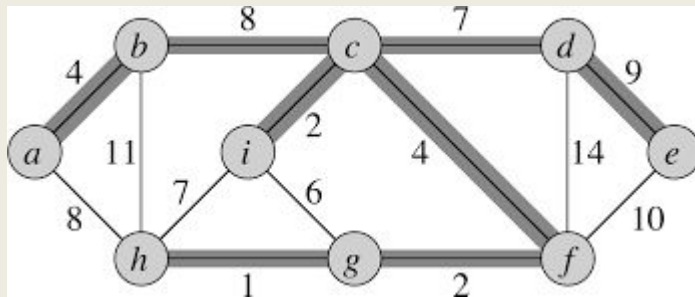
# Exemplo de uso: descendência de uma pessoa



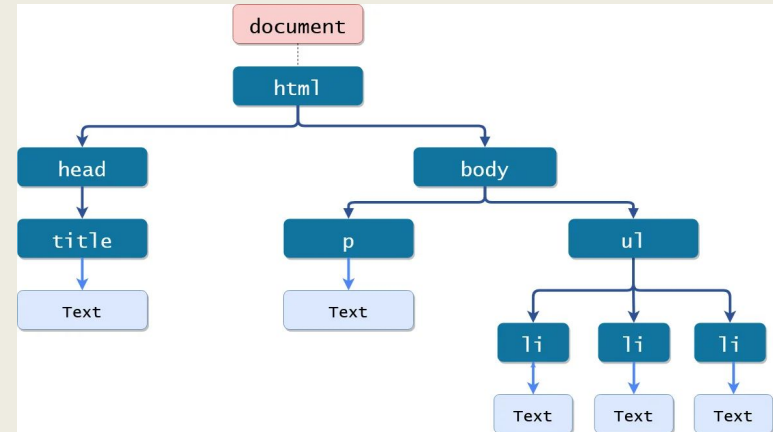
# Árvores - uso na Computação

- Árvores são amplamente utilizadas na Computação
  - como uma ferramenta para descrever propriedades de algoritmos e
  - como uma estrutura de dados de fato

## Árvore Geradora Mínima



## Document Object Model (DOM) HTML

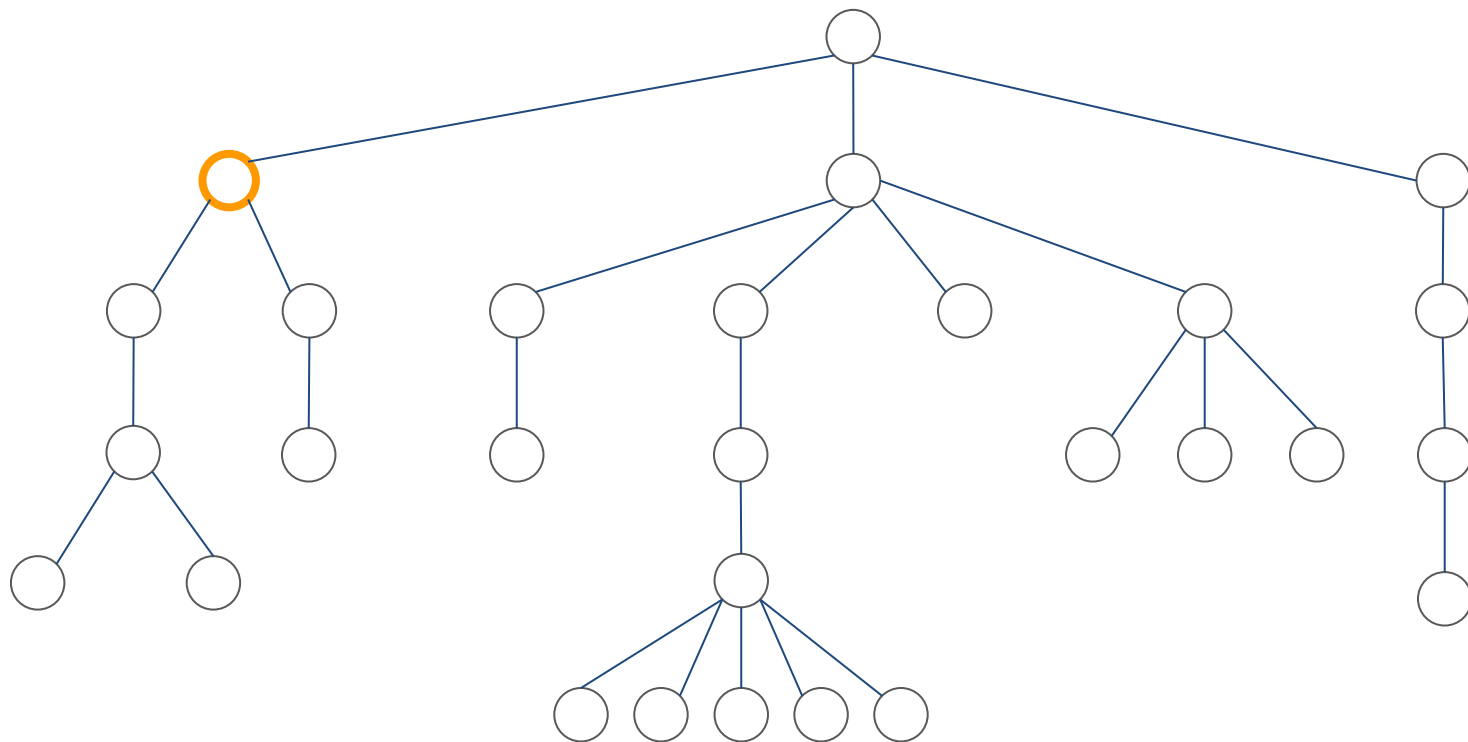


# Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil

# Árvore - definição

Nó

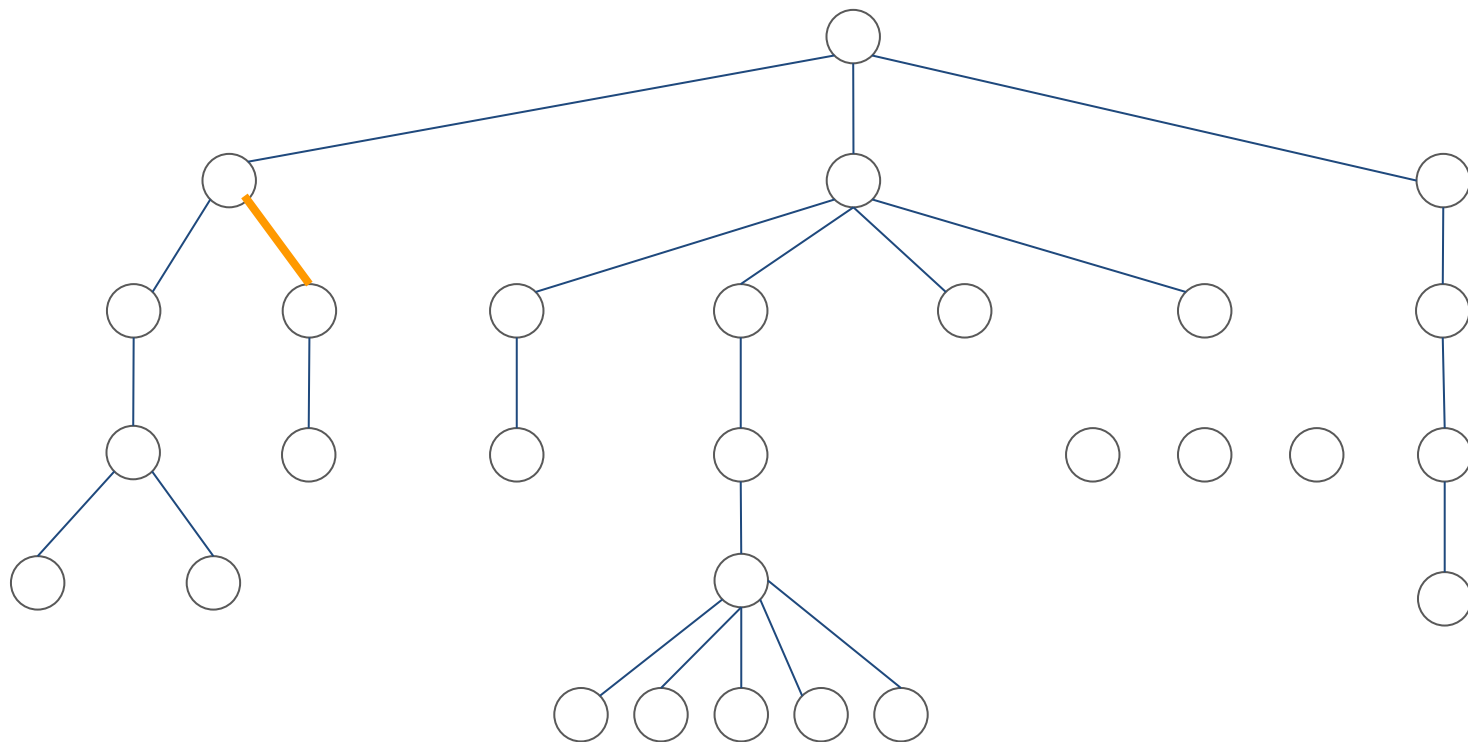


# Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil
- Uma **aresta** é uma conexão entre dois nós

# Árvore - definição

Aresta



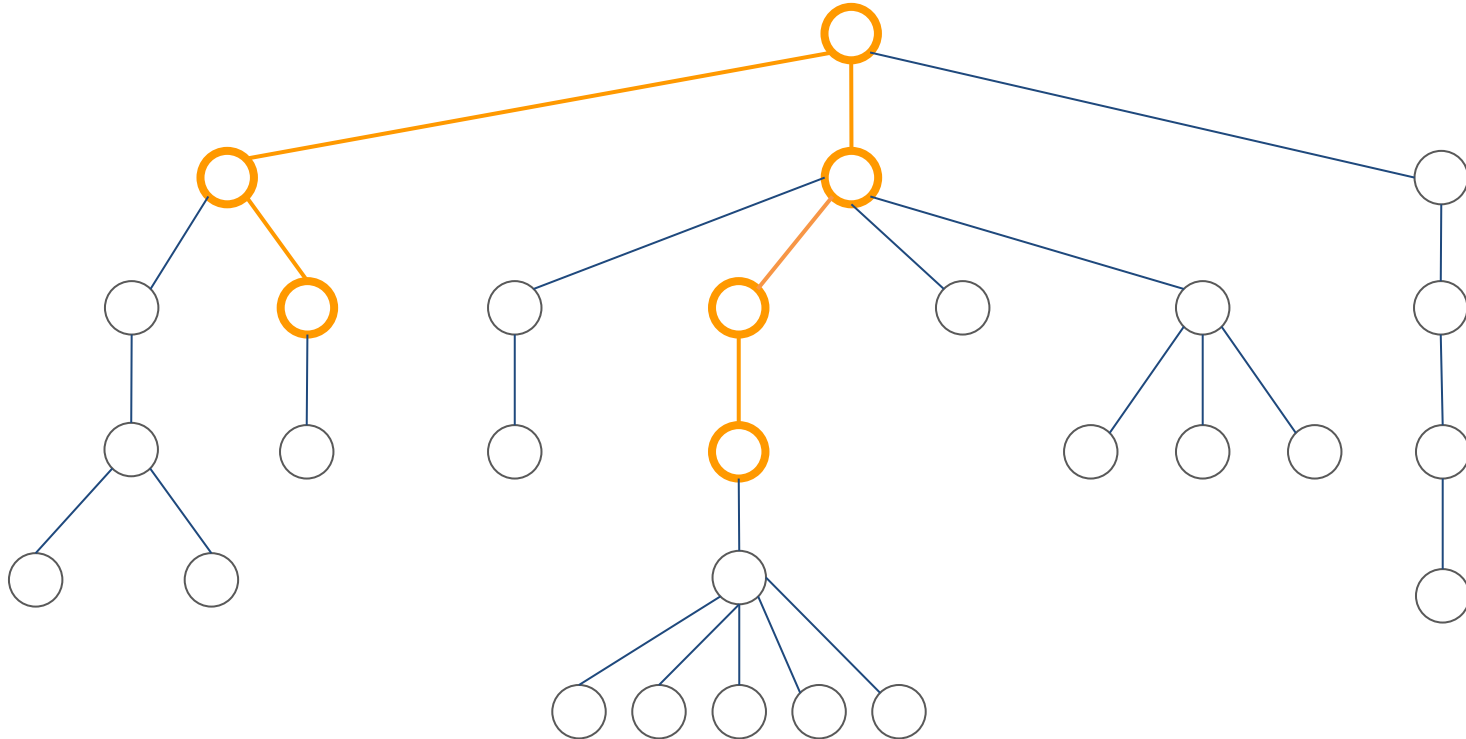
# Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil
- Uma **aresta** é uma conexão entre dois nós
- Um **caminho** é uma sequência de nós  $\langle v_0, v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$  tal que
  - todos os nós da sequência são distintos
  - existe uma aresta conectando  $v_{i-1}$  e  $v_i$  para  $i = 1, 2, \dots, k$



# Árvore - definição

Caminhos

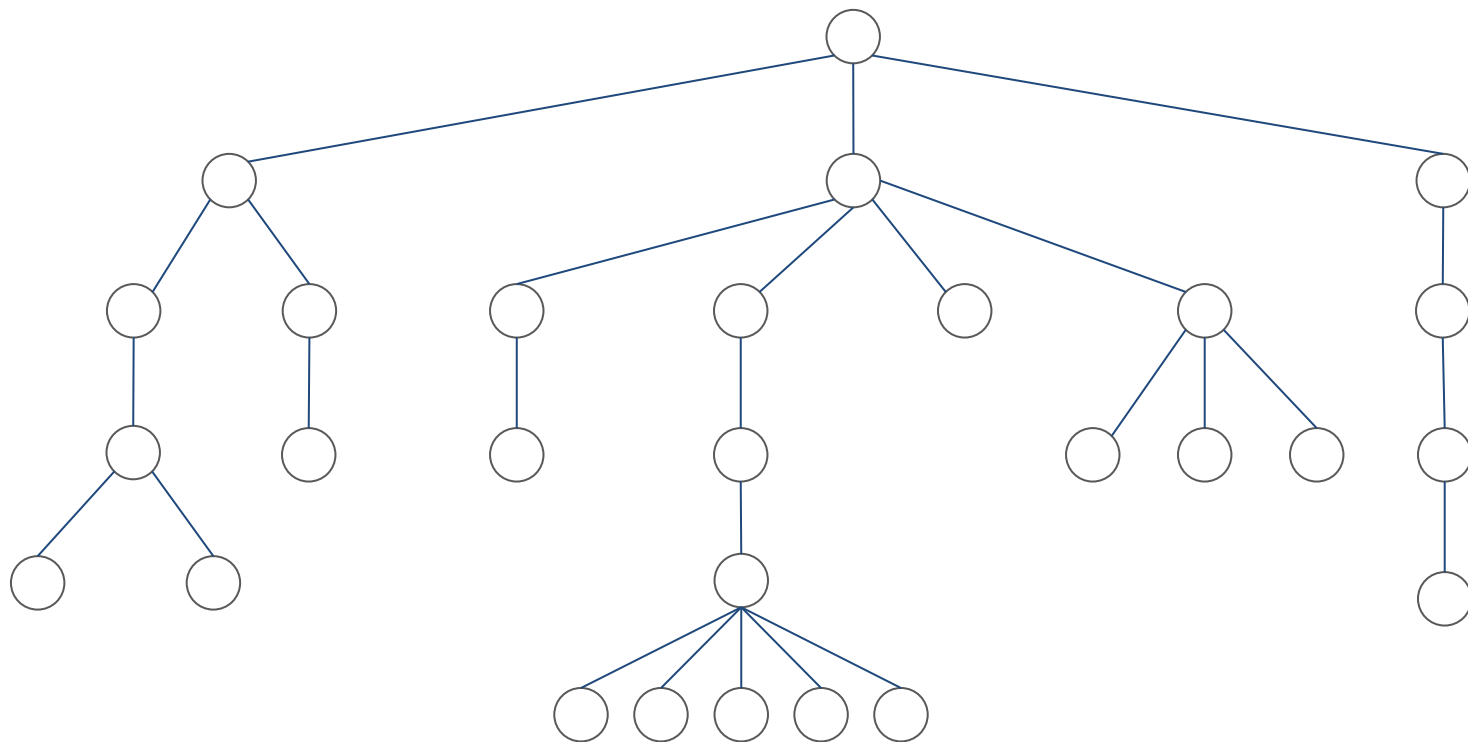


# Árvore - definição

- Um **nó** (ou vértice) contém uma informação útil
- Uma **aresta** é uma conexão entre dois nós
- Um **caminho** é uma sequência de nós  $\langle v_0, v_1, v_2, \dots, v_k \rangle$  tal que
  - todos os nós da sequência são distintos
  - existe uma aresta conectando  $v_{i-1}$  e  $v_i$  para  $i = 1, 2, \dots, k$
- Uma **árvore** é formada por nós e arestas tais que
  - existe **exatamente um caminho** conectando cada par de vértices
- A **ordem** de uma árvore é dada pelo nó com maior número de arestas

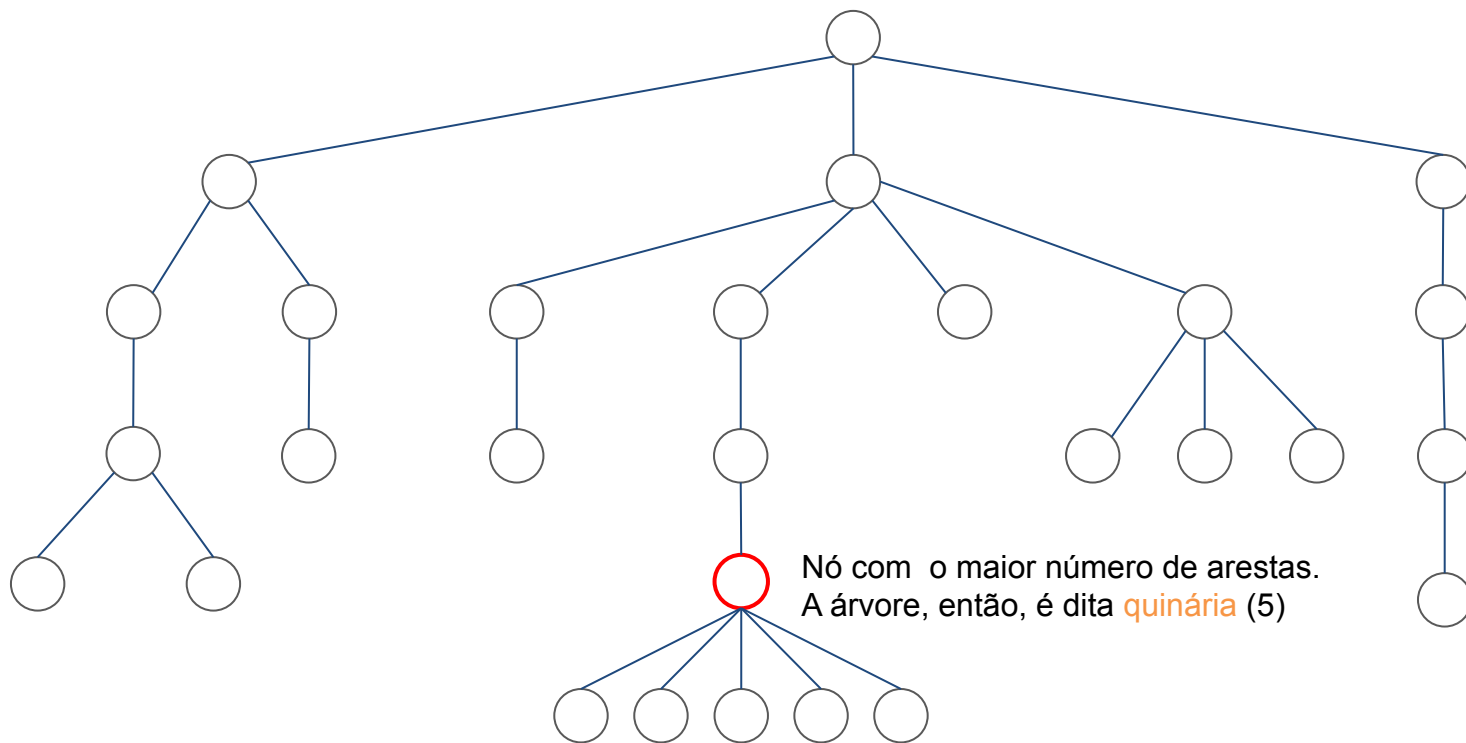
# Árvore - definição

É uma árvore!



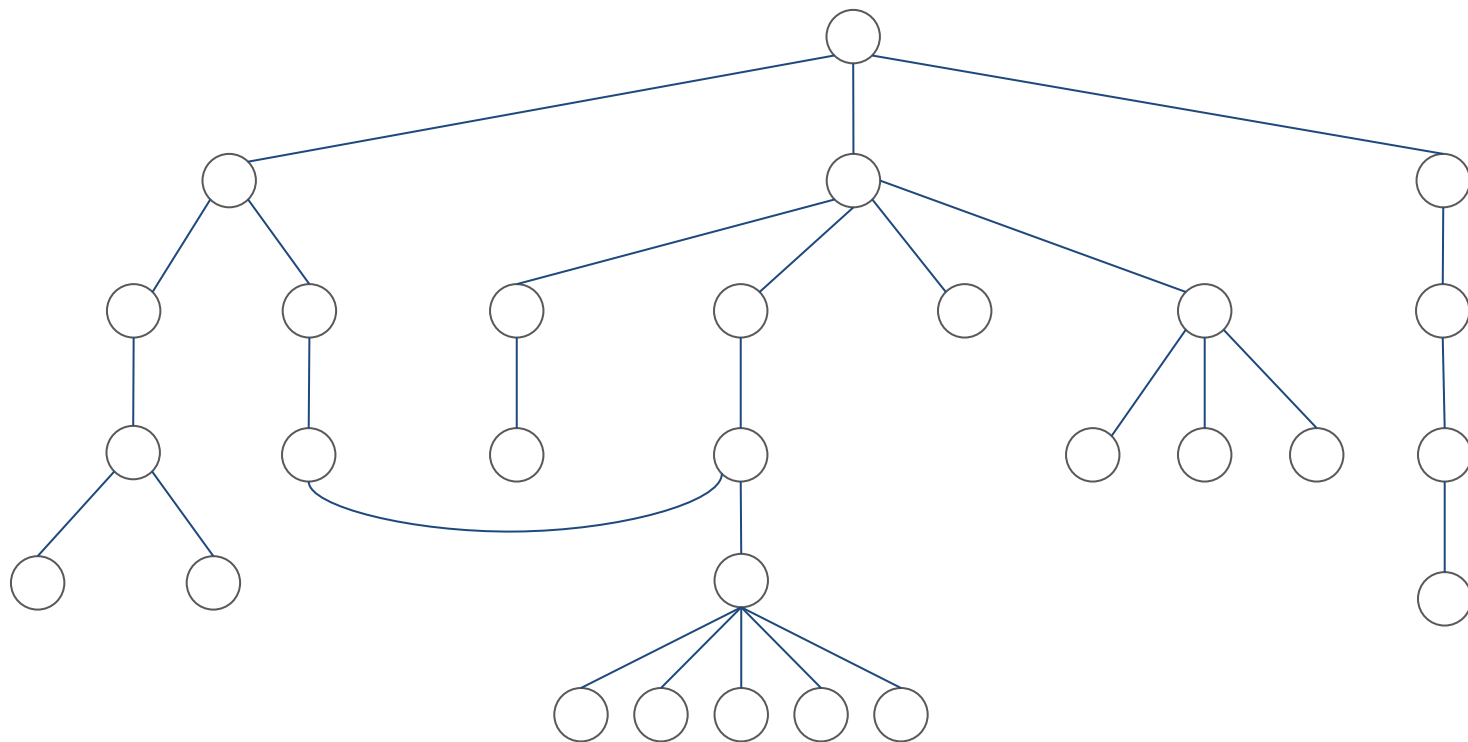
# Árvore - definição

É uma árvore!



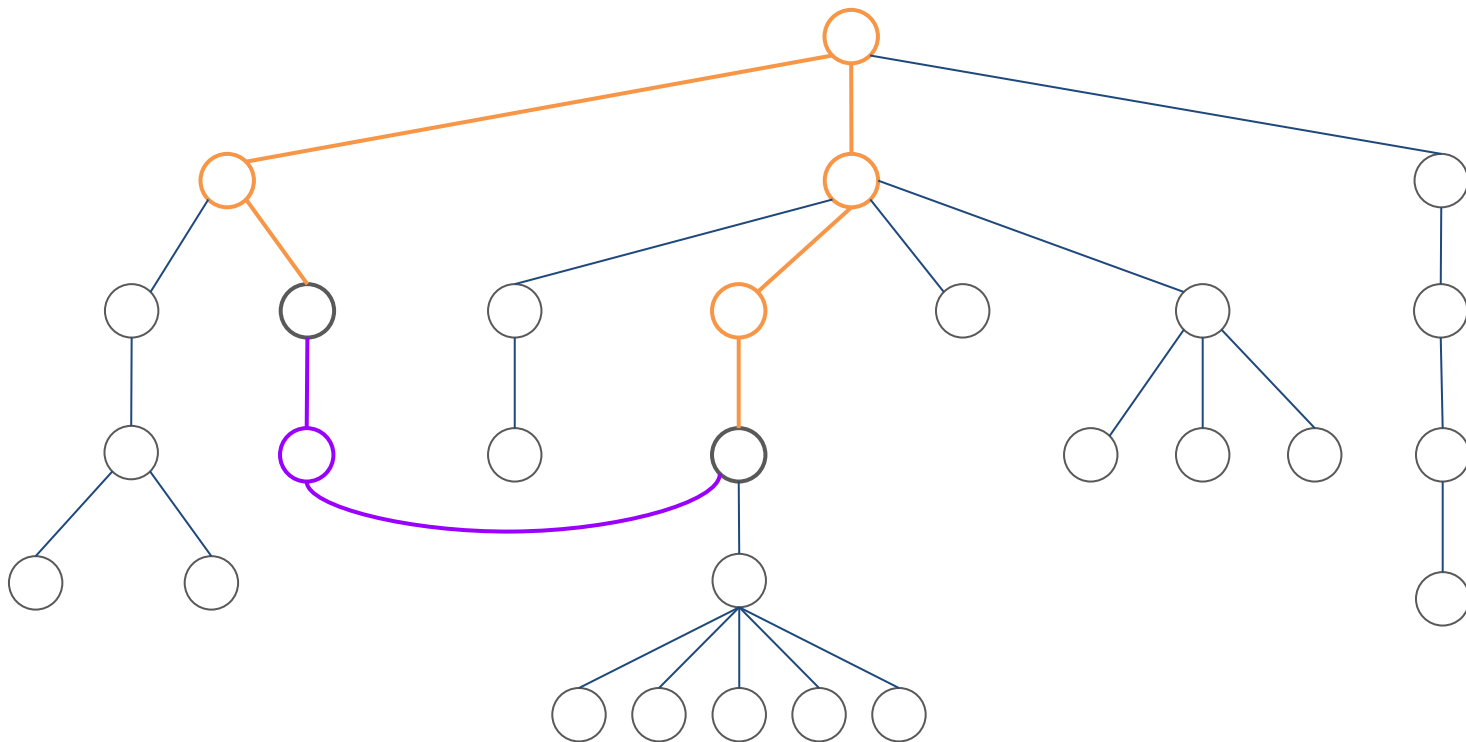
# Árvore - definição

**Não é uma árvore!**



## Árvore - definição

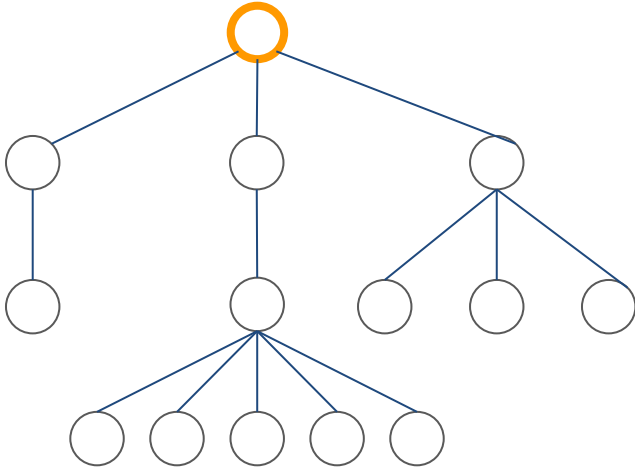
# Não é uma árvore!



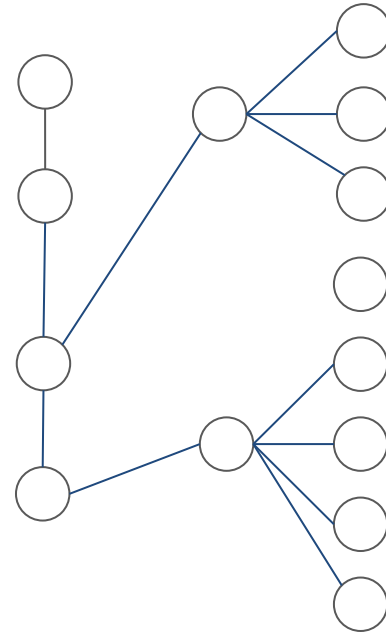
# Árvore enraizada - terminologia

Árvore enraizada

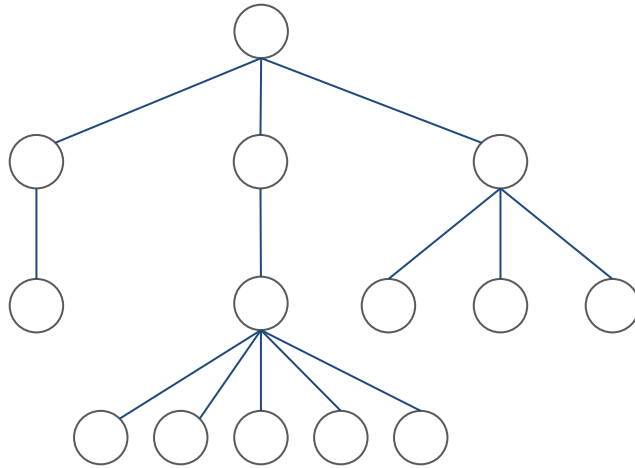
Raiz



Árvore não enraizada



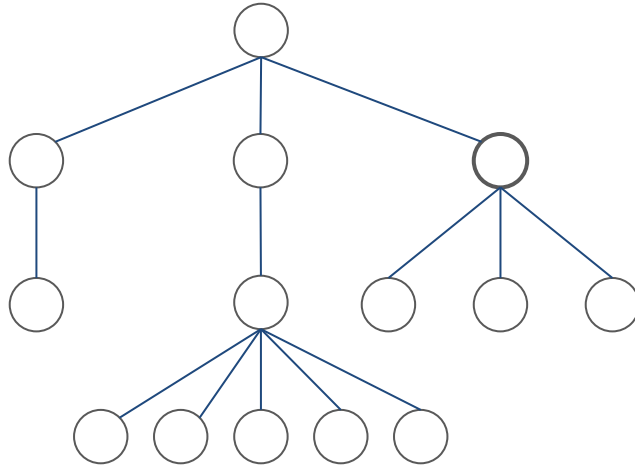
# Árvore enraizada - terminologia





# Árvore enraizada - terminologia

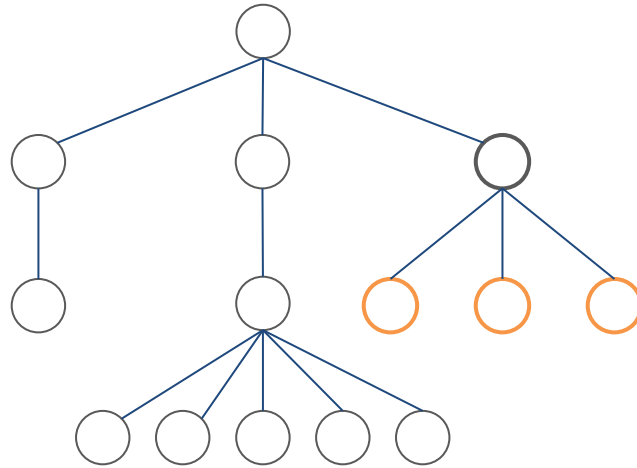
Nó



# Árvore enraizada - terminologia

Nó

Filhos

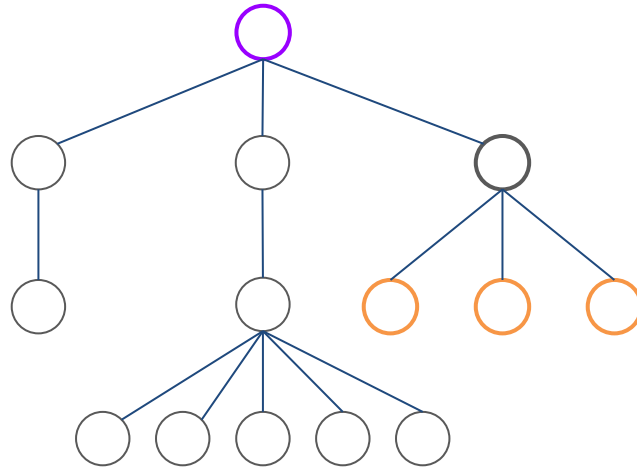


# Árvore enraizada - terminologia

Pai

Nó

Filhos



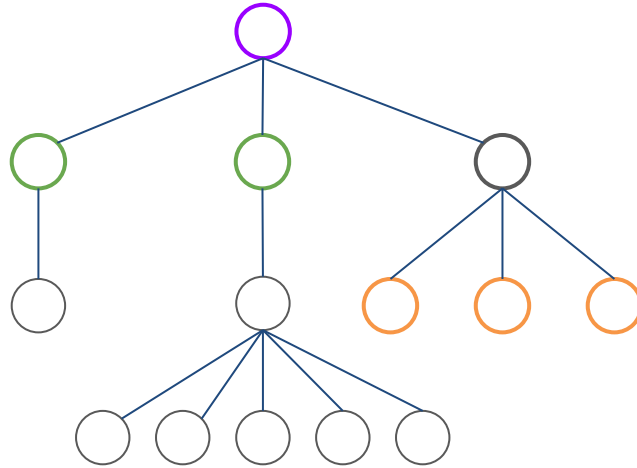
# Árvore enraizada - terminologia

Pai

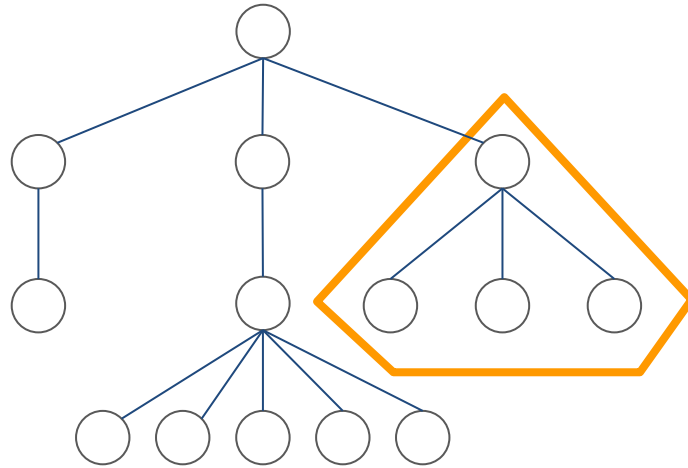
Nó

Irmãos

Filhos

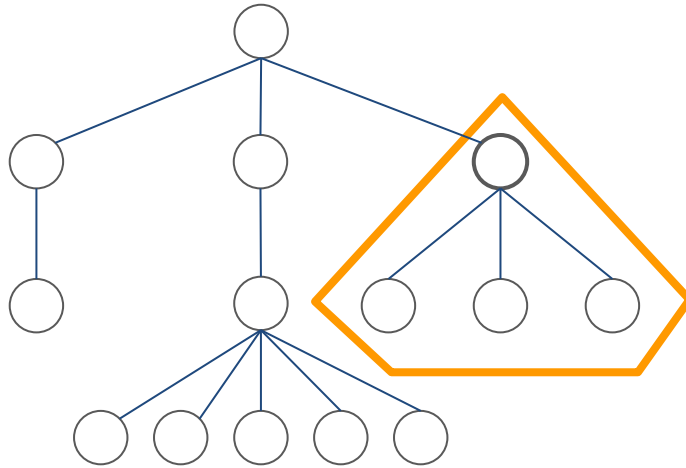


# Árvore enraizada - terminologia



Subárvore

# Árvore enraizada - terminologia



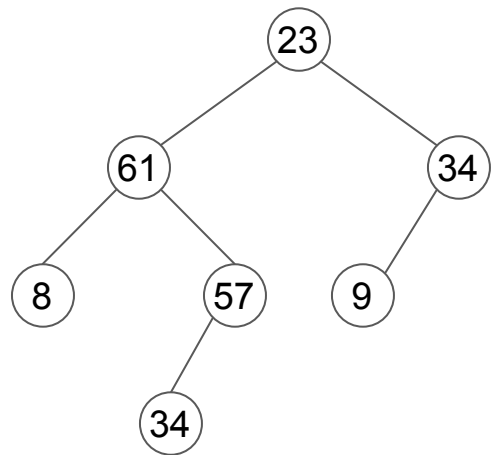
Raiz da  
subárvore

Subárvore

# Árvore binária

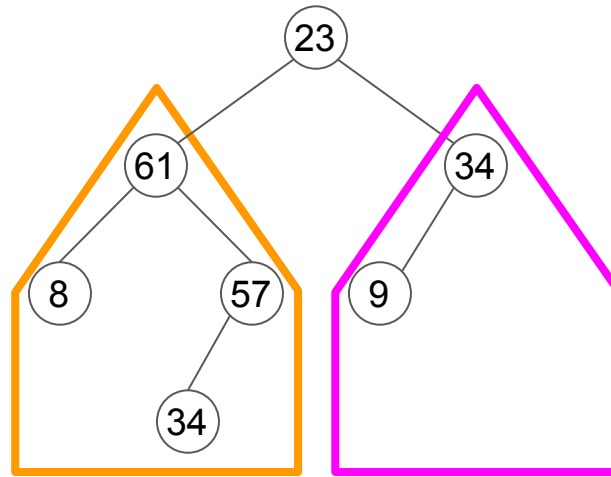
- (Definição recursiva.) Uma **árvore binária**
  - ou não contém nenhum nó
  - ou é composta de um nó conectado
    - a uma árvore binária chamada de **subárvore esquerda** do nó e
    - a uma árvore binária chamada de **subárvore direita** do nó

# Árvore binária





# Árvore binária

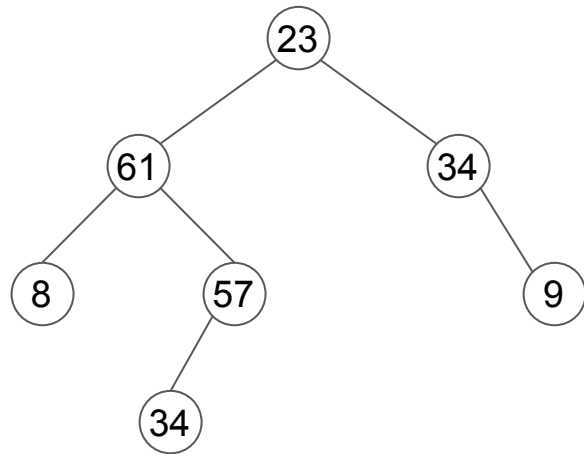
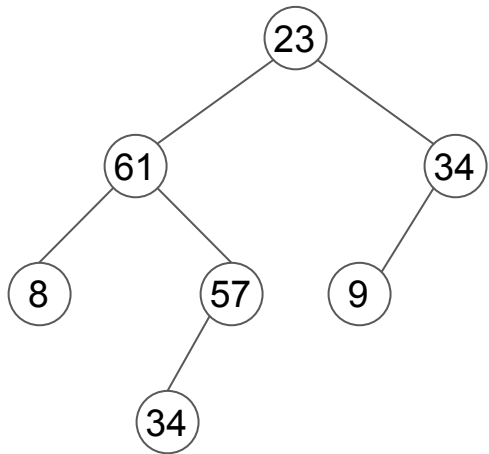


Subárvore  
esquerda

Subárvore  
direita

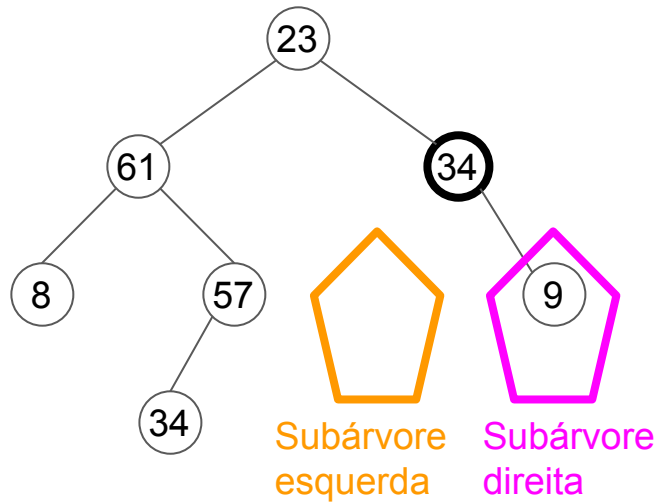
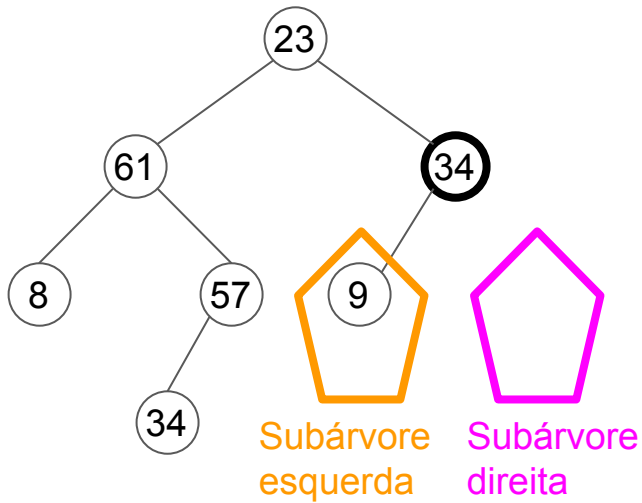
# Árvore binária

Estas árvores binárias são iguais?



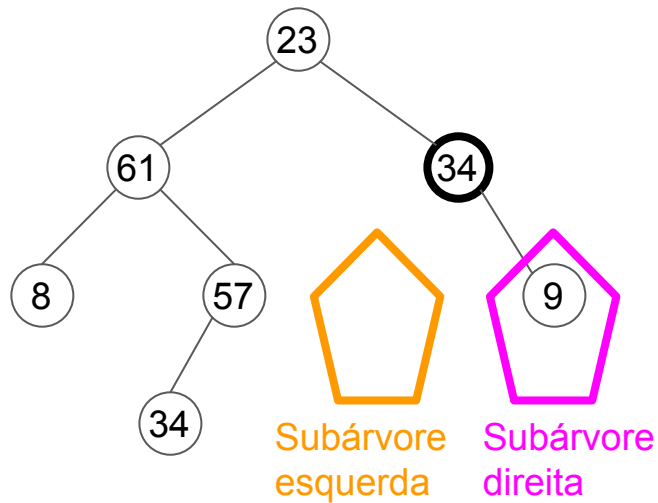
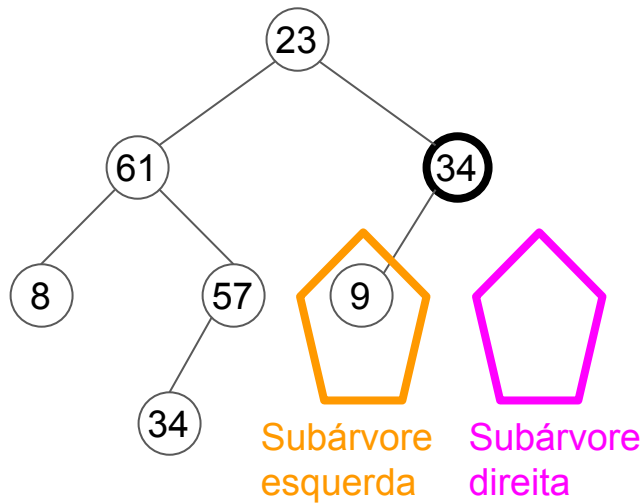
# Árvore binária

## Estas árvores binárias são iguais?



# Árvore binária

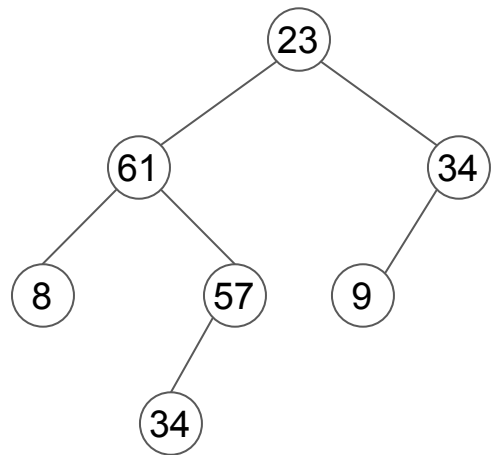
Estas árvores binárias são iguais? **NÃO**



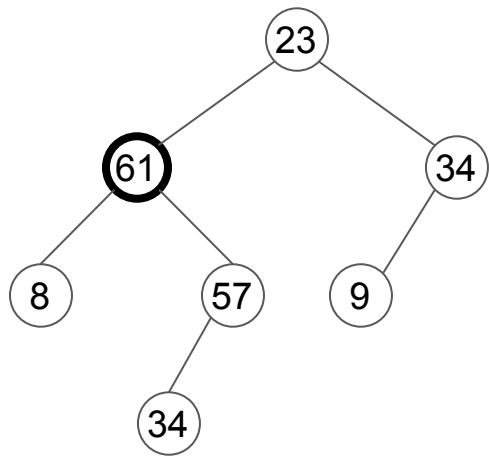
# Árvore binária

- (Definição recursiva.) Uma **árvore binária**
  - ou não contém nenhum nó
  - ou é composta de um nó conectado
    - a uma árvore binária chamada de **subárvore esquerda** do nó e
    - a uma árvore binária chamada de **subárvore direita** do nó
- Em uma árvore binária, um filho de um nó é chamado de
  - **filho esquerdo** se ele é a raiz da subárvore esquerda do nó e
  - **filho direito** se ele é a raiz da subárvore direita do nó

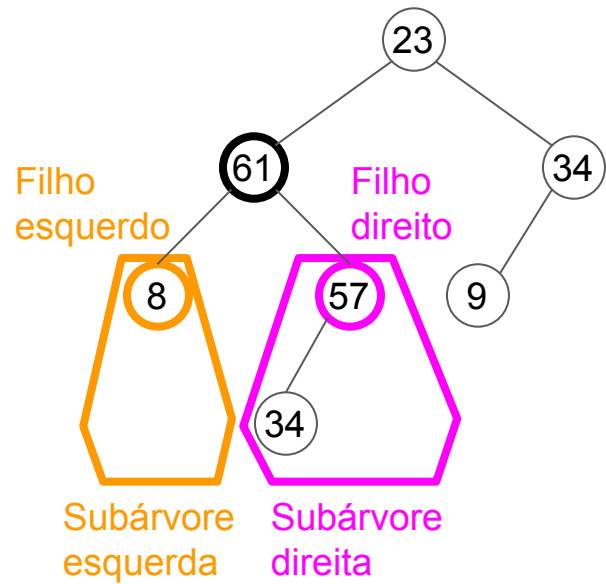
# Árvore binária



# Árvore binária



# Árvore binária





# Referências

- Esta apresentação é baseada nas seguintes referências:
  - Capítulo 5 do livro Sedgewick, R., Algorithms in C, Addison-Wesley, 1998.
  - Apêndice B.5 do livro Cormen, T., Leiserson, C., Rivest, R., Stein, C., Introduction To Algorithms, MIT Press, 2001.
- Leitura
  - Capítulo 9 - Livro e-Book C -1 (Moodle)