Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет Информационных технологий и управления

Кафедра Высшей математики

ОТЧЕТ ПО ТИПОВОМУ РАСЧЕТУ

Выполнил: Витковская С. И.

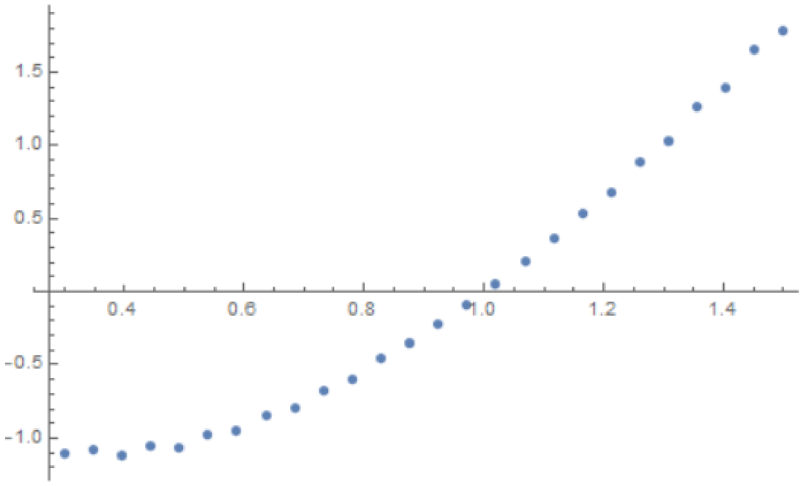
Проверил: Князева Л. П.

Минск, 2022

Вариант 1. Функция f(x) задана в виде таблицы:

1	
0.3	-1.10525
0.348	-1.07996
0.396	-1.1225
0.444	-1.05986
0.492	-1.06783
0.54	-0.978257
0.588	-0.955469
0.636	-0.846209
0.684	-0.794931
0.732	-0.671395
0.78	-0.593028
0.828	-0.459459
0.876	-0.354877
0.924	-0.214726
0.972	-0.0844691
1.02	0.0593841
1.068	0.215
1.116	0.360097
1.164	0.540909
1.212	0.685119
1.26	0.891074
1.308	1.03252
1.356	1.26364
1.404	1.40065
1.452	1.65703
1.5	1.7881

Перенеся точки на график, получим:



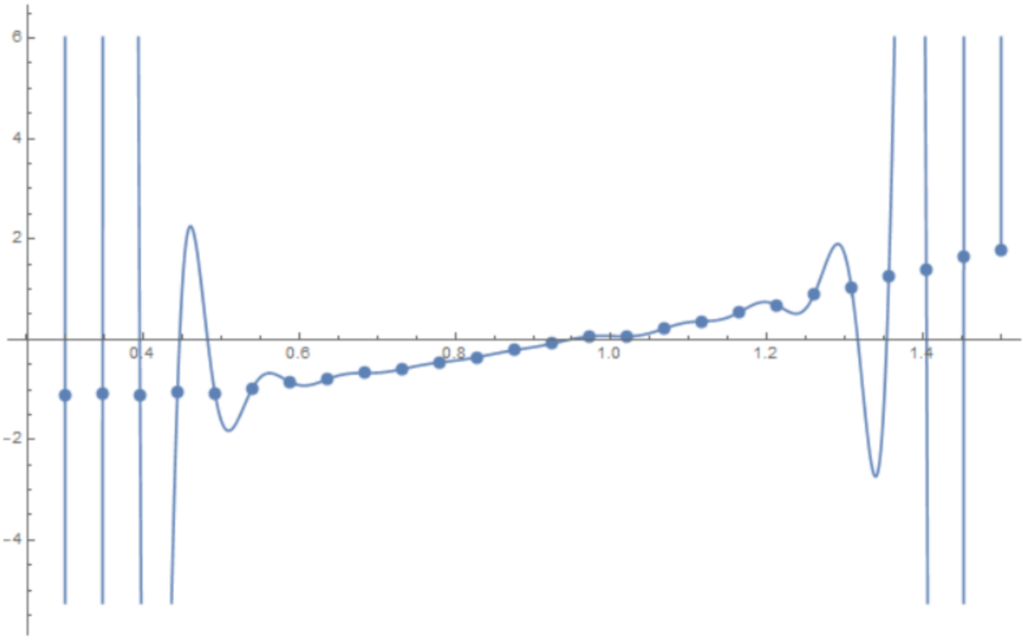
На графике слабо заметно, но из таблицы видно, что функция сначала убывает (минимум достигается при x=0.396), а потом возрастает. Напоминает ветвь параболы.

Задание 1:

Интерполяционный многочлен степени n=25:

$$-7.5242\times10^{10}+2.57713\times10^{12}x-4.18831\times10^{13}x^2+4.29994\times10^{14}x^3-3.13218\times10^{15}x^4+1.72357\times10^{16}x^5-7.44836\times10^{16}x^6+2.59412\times10^{17}x^7-7.4143\times10^{17}x^8+1.76156\times10^{18}x^9-3.51121\times10^{18}x^{10}+5.90894\times10^{18}x^{11}-8.42983\times10^{18}x^{12}+1.0216\times10^{19}x^{13}-1.05192\times10^{19}x^{14}+9.18762\times10^{18}x^{15}-6.78205\times10^{18}x^{16}+4.20603\times10^{18}x^{17}-2.17233\times10^{18}x^{18}+9.22789\times10^{17}x^{19}-3.16758\times10^{17}x^{20}+8.56503\times10^{16}x^{21}-1.75563\times10^{16}x^{22}+2.56319\times10^{15}x^{23}-2.37415\times10^{14}x^{24}+1.04833\times10^{13}x^{25}$$

График:

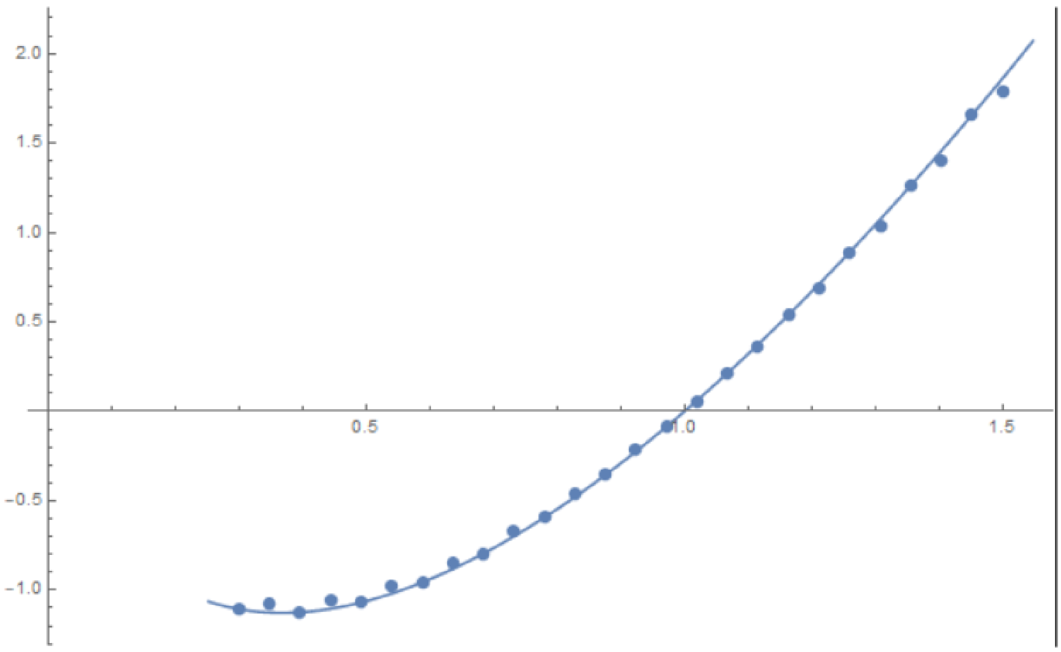


Несмотря на то, что график полученного многочлена пересек все заданные точки, сложно представить, что данная функция релевантна.

Интерполяционный многочлен степени n=12:

$$-0.0289269 - 9.84676\,x + 43.7942\,x^2 - 146.623\,x^3 + 388.573\,x^4 - 758.571\,x^5 + 1084.2\,x^6 - 1130.47\,x^7 + 849.518\,x^8 - 447.827\,x^9 + 157.075\,x^{10} - 32.9087\,x^{11} + 3.11494\,x^{12}$$

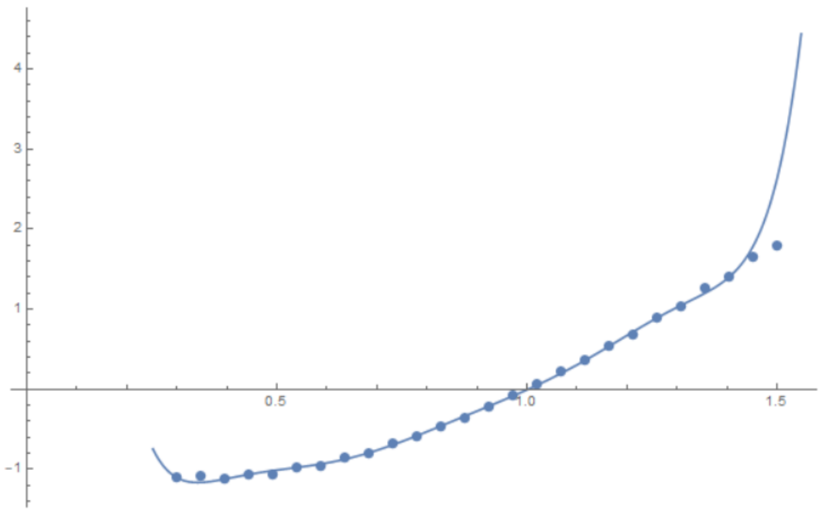
График:



Погрешность интерполирования: 0.0733225

Интерполяционный многочлен степени n=8 (были взяты 1 и каждый 3 узлы)

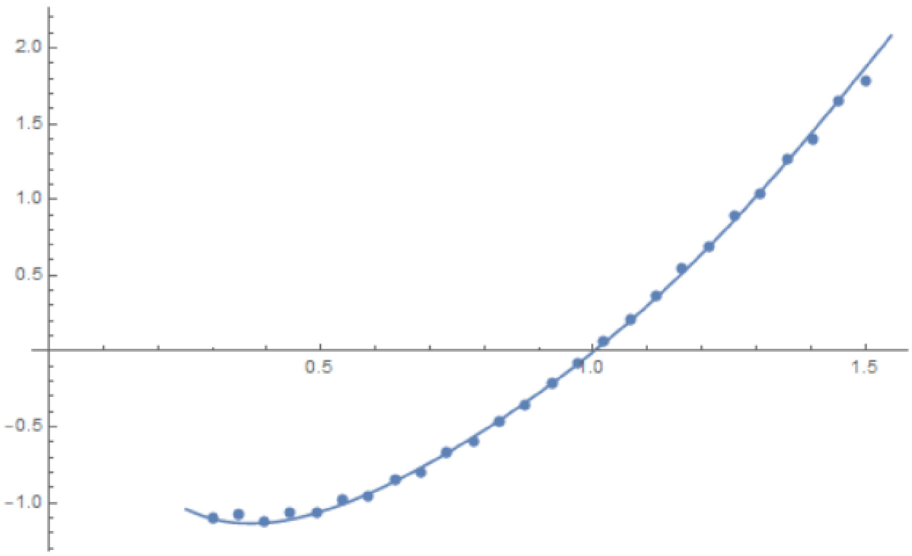
$35.106 - 435.42x + 2186.67x^2 - 6013.19x^3 + 9932.53x^4 - 10111.8x^5 + 6215.22x^6 - 2115.14x^7 + 305.978x^8$



Погрешность интерполирования: 0.848223

Интерполяционный многочлен степени n=5:

$0.154418 - 8.77318x + 20.3785x^2 - 20.0042x^3 + 10.2847x^4 - 2.04516x^5$



Погрешность интерполирования: 0.0797001

Лучшим оказался многочлен 12-й степени. Его график соответствует выводу о заданной функции, полученному при анализе таблицы значений. График данного многочлена сначала убывает до x = 0.396, а затем возрастает. График многочлена 5 степени также выглядит правдоподобно, однако график интерполяционного многочлена 8 степени под конец начал стремительно возрастать. Можно заключить, что погрешность интерполирования зависит от количества взятых узлов. Слишком маленькое количеств узлов ведет к увеличению погрешности, т.к. мы не учитываем значительное количество значений. Однако, есть вероятность получить небольшую погрешность, если удачно выбрать узлы, как в случае с многочленом 5 степени, соответственно результат зависит и от расположения узлов.

Задание 2:

График сплайна, аппроксимирующего функцию f(x) по значениям в узлах, и интерполяционного многочлена 25-й степени

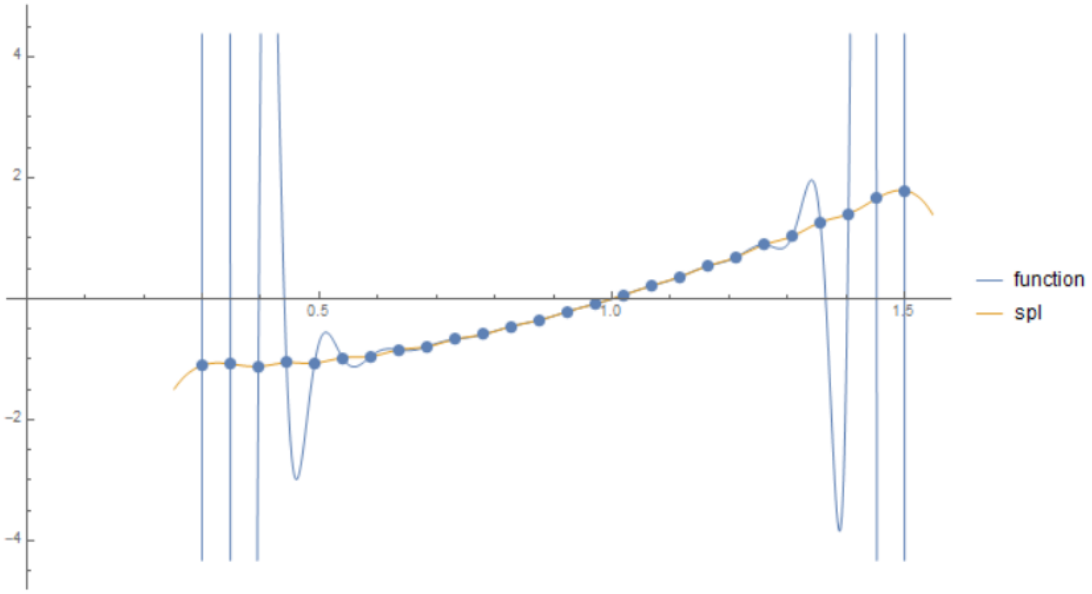


График сплайна, аппроксимирующего функцию f(x) по значениям в узлах, и интерполяционного многочлена 12-й степени

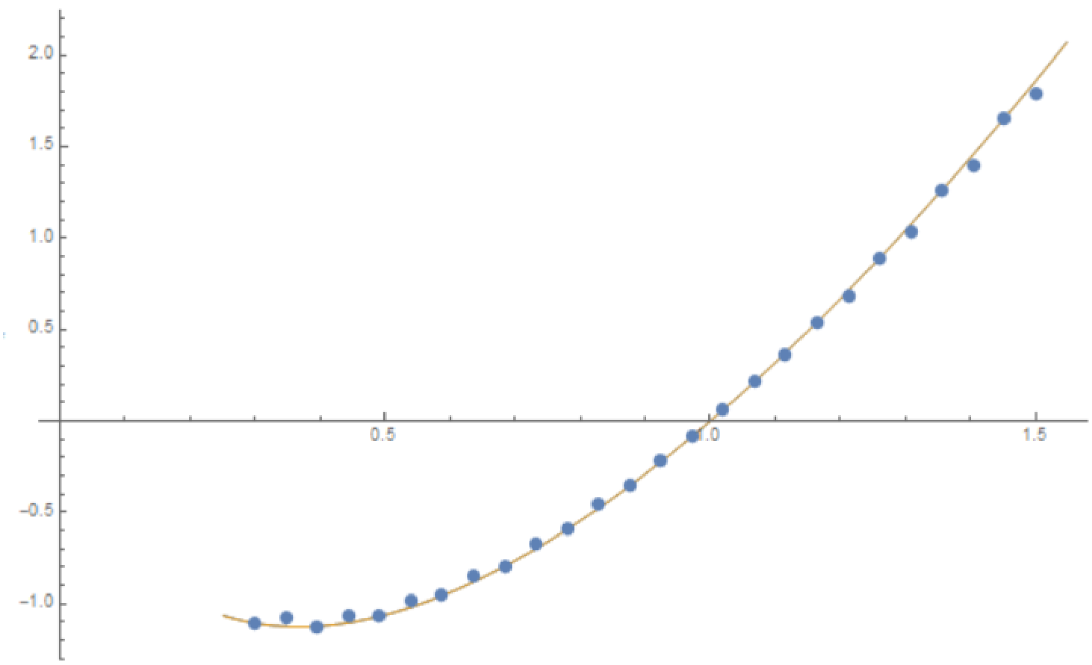


График сплайна, аппроксимирующего функцию f(x) по значениям в узлах, и интерполяционного многочлена 8-й степени

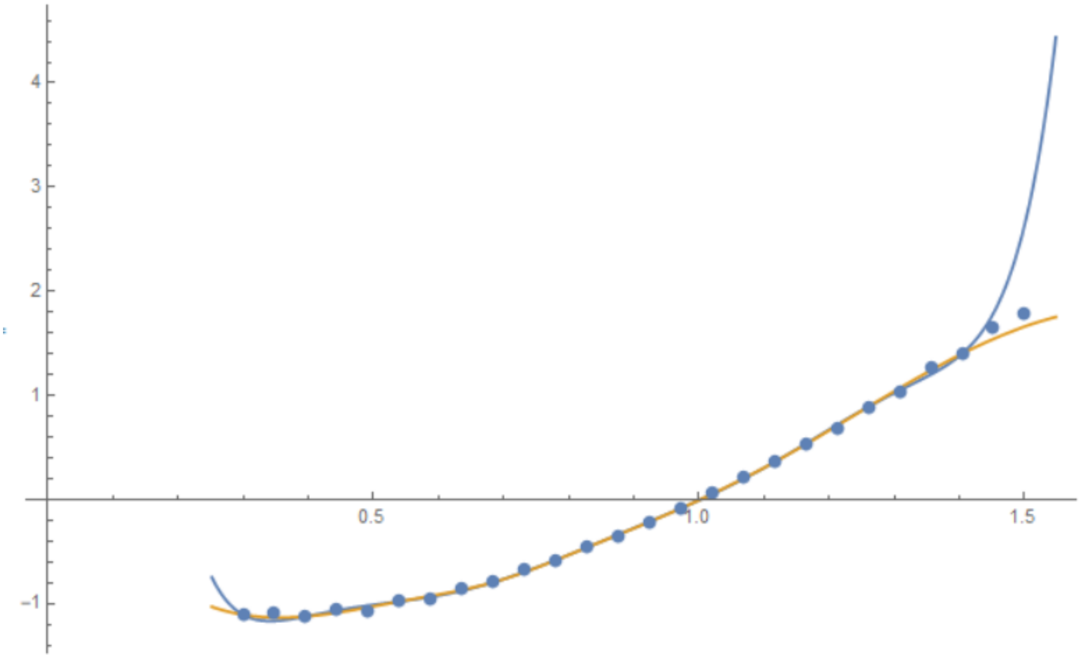
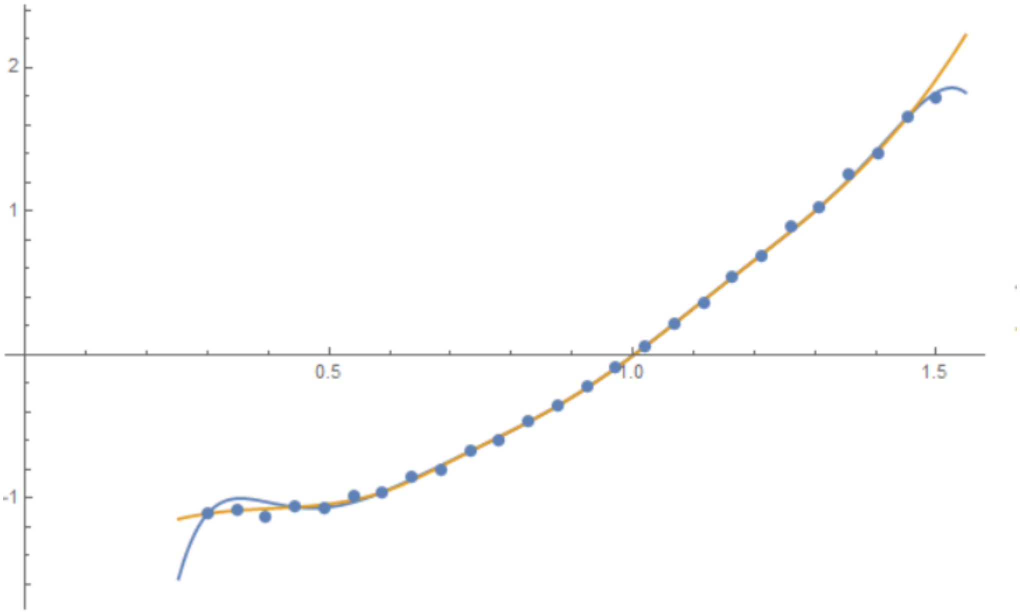


График сплайна, аппроксимирующего функцию f(x) по значениям в узлах, и интерполяционного многочлена 5-й степени

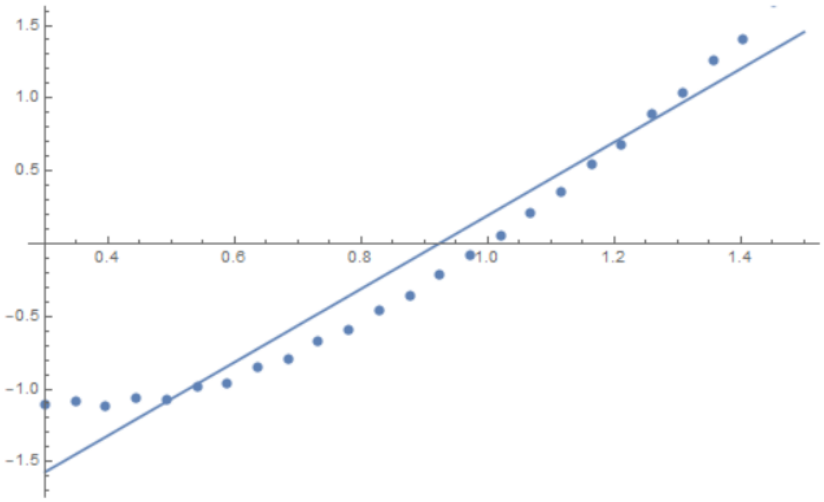


По сравнению с графиком интерполяционного многочлена 25 степени, сплайн выглядит гораздо естественнее. Что касается сплайна и интерполяционного многочлена по 13-и узлам, то при таком масштабе графика они полностью совпали. Сплайн по 9-и узлам, в отличие от соответствующего многочлена, более приближен к функции и не “взлетает” на концах. Графики сплайна по 5-и узлам и соответствующего ему многочлена также совпали на значительном промежутке, однако разошлись на концах.

Задание 3.

Многочлен наилучшего среднеквадратичного приближения степени n = 1: -2.32593 + 2.52049 x

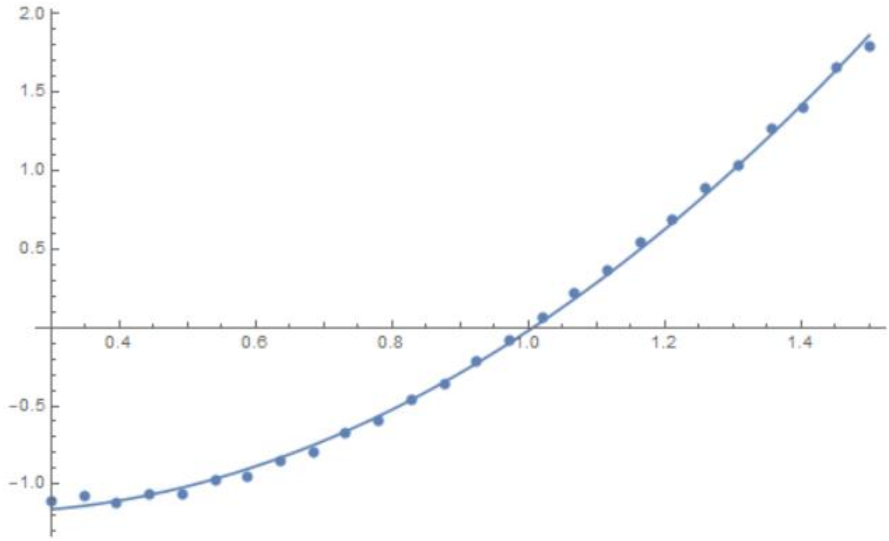
График многочлена и заданных узлов и сумма квадратов отклонения:



Сумма квадратов отклонений: 1.13276

Многочлен наилучшего среднеквадратичного приближения степени n = 2: -1.11377 - 0.686266 x + 1.78153 x^2

График многочлена и заданных узлов и сумма квадратов отклонения:



Сумма квадратов отклонений: 0.0288735

Очевидно, что многочлен 2 степени справился лучше, изначальный график также напоминал ветвь параболы.

Задание 4.

```
Встроенный подсчёт на основе многочлена Лагранжа 12-й степени: -0.0907951
Метод левых прямоугольников: -0.157574
Метод правых прямоугольников: -0.0186935
Метод трапеций: -0.0881339
Метод Симпсона: -0.115463
Относительная погрешность метода Симпсона: 0.271687
Относительная погрешность метода трапеций: 0.0293106
```

Самым точным оказался метод трапеций. Для уточнения проинтегрируем сплайн, который мы строили по 13 узлам: -0.0907904. Можно сделать вывод, что метод трапеций, хоть и является наилучшим из представленных, вычисляет значение интеграла с точностью лишь до первого знака после запятой.