

# 苏州大学 抽象代数 课程(期末)试卷(A) 共4页

(考试形式 闭卷 2006年7月)

院系\_\_\_\_\_年级\_\_\_\_\_专业\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

一. 1. 判断题(对的打 $\checkmark$ , 错的打 $\times$ ) (20分).

1. 除环是整环. ( )
2. 若 $A$  是整环 $R$  的理想, 则 $R/A$  也是整环. ( )
3. 环 $R$  的任意一个子环都是 $R$  的理想. ( )
4.  $n$  阶整环的特征数为 $n$ . (其中 $n$ 为正整数). ( )
5. 欧氏环的子环是欧氏环. ( )
6. 主理想整环的理想一定是主理想整环. ( )
7. 唯一分解环上的一元多项式环必为唯一分解环. ( )
8. 复数域 $C$  是实数域 $R$  的单扩域. ( )
9. 相伴关系是一个等价关系. ( )
10. 本原多项式必为可约多项式. ( )

二. 设 $R$  为可换环,  $a \in R$ , 如果存在 $n \in N$ , 使得 $a^n = 0$ , 则称 $a$  为幂零元。证明:  $R$  的全体幂零元作成的集合构成环 $R$  的一个理想 (10分)

三. 若 $R$ 是不含零因子的环,  $R$ 的特征为正整数 $n$ , 则 $n$ 为素数。(10分)

四. 求 $Z_6$ 的所有理想(10分)

五. 设 $R$ 为含有单位元的整环,  $a, b \in R$ . 证明 $a \sim b \iff a = b\varepsilon$ . (其中 $\varepsilon$ 为 $R$ 的单位). (15分)

六. 设 $(Z_n, \oplus, \odot)$ 为模 $n$ 的剩余类环,  $[1]$ 为 $Z_n$ 中的单位元。证明:  $[a] \in Z_n$ 为 $Z_n$ 中的可逆元 $\iff (n, a) = 1$ . (15分)

七.  $R$  为主理想整环,  $a, b, d \in R$ . 则  $(a, b) = (d) \iff d$  为  $a, b$  的最大公因子. (20分)