第12次作业：7.8，7.10，7.11，7.12

7.8 某电器零件的平均电阻一直保持在2.64Ω,标准差保持在0.06Ω. 改变加工工艺后,测得100 个零件的平均电阻为2.62Ω,标准差不变。试问新工艺的平均电阻与原来的有无显著差异?取显著性水平$\alpha = 0.01$.

解：设某电器零件的电阻为X, $EX = \mu$, 已知$DX = \sigma_0^2 = 0.06^2$.

要检验假设 $H_0 : \mu = \mu_0 = 2.64 \leftrightarrow H_1 : \mu \neq \mu_0$.

H_0成立时，由中心极限定理，$U = \frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} \sim AN(0, 1)$.

由P$\{ |U| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}} \} = \alpha = 0.01$，　$u_{0.995} = 2.58$ 知拒绝域为

$$W = (-\infty, -2.58] \cup [2.58, \infty).$$

由$n = 100$,　$\bar{x} = 2.62$,　$n = 100$，计算得

$$u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}} = \frac{2.62 - 2.64}{0.06/\sqrt{100}} \approx -3.3 \in W.$$

故拒绝H_0, 即新工艺的平均电阻与原来的有显著差异。

7.10 一位校长在报上看到一则报道:“本市初中生平均每周看电视8 h”. 该校长认为本校学生看电视的时间明显小于该数字. 为此随机调查了100 名学生,得知每周看电视的平均时间为6.5 h,样本标准差为2 h. 假定学生每周看电视的时间服从正态分布,根据调查结果,在$\alpha = 0.05$ 水平下能否支持该校长的看法。

解：设本校学生看电视的时间为X, 则$X \sim N(\mu, \sigma^2)$. 已知$n = 100$.

要检验假设：

$$H_0 : \mu = 8, \quad H_1 : \mu < 8.$$

H_0成立时, 统计量

$$T = \frac{\bar{X} - 8}{S_n^*/10} \sim t(99).$$

由P$\{ T \leq -t_{1-\alpha}(99)\} = \alpha = 0.05$，　$t_{0.95}(99) \approx u_{0.95} = 1.645$, 知拒绝域为

$$W = (-\infty, -1.645].$$

由$\bar{x} = 6.5$,　$s_n^* = 2$ 计算得

$$t = \frac{\bar{x} - 8}{s_n^*/10} = \frac{6.5 - 8}{2/10} = -7.5 \in W.$$

故拒绝H_0, 在$\alpha = 0.05$ 水平下能支持该校长的看法。

7.11 有甲、乙两个试验员,对同一试验的同一指标进行测定,两人测定的结果如下:

试验号	1	2	3	4	5	6	7	8
甲	4.3	3.2	3.8	3.5	3.5	4.8	3.3	3.9
乙	3.7	4.1	3.8	3.8	4.6	3.9	2.8	4.4

试问: 甲、乙两人的测定有无显著差异?取显著性水平$\alpha = 0.05$.

解：设X_1, X_2分别为甲、乙两人的测定结果，则$X_1 - X_2 \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$, 其中$\sigma^2$未知, $n = 8$。

要检验假设

$$H_0 : \mu = 0,\ H_1 : \mu \neq 0.$$

在H_0 为真的条件下，统计量

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_n^*/\sqrt{n}} \sim t(7).$$

由$\mathrm{P}\{\ |T| \geq t_{1-\alpha/2}(7)\} = \alpha = 0.05$， $t_{0.975}(7) = 2.3646$, 知拒绝域为

$$W = (-\infty, -2.3646] \cup [2.3646, \infty).$$

经计算得$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 0.1$, $s_n^* = 0.727$,

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_n^*/\sqrt{n}} = \frac{0.1}{0.727/\sqrt{8}} \approx -0.389 \notin W.$$

故接受H_0, 即甲乙两人的实验分析之间无显著差异。

7.12 某纺织厂在正常工作条件下,平均每台布机每小时经纱断头率为0.973 根, 各台布机的断头率的标准差为0.162 根. 该厂作轻浆试验,将经纱上浆率减低20%. 在200 台布机上进行试验,结果平均每台每小时经纱断头次数为0.994 根,标准差为0.16. 问新的上浆率能否推广?（显著性水平$\alpha = 0.05$.）

解：设每台布机断头率为随机变量X, 由于总体分布未知，且$\mathrm{n} = 200$ 较大，由中心极限定理可知$\bar{X} \dot{\sim} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$. 要检验

$$H_0 : \mu = 0.973 \quad \leftrightarrow \quad H_1 : \mu > 0.973.$$

由于$\mathrm{n} = 200$ 较大，故在σ 未知下，用S_n^* 代替σ 后对渐近分布没有多大影响。在H_0 为真的条件下, 选用统计量

$$T = \frac{\bar{X} - 0.973}{S_n^*/\sqrt{n}} \dot{\sim} N(0, 1).$$

由$P\{T \geq u_{1-\alpha}\} = \alpha = 0.05$，　$u_{0.95} = 1.645$, 知拒绝域为

$$W = [1.645, \infty).$$

由$\bar{x} = 0.994$,　$s_n^* = 0.16$, 得

$$t = \frac{\bar{x} - 0.973}{s_n^* / \sqrt{n}} = \frac{0.994 - 0.973}{0.16 / \sqrt{200}} = 1.856 \in W.$$

故拒绝原假设，不能推广新的上浆率。