Unidad I: Altavoz en Pantalla Infinita
Parte 4 – Impedancia Eléctrica y Función de Respuesta

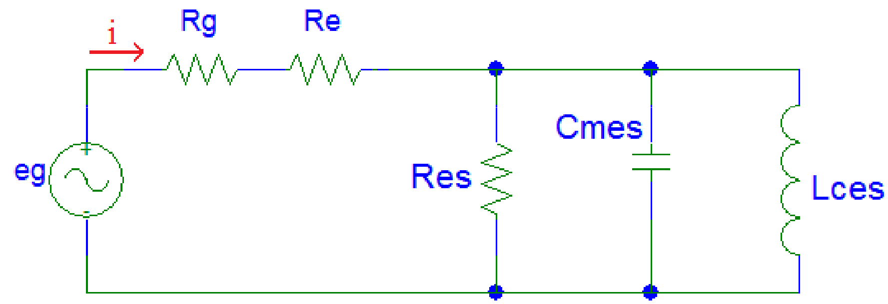
Recinto para Altavoces

Prof. Ing. Andrés Barrera A.

1.- Impedancia Eléctrica en Pantalla Infinita

La impedancia eléctrica en los terminales del altavoz:

$$\boxed{Z_{VC} = \mathrm{Re} + \left[\mathrm{Res} \,//\, Z_{Cmes} \,//\, Z_{Lces}\right]}$$



$$Z_{VC} = \mathrm{Re} + \left[\frac{1}{\dfrac{1}{\mathrm{Re}s} + \dfrac{1}{\dfrac{1}{j\omega Cmes}} + \dfrac{1}{j\omega Lces}}\right]$$

$$Z_{VC} = \mathrm{Re} + \left[\frac{1}{\dfrac{1}{\mathrm{Re}s} + sCmes + \dfrac{1}{sLces}}\right] = \ldots = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}\left[\frac{sLces}{s^2 CmesLces\mathrm{Res} + sLces + \mathrm{Res}}\right]$$

Dividiendo por Res: $$Z_{VC} = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}\left[\frac{sLces}{s^2 Cmes Lces \mathrm{Res} + sLces + \mathrm{Res}}\right] \quad /\times \frac{1/\mathrm{Res}}{1/\mathrm{Res}}$$

$$Z_{VC} = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}\left[\frac{s\dfrac{Lces}{\mathrm{Res}}}{s^2 Cmes Lces + s\dfrac{Lces}{\mathrm{Res}} + 1}\right]$$

Def. Constante de Tiempo Característica del Sistema (Ts)

$$\boxed{T_S = \frac{1}{\omega_S} = \frac{1}{2\pi f_S}}$$

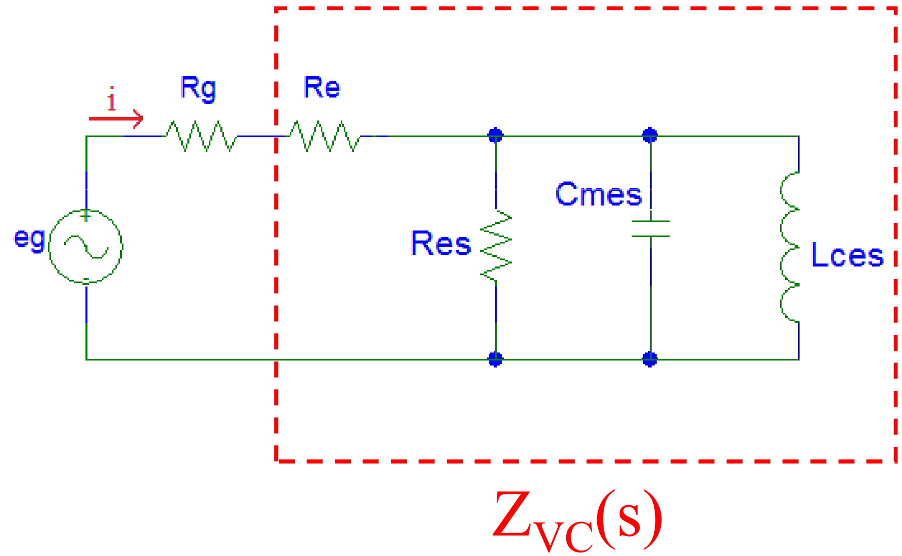
Usando: (1) $T_S^2 = \dfrac{1}{\omega_S^2} = CmesLces$

(2) $$\frac{Lces}{\mathrm{Res}} = \frac{\dfrac{1}{\omega_S^2 Cmes}}{\dfrac{Qms}{\omega_S Cmes}} = \frac{1}{\omega_S Qms} = \frac{T_S}{Qms}$$

1.- Impedancia Eléctrica en Pantalla Infinita

Finalmente:

$$Z_{VC}(s) = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}\left[\frac{s\,\dfrac{T_S}{Qms}}{s^2 T_S^2 + s\,\dfrac{T_S}{Qms} + 1}\right]$$



2.- Magnitud de $Z_{VC}(s)$

$$\left|Z_{VC}(j\omega)\right| = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}\left[\frac{\frac{1}{Qms}\left(\frac{\omega}{\omega_S}\right)}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_S}\right)^2\right]^2 + \frac{1}{Qms^2}\left(\frac{\omega}{\omega_S}\right)^2}}\right]$$

Análisis:

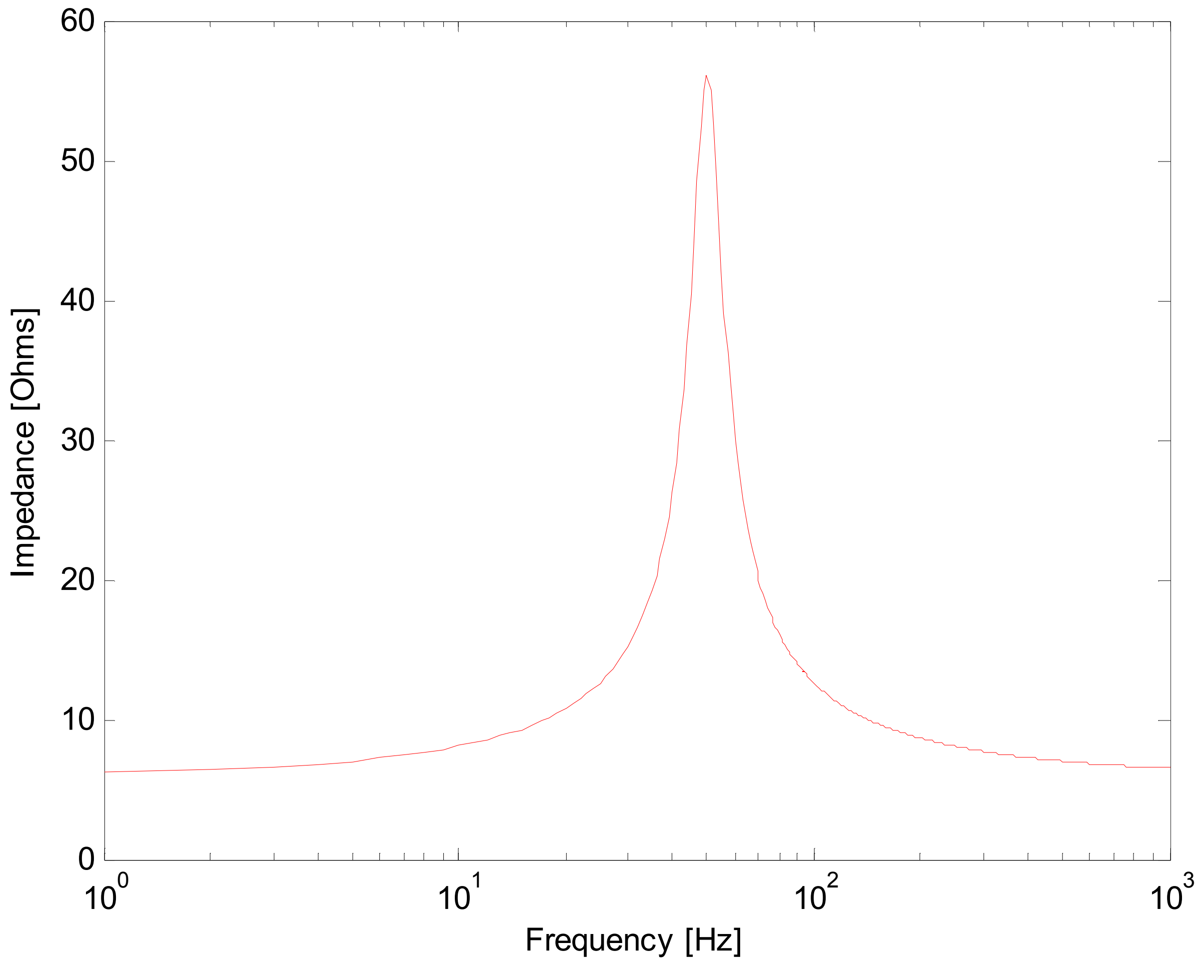
i) Baja Frecuencia $\omega \to 0 \Rightarrow Lim\left|Z_{VC}(j\omega)\right|_{\omega\to 0} = \mathrm{Re}$

ii) Alta Frecuencia $\omega \to \infty \Rightarrow Lim\left|Z_{VC}(j\omega)\right|_{\omega\to \infty} = \mathrm{Re}$

iii) En Resonancia $\omega = \omega_S \Rightarrow \left|Z_{VC}(j\omega)\right|_{\omega=\omega_S} = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}$

2.- Magnitud de $Z_{VC}(s)$

Qms = 5
Fs = 50[Hz]
Re = 6[Ω]
Res = 50[Ω]



2.- Medición de Parámetros TS

Sabemos que:

$$\left|Z_{VC}(j\omega)\right|_{MAX} = \mathrm{Re} + \mathrm{Res}$$

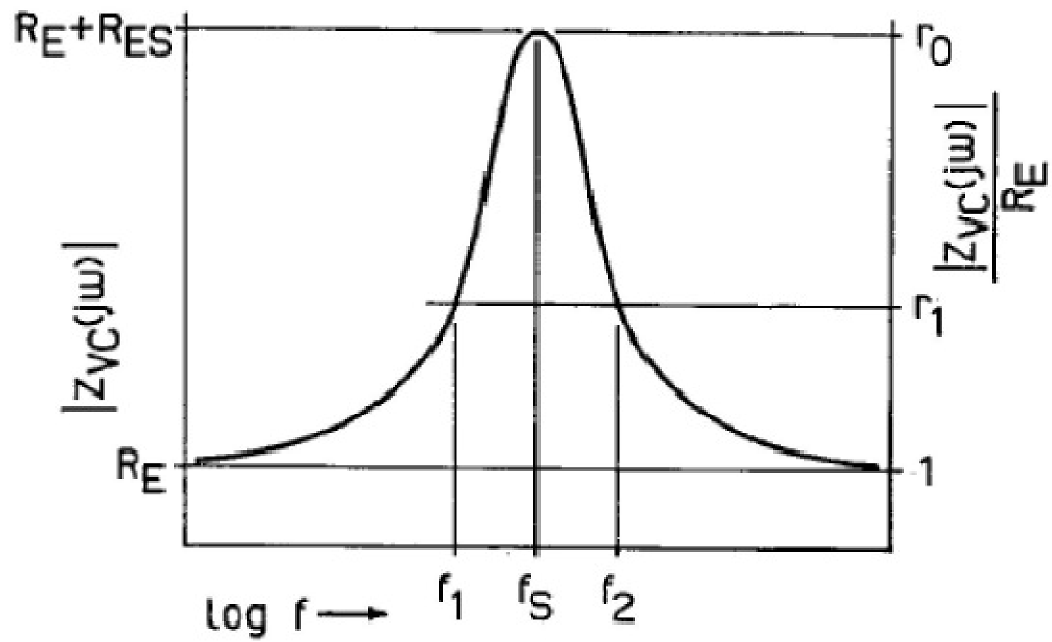
Definimos:

$$\boxed{r_0 = \frac{\left|Z_{VC}(j\omega)\right|_{MAX}}{\mathrm{Re}} = 1 + \frac{\mathrm{Res}}{\mathrm{Re}}}$$

Usando: $Qms = \omega_S Cmes \cdot \mathrm{Res}$

$$Qes = \omega_S Cmes \cdot \mathrm{Re}$$

$$\therefore \frac{\mathrm{Res}}{\mathrm{Re}} = \frac{\mathrm{Qms}}{Qes}$$



$$\boxed{Qes = \frac{Qms}{r_0 - 1}}$$

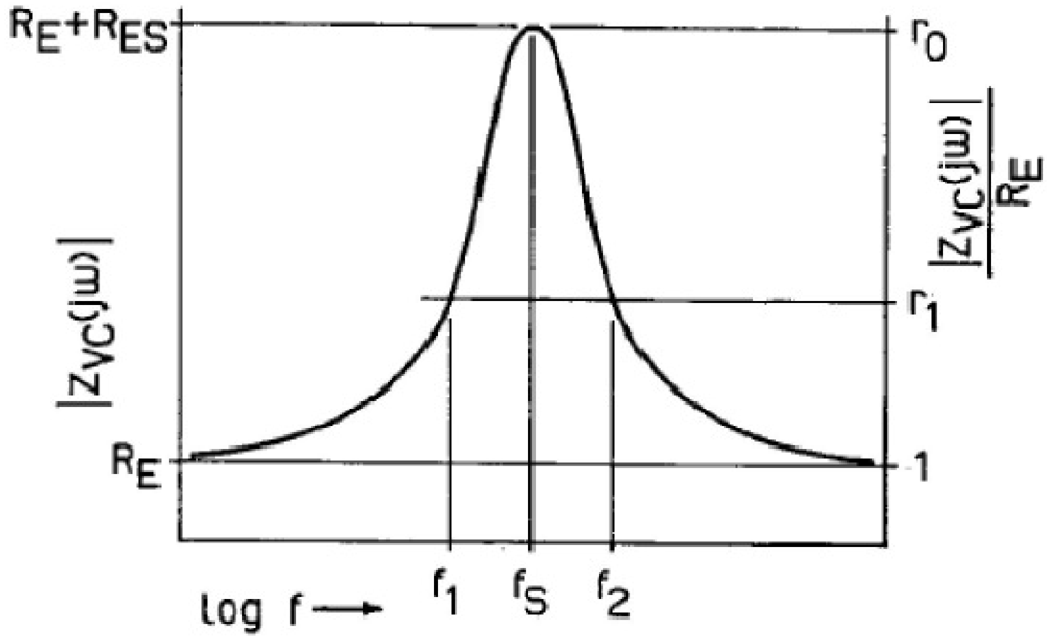
2.- Medición de Parámetros TS

Asimismo, definimos:

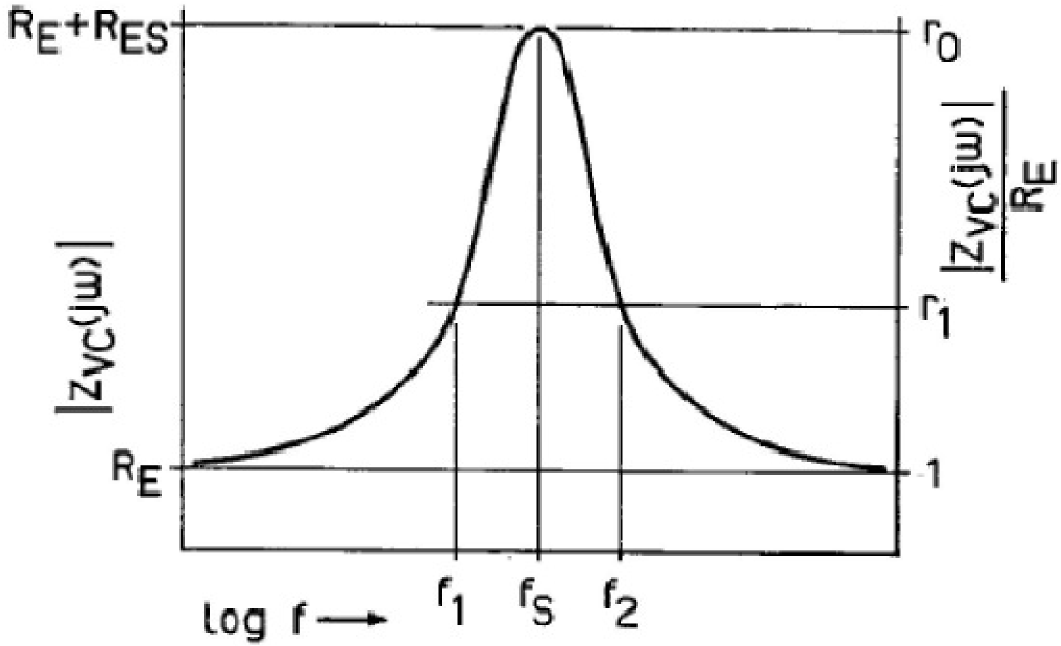
$$r_1 = \sqrt{r_0} \quad \wedge \quad \omega_S = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$$

Evaluando la impedancia en ω_1 y ω_2, igualando a r_1, y despejando Qms tenemos que

$$\boxed{Qms = \frac{\omega_S}{\omega_2 - \omega_1}\sqrt{r_0}}$$



2.- Medición de Parámetros TS



$$Qes = \frac{Qms}{r_0 - 1}$$

$$Qms = \frac{\omega_S}{\omega_2 - \omega_1}\sqrt{r_0}$$

$$Qts = \frac{QesQms}{Qes + Qms}$$

2.- Medición de la Compliancia Acústica de la Suspensión

2.1.- MÉTODO DE LA MASA (“DELTA MASS”)

<u>Fundamento</u>: Agregar una masa de valor conocido al diafragma, y medir la nueva frecuencia de resonancia del sistema.

$$fs = \frac{1}{2\pi\sqrt{CmsMms}}$$

Frecuencia de resonancia del altavoz

Nueva frecuencia de resonancia, al agregar una masa “m”

$$fs' = \frac{1}{2\pi\sqrt{Cms(Mms+m)}} \quad con \quad fs' < fs$$

$$\boxed{\left(\frac{fs}{fs'}\right)^2 = \frac{Mms+m}{Mms} \Rightarrow Mms = \frac{m}{\left(\frac{fs}{fs'}\right)^2 - 1}}$$

2.- Medición de la Compliancia Acústica de la Suspensión

2.1.- MÉTODO DE LA MASA ("DELTA MASS")

Finalmente, a partir de Mms es posible determinar Cms y finalmente Vas.

$$Vas = \rho_0 c^2 Cms \cdot Sd^2$$

$$Cms = \frac{1}{(2\pi fs)^2 Mms}$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{\therefore Vas = \rho_0 c^2 \frac{Sd^2}{(2\pi fs)^2 Mms}}$$

Volumen de aire equivalente
de la suspensión.

2.- Medición de la Compliancia Acústica de la Suspensión

2.2.- MÉTODO DE LA COMPLIANCIA (“DELTA COMPLIANCE”)

Fundamento: Montar el altavoz en una caja de volumen conocido (Vb) y variar la compliancia del sistema.

$$fs = \frac{1}{2\pi\sqrt{CmsMms}}$$

Frecuencia de resonancia del altavoz

Nueva frecuencia de resonancia, al montar el altavoz en una caja de volumen Vb

$$fs' = \frac{1}{2\pi\sqrt{Cms'Mms}} \quad con \quad fs' < fs$$

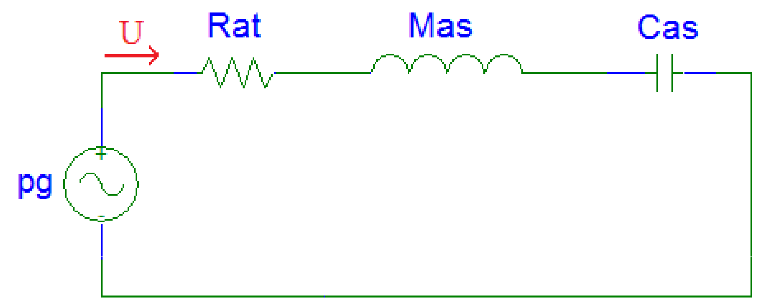
$$\left(\frac{fs}{fs'}\right)^2 = \frac{Cms'}{Cms} = \frac{Cas'}{Cas} = \frac{\dfrac{Vas+Vb}{\rho_0 c^2}}{\dfrac{Vas}{\rho_0 c^2}}$$

$$\boxed{Vas = \frac{Vb}{\left(\dfrac{fs}{fs'}\right)^2 - 1}}$$

3.-Relaciones de Trabajo en Pequeña Señal

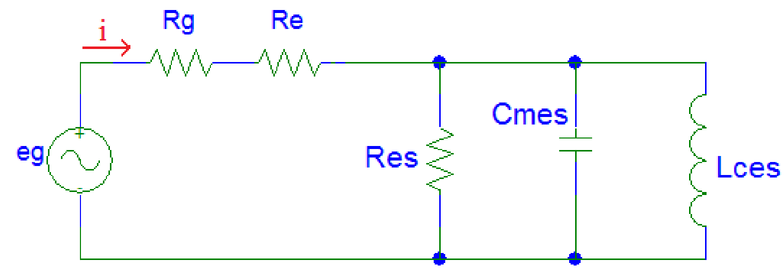
3.1.- Potencia Acústica de Salida

$$P_A = |U_0|^2 R_{AR} = |U_0|^2 \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi c}$$



3.2.- Potencia Eléctrica de Entrada

$$P_E = \left(\frac{eg}{Rg + \mathrm{Re}} \right)^2 \mathrm{Re}$$



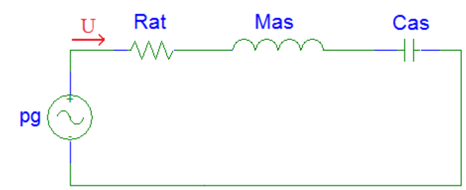
3.-Relaciones de Trabajo en Pequeña Señal

3.3.- Eficiencia o Razón de Transferencia de Potencia

$$\boxed{\eta = \frac{P_A}{P_E} = \frac{|U_0|^2 R_{AR}}{\left(\dfrac{eg}{Rg+\mathrm{Re}}\right)^2 \mathrm{Re}} = |U_0|^2 R_{AR} \frac{(Rg+\mathrm{Re})^2}{eg^2\,\mathrm{Re}}}$$

El caudal se determina a partir del circuito acústico:

$$Z_A = \frac{P}{U} \Leftrightarrow Rat + sMas + \frac{1}{sCas} = \frac{eg \cdot Bl}{(Rg+\mathrm{Re})Sd} \cdot \frac{1}{U_0(s)}$$



3.-Relaciones de Trabajo en Pequeña Señal

3.3.- Eficiencia o Razón de Transferencia de Potencia

Despejando U_0:

$$U_0(s) = \frac{eg \cdot Bl}{(Rg + \mathrm{Re})Sd}\left[\frac{sCas}{s^2 MasCas + sRatCas + 1}\right]$$

Multiplicando por sMas/sMas tenemos que:

$$U_0(s) = \frac{eg \cdot Bl}{(Rg + \mathrm{Re})Sd \cdot sMas}\left[\frac{s^2 MasCas}{s^2 MasCas + sRatCas + 1}\right]$$

Función de Respuesta del
Altavoz G(s)

3.-Relaciones de Trabajo en Pequeña Señal

3.3.- Eficiencia o Razón de Transferencia de Potencia

Entonces:

$$U_0(s) = \frac{eg \cdot Bl}{(Rg + \mathrm{Re})Sd \cdot sMas} G(s)$$

Volviendo a la eficiencia:

$$\eta(\omega) = \left|U_0\right|^2 R_{AR} \frac{(Rg + \mathrm{Re})^2}{eg^2\,\mathrm{Re}} = \left(\frac{eg \cdot Bl}{(Rg + \mathrm{Re})Sd \cdot \omega Mas}\right)^2 \cdot \frac{\rho_0 \omega^2}{2\pi c} \cdot \frac{(Rg + \mathrm{Re})^2}{eg^2\,\mathrm{Re}} \cdot \left|G(j\omega)\right|^2$$

3.-Relaciones de Trabajo en Pequeña Señal

3.3.- Eficiencia o Razón de Transferencia de Potencia

Finalmente:

$$\boxed{\eta(\omega)=\underbrace{\frac{\rho_0}{2\pi c}\cdot\frac{(Bl)^2}{\mathrm{Re}\cdot Sd^2 Mas^2}}_{\text{Independiente de la frecuencia (Eficiencia de referencia }\eta_0\text{)}}\cdot\overbrace{\left|G(j\omega)\right|^2}^{\text{Dependiente de la frecuencia (Respuesta de frecuencia)}}}$$

4.-Función de Respuesta

Inicialmente:

$$G(s)=\frac{s^2 MasCas}{s^2 MasCas+sRatCas+1}$$

Transformando a parámetros TS:

FUNCIÓN DE RESPUESTA

$$\boxed{G(s)=\frac{s^2T_S^2}{s^2T_S^2+s\dfrac{T_S}{Qts}+1}} \Rightarrow \boxed{G(j\omega)=\frac{-\left(\dfrac{\omega}{\omega_S}\right)^2}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_S}\right)^2+j\dfrac{1}{Qts}\left(\dfrac{\omega}{\omega_S}\right)}}$$

5.- Respuesta de Frecuencia

Tomando el módulo:

$$\left|G(j\omega)\right| = \frac{\left(\dfrac{\omega}{\omega_S}\right)^2}{\sqrt{\left[1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_S}\right)^2\right]^2 + \dfrac{1}{Qts^2}\left(\dfrac{\omega}{\omega_S}\right)^2}}$$

Análisis:

i) Baja Frecuencia $\omega \to 0 \Rightarrow Lim\left|G(j\omega)\right|_{\omega\to 0} = 0 \quad \left(20\log\left|G(j\omega)\right| \to -\infty dB\right)$

ii) Alta Frecuencia $\omega \to \infty \Rightarrow Lim\left|G(j\omega)\right|_{\omega\to \infty} = 1 \quad \left(20\log\left|G(j\omega)\right| \to 0 dB\right)$

iii) En Resonancia $\omega = \omega_S \Rightarrow \left|G(j\omega)\right|_{\omega=\omega_S} = Qts \quad \left(20\log\left|G(j\omega)\right| = 20\log Qts\right)$

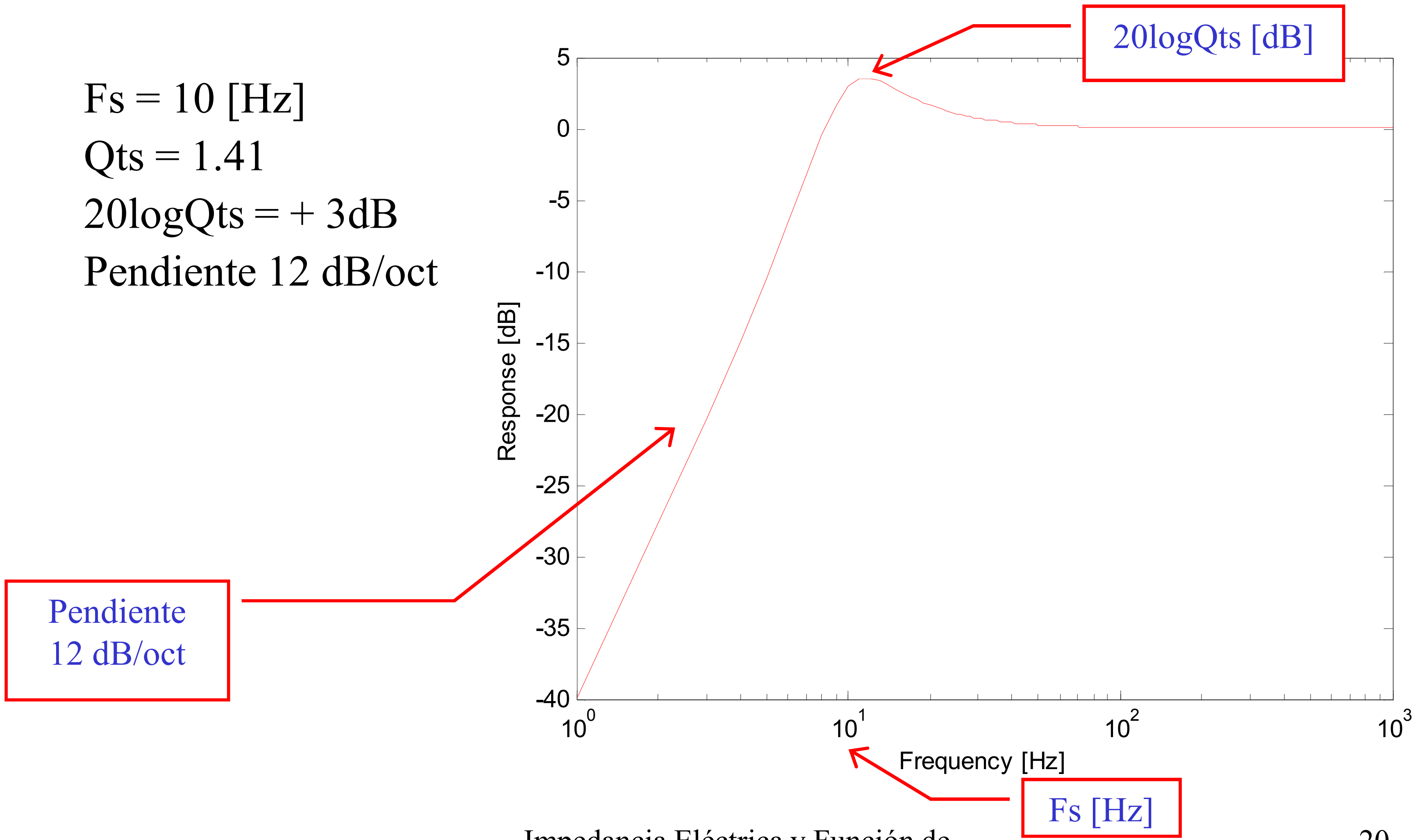
5.- Respuesta de Frecuencia

Fs = 10 [Hz]

Qts = 1.41

20logQts = + 3dB

Pendiente 12 dB/oct



6.-Parámetros importantes

6.1.- Eficiencia de Referencia

Escrita en términos de parámetros TS.

$$\boxed{\eta_0 = \frac{\rho_0}{2\pi c} \cdot \frac{(Bl)^2}{\mathrm{Re} \cdot Sd^2 Mas^2} = \frac{4\pi^2}{c^3} \cdot \frac{fs^3 Vas}{Qes}}$$

6.2.- Frecuencia de corte (f3) del sistema

Surge cuando:

$$20\log\left|G(j\omega)\right|_{\omega=\omega_3} = -3dB \Rightarrow \boxed{\frac{f_3}{f_S} = \sqrt{\frac{\left(\frac{1}{Qts^2} - 2\right) + \sqrt{\left(\frac{1}{Qts^2} - 2\right)^2 + 4}}{2}}}$$

6.-Parámetros importantes

6.3.- Sensibilidad del altavoz

<u>Supuestos</u>: Campo libre ^ Radiación hemisférica

$$I = \frac{P_A}{2\pi r^2} = \frac{p^2}{\rho_0 c} \rightarrow p^2(\omega) = \rho_0 c \frac{P_A}{2\pi r^2} = \rho_0 c \frac{\eta(\omega) P_E}{2\pi r^2} = \rho_0 c \frac{\eta_0 |G(j\omega)|^2 P_E}{2\pi r^2}$$

Transformando a dB:

$$SPL(r, P_E) = 10\log\eta_0 + 20\log|G(j\omega)| + 10\log P_E - 20\log r + 112{,}1$$

Aplicando definición de sensibilidad:

$$\boxed{sens = 10\log\eta_0 + 112{,}1 \quad dB(1W, 1m)}$$

$$\boxed{\eta_0 = \frac{4\pi^2}{c^3} \cdot \frac{fs^3 Vas}{Qes}}$$

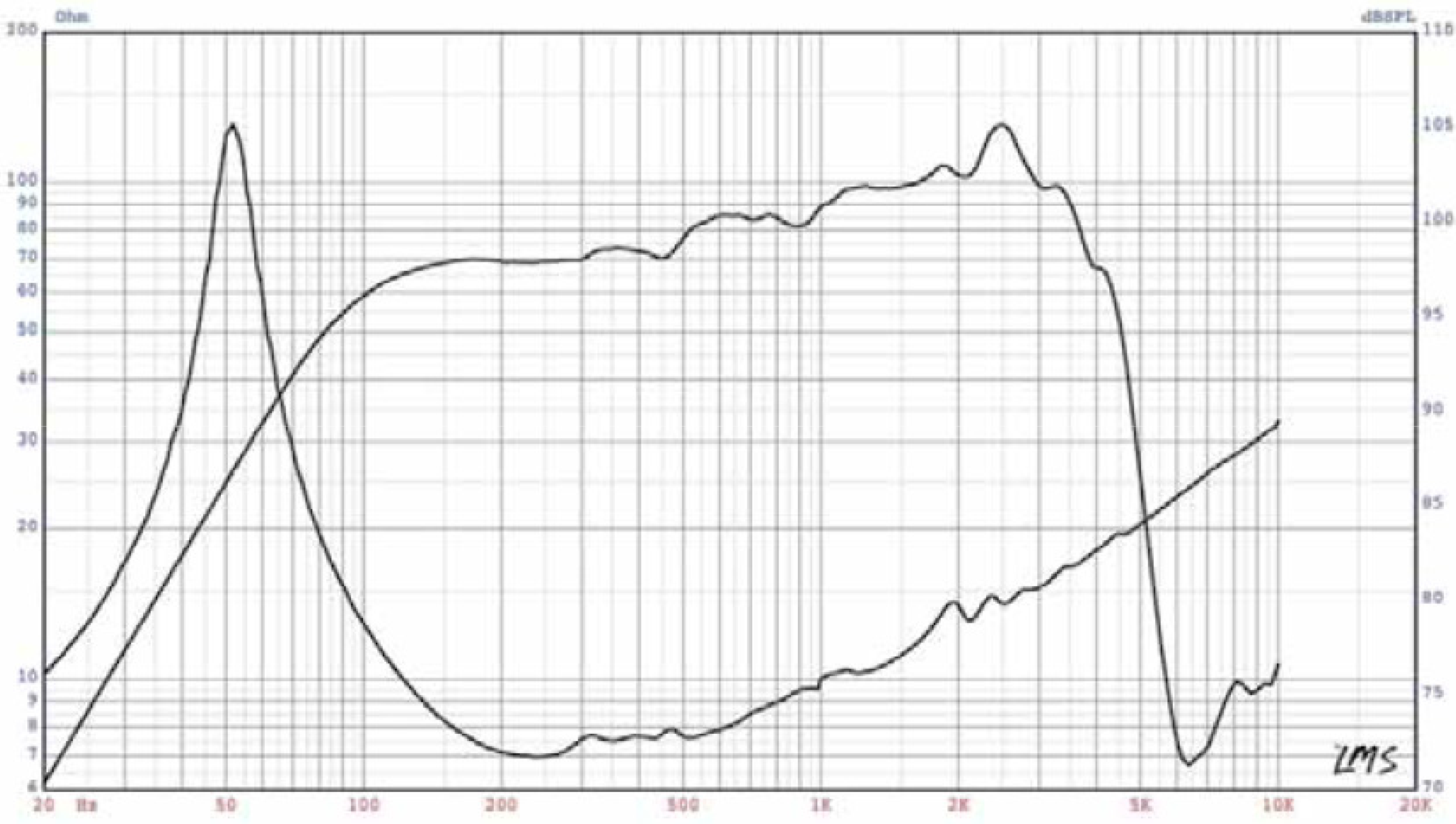
EMINENCE®
The Art and Science of Sound

KAPPALITE™ 3012HO Neodymium

Recommended for vented professional audio enclosures for full-range or as mids.

Thiele & Small Parameters

Resonant Frequency (fs)	51.5Hz
DC Resistance (Re)	5.5
Coil Inductance (Le)	0.98mH
Mechanical Q (Qms)	6.94
Electromagnetic Q (Qes)	0.33
Total Q (Qts)	0.32
Compliance Equivalent Volume (Vas)	81.10 liters / 2.86 cu.ft.
Peak Diaphragm Displacement Volume (Vd)	330cc
Mechanical Compliance of Suspension (Cms)	0.20mm/N
BL Product (BL)	15.9 T-M
Diaphragm Mass inc. Airload (Mms)	46.9 grams
Efficiency Bandwidth Product (EBP)	157.4
Maximum Linear Excursion (Xmax)	6.2mm
Surface Area of Cone (Sd)	532.4 cm2
Maximum Mechanical Limit (Xlim)	12.5mm



Impedancia Eléctrica y Función de Respuesta