1. 已知 $\frac{\arctan x}{x}$ 是可微函数 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int xf'(x)\,dx$ 等于______.

(a) $\frac{1}{1+x^2}-\frac{\arctan x}{x}+C$

(b) $\frac{1}{1+x^2}-\frac{2\arctan x}{x}+C$

(c) $\frac{\arctan x}{x}-\frac{1}{1+x^2}+C$

(d) $\frac{2\arctan x}{x}-\frac{1}{1+x^2}+C$

答案：(b)

2. 下面哪个命题是正确的：

(a) 若 f 在 $[a,b]$ 上有跳跃间断点, 则 f 在 $[a,b]$ 上一定没有原函数;

(b) 若 f 在 $[a,b]$ 上有可去间断点, 则 f 在 $[a,b]$ 上一定没有原函数;

(c) 若 f 在 $[a,b]$ 上有定义, 且 f 在 a 的右极限不存在，则 f 在 $[a,b]$ 上一定没有原函数;

(d) 黎曼函数在 $[0,1]$ 上有原函数.

答案：(a,b)

5. 下列陈述正确的是________________

(A) f 在区间 $[a,b]$ 上可积蕴含 f^2 在区间 $[a,b]$ 上可积

(B) f^2 在区间 $[a,b]$ 上可积蕴含 f 在区间 $[a,b]$ 上可积

(C) f 在区间 $[a,b]$ 上可积蕴含 f^3 在区间 $[a,b]$ 上可积

(D) f^3 在区间 $[a,b]$ 上可积蕴含 f 在区间 $[a,b]$ 上可积

答案： A,C,D

6. 计算 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\pi}{n}\sum\limits_{k=1}^{n}\cos(\frac{k\pi}{2n})$=________________ .

答案：2

7. 计算 $\displaystyle\int_0^2\frac{e^x}{e^{x-1}+e^{1-x}}\,dx$=________________ .

答案： e

8. 计算 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\int_0^1\frac{x^n\sin x}{1+e^{x^2}}\,dx$ =________________

答案： 0

9. 计算 $\displaystyle\lim_{x\to0}\int_0^x\frac{e^{-(tx)^2}-1}{x^5}\,dt$ =________________

(A) $-\frac{1}{6}$

(B) $-\frac{1}{5}$

(C) $-\frac{1}{4}$

(D) $-\frac{1}{3}$

答案：　D

10. 计算 $\int_0^1 (x-\frac{1}{2})^2 \sin[(x-\frac{1}{2})\pi]dx$=________________ .

答案：　0

3. 设 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上连续, $\int_0^1 f(x)\,dx = \frac{1}{2}$, 则下列断言正确的是________________

(A) 一定存在 $a \in (0,1)$, 使得 $\int_0^a f(x)\,dx = a$

(B) 一定存在 $a \in [0,1]$, 使得 $f(a) = 1$

(C) 对任意 $c \in (0, \frac{1}{2})$, 一定存在 $a \in [0,1]$ 使得 $\int_0^a f(x)\,dx = c$

(D) 一定存在 $a \in (0,1)$, 使得 $f(a) = \frac{1}{2}$

(E) 一定存在 $a \in (0,1)$, 使得 $f(a) = a$

答案：　C, D, E

4. 设 f 在 $[0,1]$ 上可积，则下列断言正确的是________________

(A) 若对于无理点 $x \in [0,1]$, 有 $f(x) = 0$，则 $\int_0^1 f(x)\,dx = 0$

(B) 若 $f(x)$ 非负，且有无穷多个 $x \in [0,1]$, 使得 $f(x) > 0$, 则 $\int_0^1 f(x)\,dx > 0$

(C) 若 $\int_0^1 f(x)\,dx > 0$, 则存在一个子区间 $[a,b] \subset [0,1]$，使得 $f(x) > 0$ 对所有 $x \in [a,b]$ 成立

(D) 若 $f(x)$ 非负，且 $\int_0^1 f(x)\,dx = 0$，则有无穷多个 $x \in [0,1]$, 使得 $f(x) = 0$

答案：　A, C, D. 反证法 + 定积分定义来理解 C, D