

苏州大学 复变函数 课程试卷

(线上 开卷 2022 年 4 月 15 日 19:00-20:30)

注意事项:

(1) 对计算题和证明题, 都必须写出完整的过程, 并对每一步说明理由. 计算题只有答案将不给分. 答题纸每页都要书写学号+姓名, 右上角书写答题纸页码.

(2) 考试结束后10分钟内完成答卷提交, 将答卷通过电子邮件打包发送到以下邮箱, 文件以学号+姓名命名. 不允许修改后重复提交.

梁兵兵老师 bbliang@suda.edu.cn

沈玉良老师 ylshen@suda.edu.cn

一. 计算下列积分(共45分):

1) (8分)

$$\int_{|z|=1} (|z| - e^z \cos z) dz.$$

2) (10分)

$$\int_{|z|=2} \frac{2z^2 - z + 1}{(z-1)^2} dz.$$

3) (15分)

$$I(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta|=1} \frac{1}{\zeta(\zeta-z)} d\zeta,$$

其中 $|z| \neq 1$.

4) (12分)

$$\int_{|z|=1} \frac{\sin \bar{z}}{z} dz.$$

二. (18分) 求平面上的解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, 使得

$$v(x, y) = e^x(y \cos y + x \sin y),$$

且 $f(0) = 0$.

三. (12分) 设函数 f 在区域 D 内解析, C 是 D 内以 a, b 为端点的线段. 证明存在数 λ ($|\lambda| \leq 1$)与 $\zeta \in C$ 使得

$$f(b) - f(a) = \lambda(b-a)f'(\zeta).$$

四. (15分) 试判别同时具有如下两个性质的整函数 f 是否存在?

(1) f 没有零点; (2) $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z) = \infty$.

若存在, 请给出例子; 若不存在, 请给出证明.

五. (10分) 假设 $u(x, y)$ 是复平面 \mathbf{C} 上的调和函数. 如果存在常数 α 使得 $u(x, y) \geq \alpha$, 试证明 $u(x, y)$ 为常数.