苏州大学 实变函数 课程试卷　（B）卷　共 5 页

考试形式 闭 卷　2012 年 1 月

院系_______年级_______专业______

学号_______姓名_______成绩______

一、　判断题（每题 3 分，共 30 分，用 √，×标在每题结尾）

1、　若 E 是可数集，则 $m(E)=0$ 。

2、　有界不可测集不一定有有限外测度。

3、　定义在不可测集上的连续函数是可测函数。

4、　若在集合 E 上，f_n 几乎处处收敛于 f，则对于任给 $\varepsilon > o$，有 E 的闭子集 F 使得 $m(E\setminus F)<\varepsilon$，且 f_n 在 F 上一致收敛于 f

5、　平面上一簇互不相交的圆至多是可数的。

6、　连续函数列的极限（如果存在）一定是可测函数

7、　有界变差函数可能不连续，而连续函数也可能不是有界变差函数。

8、　$f(x)$ 是 $[a,b]$ 上的有界可测函数，则 $f(x)$ 一定 Lebesgue 可积。

9、　f 是在可测集 E 上的可测函数，则 f 在 E 上 Lebesgue 可积等价于 $|f|$ 在 E 上 Lebesgue 可积

10、存在 $[a,b]$ 上的严格单调递增连续函数 f 满足 $f'(x)=0$ 在 $[a,b]$ 几乎处处成立。

二、　叙述 Fatou 引理和 Lebesgue 控制收敛定理（10 分）

三、若 $E\subset R$，且 $\overset{\circ}{E}\neq\varnothing$，证明 $m^*(E)>0$（10 分）

四、A、B 是 R^n 中的可测集，证明 $m(A\bigcup B)+m(A\bigcap B)=m(A)+m(B)$：（10 分）

五、 $f(x)$ 定义在可测集 E 上。若 $f^2(x)$ 在 E 上可测，且 $\{x\in E \mid f(x)\le 0\}$ 是可测集，则 $f(x)$ 在 E 上可测（10 分）

六、求 $\lim\limits_{k\to\infty}\int_0^1 \frac{k\sqrt{x}}{1+k^2x^2}\cos^7 kxdx$ 。（10 分）

七、　若 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的可微函数，且 $|f'(x)|\le M$ 则 $f(x)$ 为 $[a,b]$ 上的有界变差函数。反之成立吗？（**10** 分）

八、 $f_n(x)$为E（$m(E)<\infty$）上的一列可测函数证明$\int_E \frac{|f_n(x)|}{1+|f_n(x)|} \to 0$

当且仅当$f_n(x)$依测度趋于 **0.**（**10** 分）