Государственное учреждение образования
“БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ”

Кафедра: Интеллектуальных информационных технологий
Дисциплина: Обработка изображений в интеллектуальных системах

Отчет по лабораторной работе №4
“Класс ортогональных функций в задачах обработки изображений”

Выполнил:
студент гр.121702
Витковская С. И.

Проверил:
Самодумкин С. А.

Минск 2023

Содержание

Цель:

Изучить класс ортогональных функций в задачах обработки изображений.

Задача:

Разработать программное приложение, которое строит базисные функции Радемахера, Уолша и Хаара и осуществляет перевод двоичного представления в код Грея и обратно.

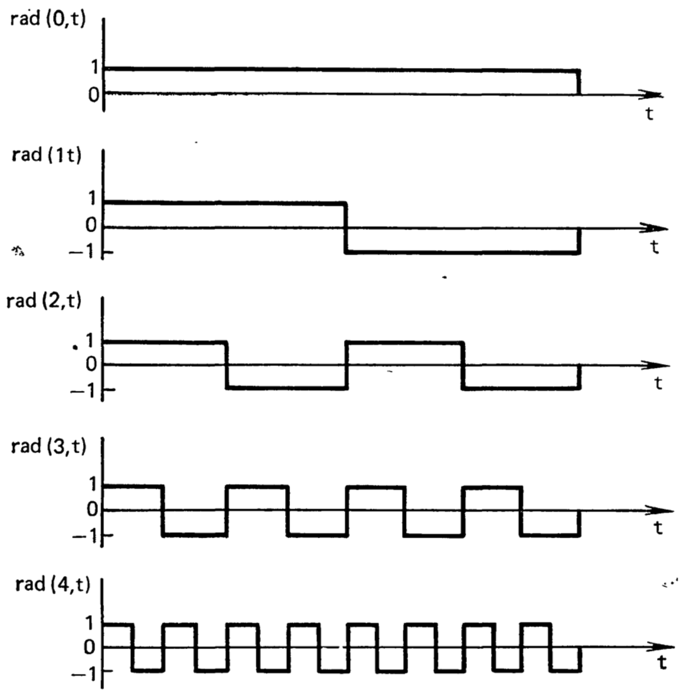
Теоретические сведения:

Функции Радемахера, представляют собой неполную систему ортонормированных функций. Функция Радемахера с индексом т, обозначаемая rad(m,t), имеет вид последовательности прямоугольных импульсов и содержит 2^{m-1} периодов на полуоткрытом интервале [0,1), принимая значения + 1 или —1. Исключение составляет функция rad (0, t), которая имеет вид единичного импульса.

Функция Радемахера может быть выражена следующим образом:

$$\mathrm{rad}_n(x) = \mathrm{sign}(\sin(2^n \pi x))$$

Примеры функций Радемахера:



Множество функций Хаара {har(n,m,t)} образующих периодическую, ортонормированную и полную систему функций, было предложено им в

1910 г. Рекуррентное соотношение, позволяющее получить {har (n,m,t)}, имеет вид

$$\mathrm{har}(0,\ 0,\ t)=1,\ t\in[0,\ 1);$$

$$\mathrm{har}(r,\ m,\ t)=\begin{cases} 2^{r/2}, & \frac{m-1}{2^r}\leqslant t<\frac{m-1/2}{2^r};\\ -2^{r/2}, & \frac{m-1/2}{2^r}\leqslant t<\frac{m}{2^r};\\ 0, & \text{при остальных } t\in[0,\ 1),\end{cases}$$

где $0\leqslant r<\log_2 N$ и $1\leqslant m\leqslant 2^r$.

Преобразование Уолша — Адамара - является частным случаем обобщённого преобразования Фурье, в котором базисом выступает система функций Уолша. Преобразование Уолша - Адамара широко применяется при цифровой обработке сигналов, так как оно может быть вычислено только с использованием сложений и вычитаний.

Алгоритм преобразования Уолша-Адамара:

1)Вычислить матрицу Адамара размером n на n, где n - количество чисел в последовательности, для которой выполняется преобразование

2)Перемножить последовательность на матрицу Адамара

3)Поделить каждый член полученной последовательности на n

Пример преобразования Уолша-Адамара последовательности (1,2,0,3):

$$\mathbf{X}_k^{WH}=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1 & 2 & 0 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & -1 & 1 & -1\\ 1 & 1 & -1 & -1\\ 1 & -1 & -1 & 1\end{bmatrix}=\frac{1}{4}\begin{bmatrix}6 & -4 & 0 & 2\end{bmatrix},$$

Двоичный код и код Грея.

В некоторых практических приложениях, например в аналого-цифровых преобразованиях, желательно использовать коды, у которых все следующие друг за другом кодовые слова различаются только одной цифрой в некотором разряде. Коды, обладающие таким свойством, называются циклическими. Очень важным циклическим кодом является код Грея. Четырехразрядный двоичный код Грея обладает тем важным свойством, что двоичное представление числа может быть легко преобразовано в код Грея с помощью полусумматоров.

Ход работы:

```
Бинарное представление: 10110
Код Грея: 11101
Востановленное бинарное представление: 10110

Функция Радемахера:
n = 0, x = 0.5: 1
n = 1, x = 0.5: -1
n = 1, x = 0.49: 1
n = 2, x = 0.5: -1
n = 2, x = 0.1: 1

Преобразование Уолша-Адамара (1, 2, 0, 3): [ 1.5 -1.   0.   0.5]
```

Вывод:

В данной лабораторной работе были изучены и вычислены значения функции Радемахера, реализовано преобразование Уолша-Адамара, а также изучен код Грея и преобразование двоичного представления в код Грея и обратно. Вся реализация выполнена на языке программирования Python.