Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого

Институт компьютерных наук и технологий Высшая школа искусственного интеллекта

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6

«Линейная регрессия»

по дисциплине «Машинное обучение, часть1»

Выполнил: студент группы

3540201/20302 С.А. Ляхова

<подпись>

Проверил: Л.В. Уткин

д.т.н., профессор

<подпись>

Содержание

1.	Цель работы	3
	Формулировка задания	
	Ход работы	
4.	Вывод	21
Приложение 1		22
Пр	иложение 2	23
Пр	иложение 3	24
Пр	иложение 4	25
Пр	иложение 5	27
Пр	иложение 6	29
Пр	иложение 7	31
Пр	иложение 8	32
Пп	иложение 9	33

1. Цель работы

Исследовать метод lm языка R, восстанавливающий регрессию с помощью QR-разложения матрицы X, выполнив поставленные задачи и проанализировав результаты.

2. Формулировка задания

- 1. Загрузите данные из файла reglab1.txt. Используя функцию lm, постройте регрессию (используйте разные модели). Выберите наиболее подходящую модель, объясните свой выбор.
- 2. Реализуйте следующий алгоритм для уменьшения количества признаков, используемых для построения регрессии: для каждого $k \in \{0,1,\ldots,d\}$ выбрать подмножество признаков мощности k^1 , минимизирующее остаточную сумму квадратов RSS. Используя полученный алгоритм, выберите оптимальное подмножество признаков для данных из файла reglab2.txt. Объясните свой выбор. Для генерации всех возможных сочетаний по т элементов из некоторого множества х можно использовать функцию combn(x, m, ...).
- 3. Загрузите данные из файла cygage.txt. Постройте регрессию, выражающую зависимость возраста исследуемых отложений от глубины залегания, используя веса наблюдений. Оцените качество построенной модели.
- 4. Загрузите данные Longley (макроэкономические данные). Данные состоят из 7 экономических переменных, наблюдаемых с 1947 по 1962 годы (n=16):

GNP.deflator - дефлятор цен,

GNP - валовой национальный продукт,

Unemployed – число безработных

Armed.Forces – число людей в армии

Population – население, возраст которого старше 14 лет

Year - год

Employed – количество занятых

Построить регрессию lm(Employed ~ .) .

Исключите из набора данных longley переменную "Population". Разделите данные на тестовую и обучающую выборки равных размеров случайным образом. Постройте гребневую регрессию для значений $\lambda = 10^{-3+0.2 \cdot i}$, $i=0,\ldots,25$, подсчитайте ошибку на тестовой и обучающей

выборке для данных значений λ, постройте графики. Объясните полученные результаты.

- 5. Загрузите данные EuStockMarkets из пакета «datasets». Данные содержат ежедневные котировки на момент закрытия фондовых бирж: Germany DAX (Ibis), Switzerland SMI, France CAC, и UK FTSE. Постройте на одном графике все кривые изменения котировок во времени. Постройте линейную регрессию для каждой модели в отдельности и для всех моделей вместе. Оцените, какая из бирж имеет наибольшую динамику.
- 6. Загрузите данные JohnsonJohnson из пакета «datasets». Данные содержат поквартальную прибыль компании Johnson & Johnson с 1960 по 1980 гг. Постройте на одном графике все кривые изменения прибыли во времени. Постройте линейную регрессию для каждого квартала в отдельности и для всех кварталов вместе. Оцените, в каком квартале компания имеет наибольшую и наименьшую динамику доходности. Сделайте прогноз по прибыли в 2016 году во всех кварталах и в среднем по году.
- 7. Загрузите данные sunspot.year из пакета «datasets». Данные содержат количество солнечных пятен с 1700 по 1988 гг. Постройте на графике кривую изменения числа солнечных пятен во времени. Постройте линейную регрессию для данных.
- 8. Загрузите данные из файла пакета «UKgas.scv». Данные содержат объемы ежеквартально потребляемого газа в Великобритании с 1960 по 1986 гг. Постройте линейную регрессию для каждого квартала в отдельности и для всех кварталов вместе. Оцените, в каком квартале потребление газа имеет наибольшую и наименьшую динамику доходности. Сделайте прогноз по потреблению газа в 2016 году во всех кварталах и в среднем по году.
- 9. Загрузите данные cars из пакета «datasets». Данные содержат зависимости тормозного пути автомобиля (футы) от его скорости (мили в час). Данные получены в 1920 г. Постройте регрессионную модель и оцените длину тормозного пути при скорости 40 миль в час.

3. Ход работы

Задание №1

Данные reglab.txt

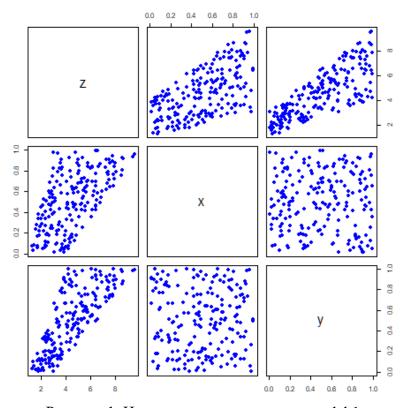


Рисунок 1. Исходные данные датасета reglab1

Регрессия построена для трех моделей: z(x, y), x(y, z) и y(x, z).

```
> f
Call:
lm(formula = y \sim ., data = reglab, model = TRUE)
Coefficients:
(Intercept)
                                  -0.78821
                    0.19229
    0.02861
> summary(f)
call:
lm(formula = y \sim ., data = reglab, model = TRUE)
Residuals:
Min 1Q Median 3Q Max -0.178865 -0.040686 -0.001283 0.030132 0.190856
Coefficients:
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) 0.028606 0.012430 2.301 0.0224
              0.028606
(Intercept)
                                                   0.0224
                                                   <2e-16 ***
                            0.003126 61.517
               0.192293
Z
                                                   <2e-16 ***
              -0.788209
                            0.021543 -36.588
Х
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.06659 on 197 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9505, Adjusted R-squared: 0.95
F-statistic: 1893 on 2 and 197 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Рисунок 2 Регрессионная модель у от х, z

Наименьшие значения стандартных ошибок: 0.012430 для b0, 0.003126 для b1, 0.021543 для b2 у модели y(x,z), признанная наиболее подходящей.

Была выбрана регрессионная модель

$$Y = 0.02861 + 0.12229 Z - 0.78821 X$$

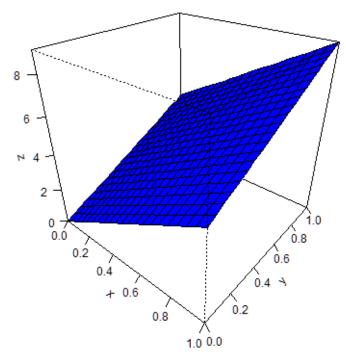


Рисунок 3. Полученная регрессия

Задание №2

Данные reglab2.txt

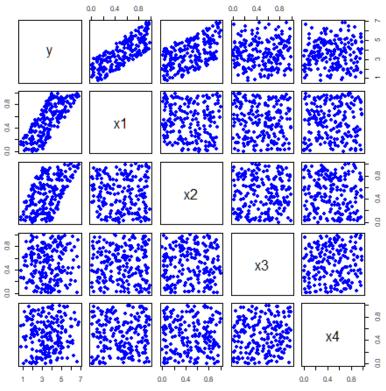


Рисунок 4. Исходные данные датасета reglab2

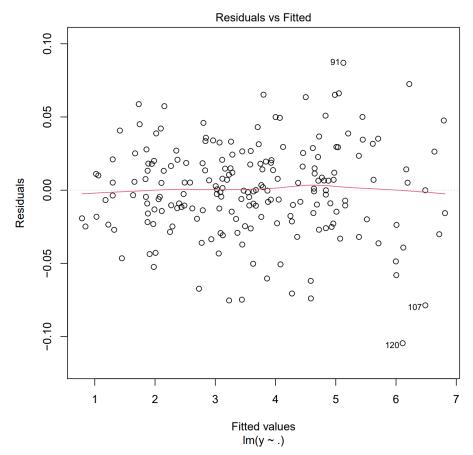


Рисунок 5. График соотношения residuals vs fitted

В результате работы программы была построена регрессионная модель $y = -0.00964 + 3.99699x_1 + 3.011691x_2 + 0.10226x_3 + 0.094398x_4$.

Из этого следует, что оптимальным подмножеством параметров является все множество параметров.

Данная модель обладает минимальным из возможных в рамках предложенного алгоритма стандартным отклонением 0.1928635.

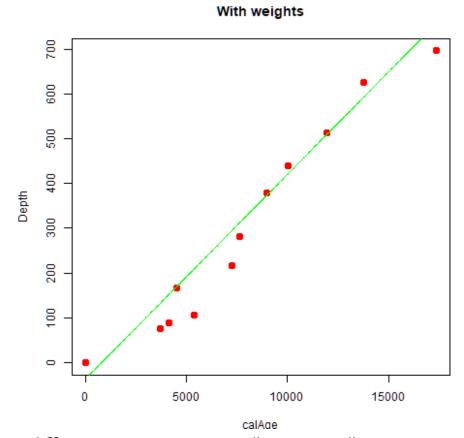


Рисунок 6. Исходные данные с регрессией, построенной с использованием весов

$$calAge = 784.56992 + 21.90919Depth$$

 $RSS = 2725934$

Регрессия, построенная с использованием весов, оказывается точнее, чем регрессия, построенная без их учета.

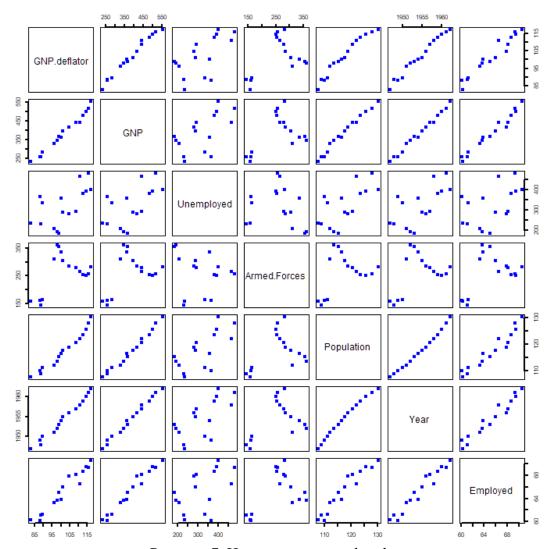


Рисунок 7. Исходные данные longley

Построена регрессионная модель зависимости количества занятых от всех остальных категориальных переменных.

В результате эксперимента была получена следующая линейная регрессия:

 $Employed = -3482 + 0.01506~GNP.~deflator - 0.03582~GNP - 0.0202~Unemployed \\ - 0.01033~Armed.~Forces - 0.0511~Population + 1.829~Year$

Далее из набора данных longley была исключена переменная "Population". Данные были разделены на тестовую и обучающую выборки. На основе обучающей выборки была построена гребневая регрессия для значений $\lambda=10^{-3+0.2\cdot i}, i=0,\ldots,25.$

Тренировочная выборка

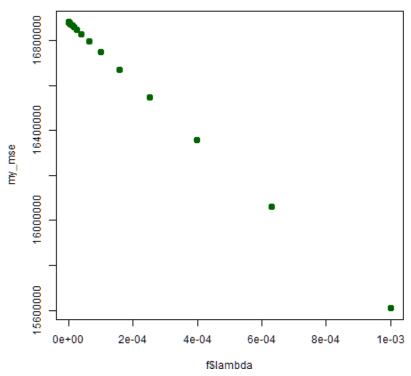


Рисунок 8. Зависимость MSE от λ для тренировочной выборки при гребневой регрессии **Тестовая выборка**

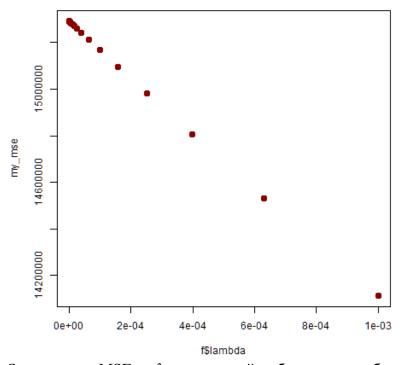


Рисунок 9. Зависимость MSE от λ для тестовой выборки при гребневой регрессии

Из графиков можно сделать выводы:

- среднеквадратичная ошибка на тестовой выборке меньше, чем на обучающей (модель не переобучена);
- среднеквадратичная ошибка убывает с увеличением значения параметра λ.

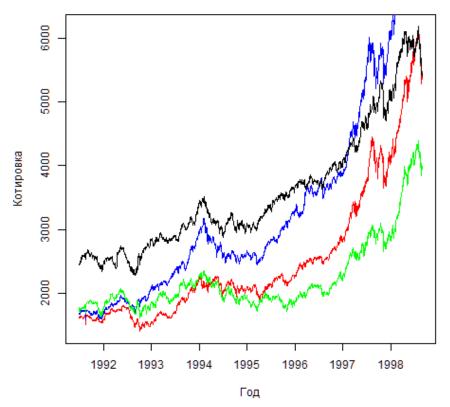


Рисунок 10. Исходные данные фондовых бирж на одном графике **Deutscher Aktienindex (DAX)**

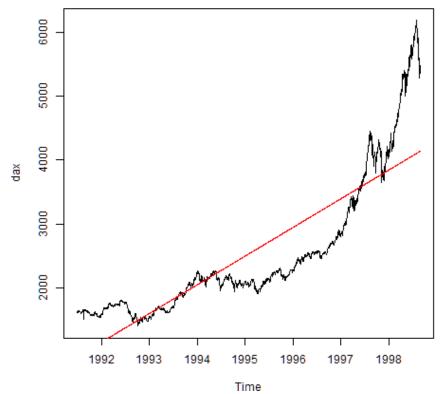


Рисунок 11. Регрессия и данные биржи DAX $DAX = -894557.9 + 449.7 \ Time; RSS = 583772212$

Swiss Market Index (SMI)

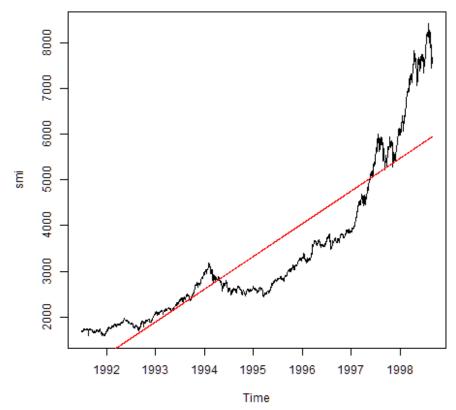


Рисунок 12. Регрессия и данные биржи SMI $SMI = -1428160.2 + 717.5 \ Time; RSS = 1057233822$ Cotation Assistée en Continu (CAC)

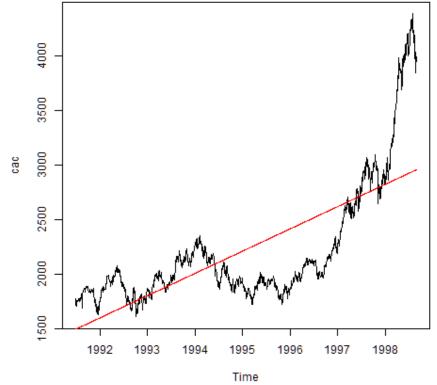


Рисунок 13. Регрессия и данные биржи САС $CAC = -405915.3 + 204.6 \ Time; RSS = 294059996$

Financial Times Stock Exchange (FTSE)

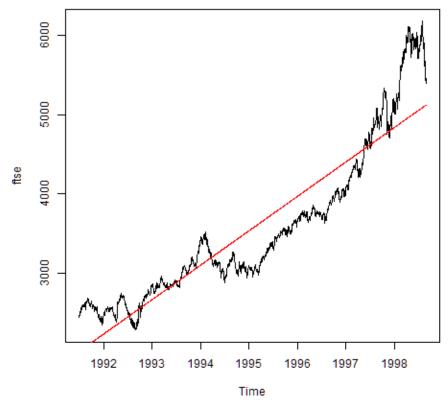


Рисунок 14. Регрессия и данные биржи FTSE $FTSE = -865200.4 + 435.5 \ Time; RSS = 269256724$ Overall

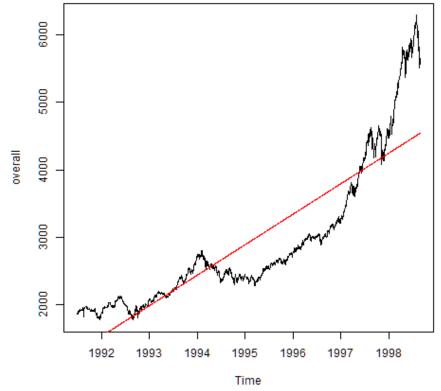


Рисунок 15. Регрессия и данные всех бирж $DAX + SMI + CAC + FTSE = -3593834 + 1807 \ Time;$ RSS = 492333681

Коэффициент при параметре *Time* больше всего у Switzerland SMI, а значит именно эта биржа имеет наибольшую динамику.

Также можно заметить, что наибольшую RSS имеет биржа SMI, а наименьшую – FTSE.

Задание №6

Изменение прибыли во времени

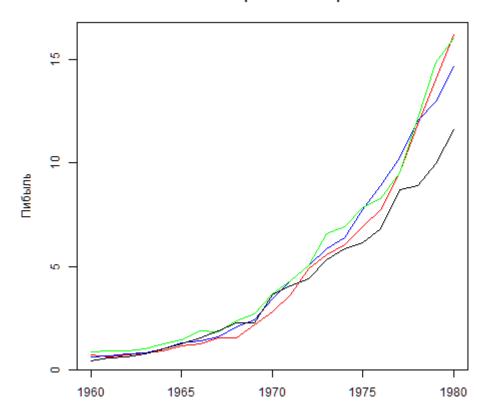


Рисунок 16. Изменение прибыли во времени

Красным цветом представлено изменение прибыли во времени с 1960 по 1980 гг. в первый квартал, синим - во второй, зеленым - в третий и черным - в четвертый.

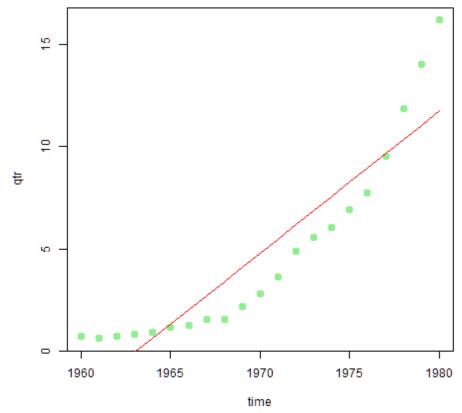


Рисунок 17. Исходные данные Johnson Johnson за первый квартал
 $Qtr1 = -1364.282 + 0.695 \ Time$

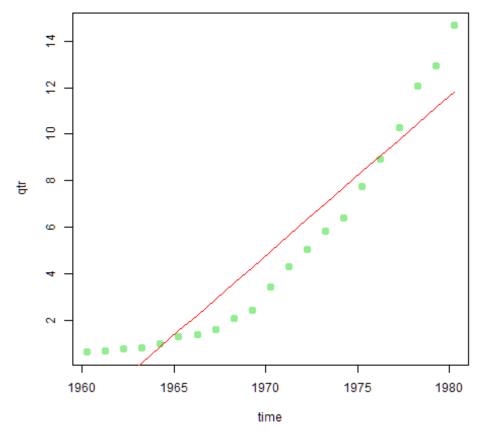


Рисунок 18. Исходные данные Johnson Johnson за второй квартал
 $Qtr2 = -1345.0727 + 0.6853 \ Time$

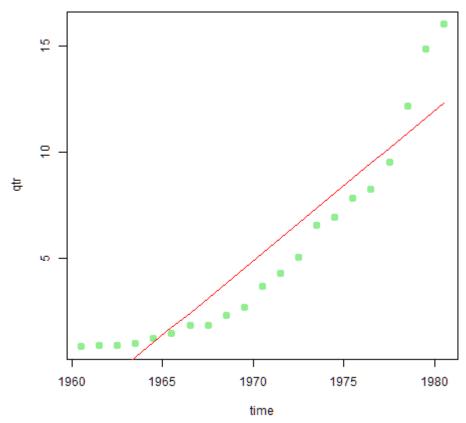


Рисунок 19. Исходные данные Johnson Johnson за третий квартал
 $Qtr3 = -1382.3170 + 0.7044 \ Time$

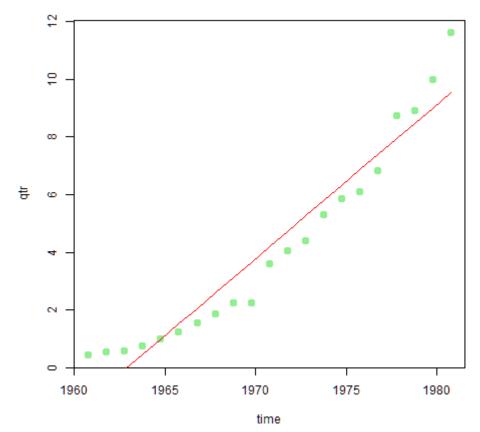


Рисунок 20. Исходные данные Johnson Johnson за четвертый квартал
 $Qtr4 = -1049.5828 + 0.5349 \ Time$

$$Qtr1 + Qtr2 + Qtr3 + Qtr4 = -5141.25 + 2.62 Time$$

Исходя из полученных моделей, можно сказать, что наибольшую динамику доходности компания имеет в третьем квартале (коэффициент при параметре Time максимальный), а наименьшую - в четвертом (коэффициент при параметре Time минимальный).

Прогноз по прибыли на 2016 год.

• В первый квартал: 36.75964

• Во второй квартал: 36.48945

• В третий квартал: 37.65394

В четвертый квартал: 28.79391

В среднем по году: 34.88217

Задание №7

Sunspot year 991 1700 1750 1800 1850 1900 1950 Time

Рисунок 21. Исходные данные sunspot.year с построенной регрессией

Для данных sunspot.year построена линейная регрессия: $Spots = -130.42118979 + 0.09709039 \ Year$ Для построенной регрессии RSS = 429802

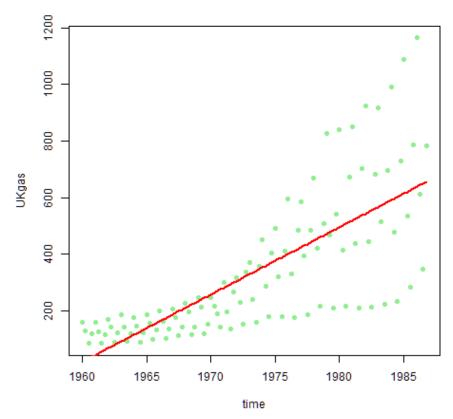


Рисунок 22. Построенная регрессия и исходные данные UKgas $Qtr1+Qtr2+Qtr3+Qtr4=-46604.60794+23.78779\ Time$

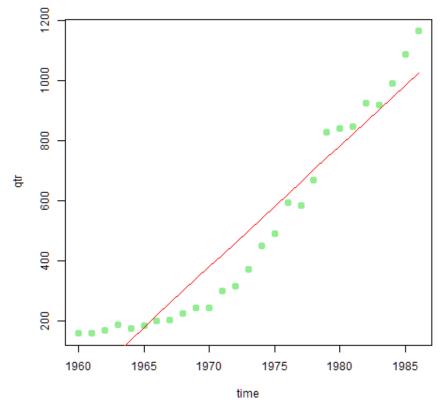


Рисунок 23. Построенная регрессия и данные UKgas за первый период $Qtr1 = -78854.23331 + 40.22082 \ Time$

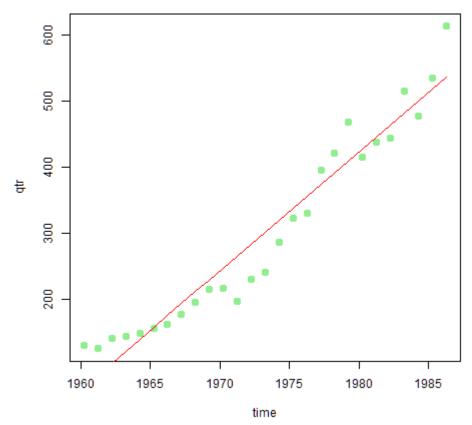


Рисунок 24. Построенная регрессия и данные UKgas за второй период $Qtr2 = -35297.22520 + 18.04048\,Time$

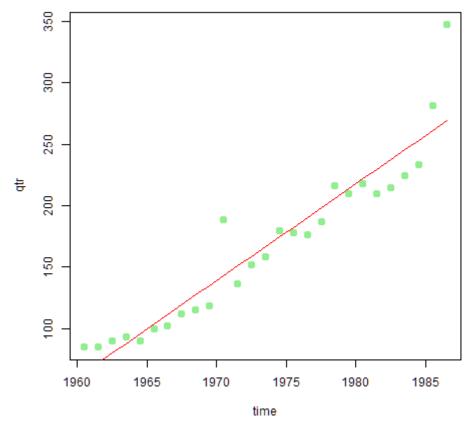


Рисунок 25. Построенная регрессия и данные UKgas за третий период $Qtr3 = -15403.731197 + 7.889744 \ Time$

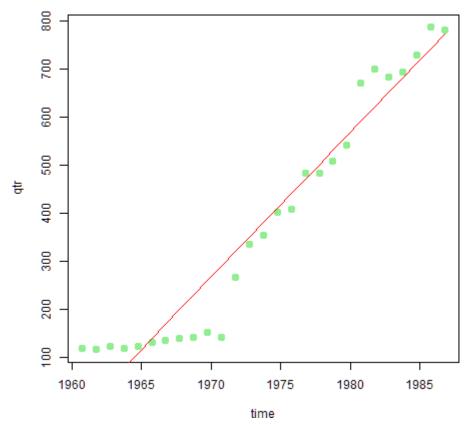


Рисунок 26. Построенная регрессия и данные UKgas за четвертый период

Qtr4 = -59112.7230430.14261 Time

Исходя из полученных моделей, можно заключить, что наибольшую динамику доходности потребление газа имеет в первом квартале (коэффициент при параметре *Time* максимальный), а наименьшую - в третьем (коэффициент при параметре *Time* минимальный).

Прогноз по потреблению газа на 2016 год.

В первый квартал: 2230.936

• Во второй квартал: 1072.375

• В третий квартал: 501.9919

В четвертый квартал: 1654.785

• В среднем по году: 1372.787

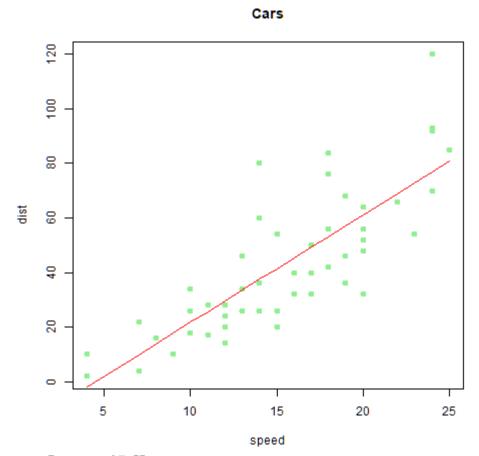


Рисунок 27. Исходные данные cars и построенная регрессия

Была построена следующая регрессионная модель:

$$dist = -17.579095 + 3.932409$$
 speed

Оценка длины тормозного пути при скорости 40 миль в час - 139.7173 футов.

4. Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены методы линейной и гребневой регрессии. Регрессия позволяет оценить динамику изменения величины, а также предугадать ее значение.

Выбор модели оказывает решающую роль на метрики точности и ошибок. Потребность в отсечении признаков возникает в результате недостатка общности линии регрессии относительно тестовых данных.

Статистические критерии позволяют однозначно оценить значимость построенной модели путём принятия/отвержения гипотез. Однако, без учёта уровня значимости критерии не способны дать осмысленного понимания о значимости коэффициентов линии регрессии, что делает его выбор основополагающим при регрессионном анализе.

```
# Задание 1-----
library(plot3D)
library(pracma)
               "C:\\Users\\Софья\\Desktop\\1 курс 1 семестр\\Машинное
                                                                                 обучение\\-
path
Лабораторная 6. Regression\\"
reglab <- read.table(paste(path, "reglab1.txt", sep = ""), sep = "\t", header = TRUE)
xy <- reglab[-1]
z <- reglab$z
png(paste(path, "reglab1.png"))
plot(reglab, pch = 19, col = "blue")
dev.off()
f <- Im(z \sim ., reglab)
summary(f)
f = Im(x \sim ., data = reglab, model = TRUE)
summary(f)
plot(f)
f = Im(y ~ ., data = reglab, model = TRUE)
summary(f)
plot(f)
x <- y <- seq(0, 1, 0.05)
r <- meshgrid(x)
z <- f$coefficients[1] + f$coefficients[2] * r$X +
 f$coefficients[3] * r$Y
png(paste(path, "surface.png"))
persp(x,y,z, theta=40, phi=30, r=2, ticktype="detailed", col="blue")
dev.off()
```

```
# Задание 2-----
library(qpcR)
reglab2 <- read.table(paste(path, 'reglab2.txt', sep = "\t', header = TRUE)
png(paste(path, "reglab2.png"))
plot(reglab2, pch = 19, col = "blue")
dev.off()
min_res = Inf
d = ncol(reglab2)-1
for(k in 1:d)
 comb <- combn(reglab2[, -1], k)</pre>
 for (s in 1:nrow(comb))
  new_data <- data.frame(y = reglab2[, 1], comb[s, ])</pre>
  f <- lm(y ~ ., new_data)
  res <- RSS(f)
  if (res < min_res) {</pre>
   min res <- res
   ans <- f
  }
 }
}
min_res
summary(ans)
ans$coefficients
pdf(paste(path, "reglab2_result.pdf"))
plot(ans)
dev.off()
```

```
# Задание 3------
cygage <- read.table(paste(path, 'cygage.txt', sep =""), sep = '\t', header = TRUE)

xy <- cygage[-ncol(cygage)]
z <- cygage$Weight
y <- seq(-50, max(cygage[2]) + 50, 1)

# with weights
f <- Im(calAge ~ ., xy, weights = z)
summary(f)
png(paste(path, "With weights.png"))
plot(xy, pch = 19, col = "red", lwd = 4, main = "With weights")
lines(x = y*f$coefficients[2] + f$coefficients[1], y = y, col = "green")
dev.off()
RSS(f)
```

```
# Задание 4------
library(datasets)
library(MASS)
library(Metrics)
data(longley)
png(paste(path, "longley.png"), width = 720, height = 720)
plot(longley, lwd = 2, pch = 19, col = "blue")
dev.off()
f <- Im(Employed ~ ., longley)
summary(f)
longl <- longley[-3]
n <- nrow(longl)
longley rand <- longl[order(runif(n)), ]</pre>
longley_train <- longley_rand[1:as.integer(n*0.8), ]</pre>
longley_test <- longley_rand[as.integer(n*0.8):n, ]</pre>
f <- lm.ridge(
 Employed ~ .,
 longley train,
 lambda = 10^{-3-0.2*seq(0,25, by=1)},
 model = TRUE,
 x = TRUE,
 y = TRUE
)
x <- longley_train[-6]
y <- longley train$Employed
my_mse <- vector()
for (c in 1:ncol(f$coef))
 coefs <- f$coef[, c]
 tmp <- vector()
 for (s in 1:ncol(x)) tmp <- append(tmp, mse(y[s], sum(coefs*x[s, ])))
 tmp <- mean(tmp)
 my_mse <- append(my_mse, tmp)
}
png(paste(path, "train.png"))
plot(x = f$lambda, y = my_mse, pch = 19, col = "darkgreen", lwd = 4, main = "Тренировочная
выборка")
dev.off()
```

```
x <- longley_test$Employed

my_mse <- vector()

for (c in 1:ncol(f$coef)) {
    coefs <- f$coef[, c]
    tmp <- vector()

    for (s in 1:ncol(x)) tmp <- append(tmp, mse(y[s], sum(coefs*x[s, ])))
    tmp <- mean(tmp)
    my_mse <- append(my_mse, tmp)
}

png(paste(path, "test.png"))
plot(x = f$lambda, y = my_mse, pch = 19, col = "darkred", lwd = 4, main = "Тестовая выборка")
dev.off()</pre>
```

```
# Задание 5-----
data("EuStockMarkets")
library(mltools)
dax <- EuStockMarkets[, 1]
smi <- EuStockMarkets[, 2]</pre>
cac <- EuStockMarkets[, 3]
ftse <- EuStockMarkets[, 4]
png(paste(path, "EuStockMarket.png"))
#plot(EuStockMarkets)
plot(EuStockMarkets[,1], type = "l", col="red",
  xlab="Год", ylab="Котировка")
lines(EuStockMarkets[,2], type = "I", col="blue")
lines(EuStockMarkets[,3], type = "I", col="green")
lines(EuStockMarkets[,4], type = "I", col="black")
dev.off()
name <- time(EuStockMarkets) # названия строк
all_mse <- vector()
rss <- vector()
# -----
f <- Im(DAX \sim ., data.frame(time = name, DAX = dax))
png(paste(path, "DAX.png"))
plot(dax, main = "Deutscher Aktienindex (DAX)")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red")
dev.off()
dax_mse <- mse(dax, name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1])</pre>
all mse <- append(all mse, dax mse)
rss <- append(rss, RSS(f))
f <- Im(SMI ~ ., data = data.frame(time = name, SMI = smi))
png(paste(path, "SMI.png"))
plot(smi, main = "Swiss Market Index (SMI)")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red")
dev.off()
smi mse <- mse(smi, name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1])
all_mse <- append(all_mse, smi_mse)
rss <- append(rss, RSS(f))
```

```
f <- Im(CAC \sim ., data = data.frame(time = name, CAC = cac))
png(paste(path, "CAC.png"))
plot(cac, main = "Cotation Assistée en Continu (CAC)")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red")
dev.off()
cac mse <- mse(cac, name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1])
all_mse <- append(all_mse, cac_mse)
rss <- append(rss, RSS(f))
#-----
f <- Im(FTSE ~ ., data = data.frame(time = name, FTSE = ftse))
png(paste(path, "FTSE.png"))
plot(ftse, main = "Financial Times Stock Exchange (FTSE)")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red")
dev.off()
ftse mse <- mse(ftse, name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1])
all mse <- append(all mse, ftse mse)
rss <- append(rss, RSS(f))
#-----
overall = (dax + smi + cac + ftse) / 4
f <- lm(overall ~ ., data = data.frame(time = name, overall = overall))
png(paste(path, "Overall.png"))
plot(overall, main = "Overall")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red")
dev.off()
overall_mse <- mse(overall, name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1])
all mse <- append(all mse, overall mse)
rss <- append(rss, RSS(f))
```

```
# Задание 6-----
data(JohnsonJohnson)
png(paste(path, "JohnsonJohnson.png"))
plot(time(JohnsonJohnson)[seq(from = 1, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
  JohnsonJohnson[seq(from = 1, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
  type = "I", col="red", main = "Изменение прибыли во времени", xlab="Год",
  ylab="Пибыль")
lines(time(JohnsonJohnson)[seq(from = 1, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
   JohnsonJohnson[seq(from = 2, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
   type = "l", col="blue")
lines(time(JohnsonJohnson)[seq(from = 1, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
   JohnsonJohnson[seq(from = 3, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
   type = "l", col="green")
lines(time(JohnsonJohnson)[seq(from = 1, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
   JohnsonJohnson[seq(from = 4, to = length(JohnsonJohnson), by = 4)],
   type = "I", col="black")
dev.off()
name <- time(JohnsonJohnson)</pre>
f <- Im(JohnsonJohnson ~ .,
    data = data.frame(time = name,
              JohnsonJohnson = JohnsonJohnson))
png(paste(path, "JohnsonJohnson.png"))
plot(JohnsonJohnson, main = "JohnsonJohnson")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red")
dev.off()
mean(predict.lm(f, data.frame(time = time(ts(start = 2016, end = 2017, frequency = 365)))))
qtr_mean <- vector()
for (i in 1:4)
 name <- time(JohnsonJohnson)[seq(i,length(JohnsonJohnson), 4)]
 qtr <- JohnsonJohnson[seq(i, length(JohnsonJohnson), 4)]
 quater <- data.frame(time = name, qtr = qtr)
 f <- Im(gtr ~ ., data = quater)
 png(paste(path, "Quater №", i, ".png", sep = ""))
 plot(quater, main = paste("Quater №", i, sep = ""), pch = 19, lwd = 4, col = "lightgreen")
 lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1]), col = "red")
 dev.off()
 qtr_mean <- append(qtr_mean, mean(predict.lm(f, data.frame(time = time(ts(start = c(2016, i),
end = c(2016, i), frequency = 4)))))
qtr_mean
```

Приложение 7

```
# Задание 8 ------
gas <- read.csv(paste(path, "UKgas.csv", sep = ""), sep = ',', row.names = 1)
name = gas$time
f <- Im(UKgas \sim ., data = gas)
png(paste(path, "UKgas.png"))
plot(gas, main = "Ukgas", pch = 19, col = "lightgreen")
lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] +
         f$coefficients[1]), col = "red", lwd = 2)
dev.off()
summary(f)
mean(predict.lm(f, data.frame(time = time(ts(start = 2016, end = 2017, frequency = 365)))))
qtr_mean <- vector()
for (i in 1:4)
 name <- gas$time[seq(i, length(gas$time), 4)]
 qtr <- gas$UKgas[seq(i, length(gas$UKgas), 4)]
 quater <- data.frame(time = name, qtr = qtr)
 f <- Im(gtr ~ ., data = quater)
 png(paste(path, "Quater №", i, "(Ukgas).png", sep = ""))
 plot(quater, main = paste("Quater №", i, "(Ukgas)", sep = ""), pch = 19, lwd = 4, col =
"lightgreen")
 lines(xy.coords(x = name, y = name*f$coefficients[2] + f$coefficients[1]), col = "red")
 qtr mean <- append(qtr mean, mean(predict.lm(f, data.frame(time = time(ts(start = c(2016, i),
end = c(2016, i), frequency = 4))))))
qtr_mean
```

Приложение 9

```
# Задание 9 -------
data(cars)
f <- Im(dist ~ ., data = cars)
png(paste(path, "cars.png"))
plot(cars, main = "Cars", pch = 19, lwd = 2, col = "lightgreen")
lines(x = cars$speed,
    y = cars$speed*f$coefficients[2] +
    f$coefficients[1], col = "red")
dev.off()
predict.Im(f, data.frame(speed = 40))
```