苏州大学 抽象代数 课程(期末)试卷　共6页

(考试形式　闭卷　　2008年7月)

院系____________年级____________专业____________

学号____________姓名____________成绩____________

一. 在括号中填写正确答案。(20分)

（1）令$\alpha = (21435)$ 为循环置换 (53412), 则$\alpha^{-1} =$ 　　　　　.

（2）令$G = < a >$ 的阶为n, $< a^r >$ 的阶是n的充分必要条件是　　　　　.

（3）剩余类环Z_2 中的可逆元为　　　　　.

（4）设Q 是有理数域，$Q(\sqrt{3}, \sqrt{2})$ 是Q 的　　　　　次扩域

（5）设α 是域F 上的代数元，它的极小多项式为$x^n + a_{n-1}x^{n-2} + \cdots + a_1$，则$\alpha^{-1} =$ 　　　　　.

二.回答下列问题。(20分)

1.　$Z_2 \bigoplus Z_2$ 是否同构于Z_4 （这里，Z_2 、Z_4 只考虑作加群），简单说明理由.

2. 设G 是群，$a, b \in G$, a 与bab^{-1} 是否有相同的阶，简单说明理由。

3. 整环中的素元素是否一定为既约元，既约元是否一定为素元素？简单说明理由或举出一个反例。

4. $1-2i$ 是否为$Z[i]$ 中的既约元，简单说明理由。

5. 一个四元域能否同构于一个八元域的子域？简单说明理由。

三． 设H 是群G 的一有限子群，$|H| = n$，假设G 只有一个阶为n 的子群，证明：H 是群G 的正规子群。（12分）

四． 设N_1, N_2 是群G 的正规子群，且$N_1 \cap N_2 = \{e\}$，证明对任意的$a \in N_1, b \in N_2$, 有$ab = ba$。（12分）

五. 令R 是一个交换环，N 是R 中幂零元（即存在正整数n, 使得$a^n = 0$ 的元素）的集合。证明：

(1) N 是R 的一个理想；

(2) R/N 中没有非零的幂零元。

（12分）

六. 设F 是元素个数为p^n 的有限域，证明F 中每个元素都有唯一的p 次根。（12分）

七.令$f : M \longrightarrow N$ 是一个R -模同态，f 满足$f^2 = f$ （f 称为幂等元）。证明：

(1) $1 - f$也是幂等元；（6分）

(2) $M = kerf \oplus Imf$ 。（6分）