

一、1. $\int_{|z|=1} \frac{1}{\cos z} dz$

2. $\int_{|z|=4} \frac{z^{12}}{(z^2+1)^2(z^3+2)^3} dz$

3. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{1+x^2} dx$

二. $u(x,y)$ 在复平面 \mathbb{C} 上调和, $u(x,y) \geq \alpha$ α 常数
则 $u(x,y)$ 必为常数

三. 判断扩充复平面 $\hat{\mathbb{C}}$ 上函数 $\frac{e^{\frac{1}{z-1}}}{e^z-1}$ 的所有奇点类型, 若为极点指出阶数

四. 找出上半单位圆 $\{z \mid |z| < 1, y > 0\}$ 到垂直带状区域 $\{z \mid 0 < x < \frac{3}{2}\pi\}$ 的一个共形变换

五. 证明: $z + e^{-z} = a$ ($a > 1$) 在右半平面只有一个根, 且为实根

六. 设 f, g 在区域 D 上解析. 若在 D 上恒有 $|f(z)| = |g(z)|$
写出 f 与 g 的关系并证明你的论断

七. 设 f 在 $\bar{D} = \{z \mid |z| \leq 1\}$ 上解析, 且在 \bar{D} 上有惟一一个一阶零点
同时满足 $|f(z)| = 1$ $|z| = 1$ 写出 $f(z)$ 的一般表达式并说明理由

