

《统计计算与SAS软件》

实验十一 随机模拟

1907402030 熊雄

2021年12月31日

1 实验目的

随机数的产生。

2 实验内容

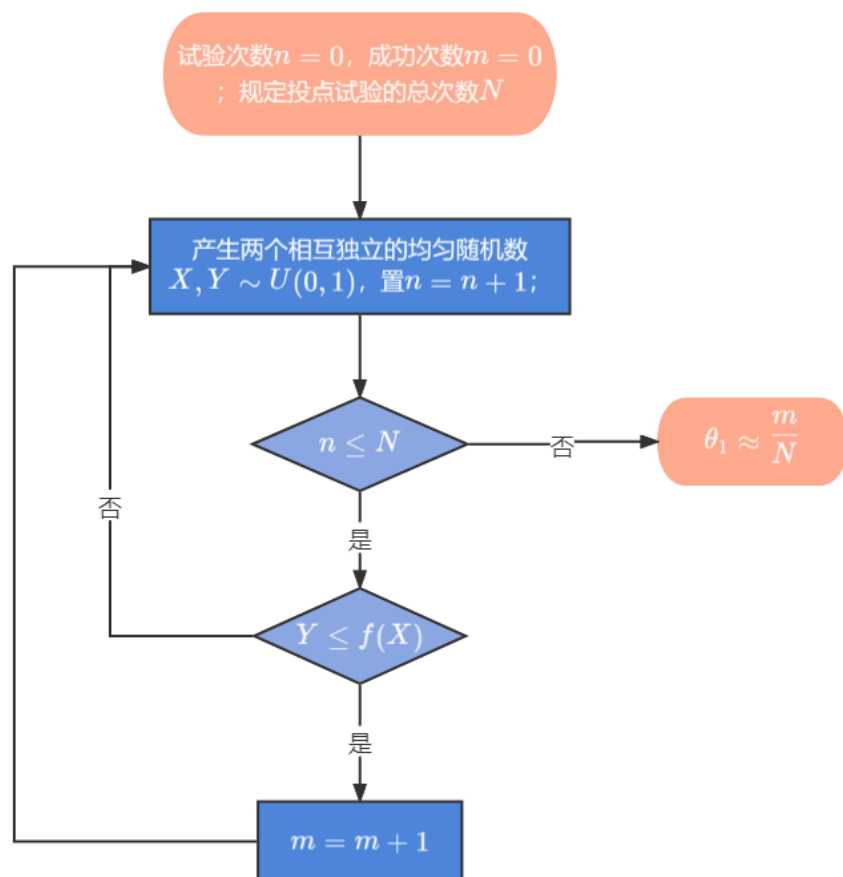
用投点法和样本均值法求积分 $I = \int_1^5 \frac{\sin(2x)}{\ln(x+1)} dx$ 的值，给出计算步骤和流程图，并比较二种估计方法的方差大小。

3 代码实现

3.1 投点法

回顾随机投点法的基本步骤

- ① 赋初值: 试验次数 $n = 0$, 成功次数 $m = 0$; 规定投点试验的总次数 N ;
- ② 产生两个相互独立的均匀随机数 $X, Y \sim U(0, 1)$, 置 $n = n + 1$;
- ③ 判断 $n \leq N$ 是否成立, 若成立转④; 否则停止试验, 转⑤;
- ④ 判断条件 $Y \leq f(X)$ 是否成立, 若成立置 $m = m + 1$, 转②; 否则直接转⑤;
- ⑤ 计算 $\frac{m}{N}$, 则 $\theta_1 \approx \frac{m}{N}$ 。



设 $f(x) = \frac{\sin(2x)}{\ln(x+1)}$, 显然在 $x \in [1, 5]$ 上 $\left| \frac{\sin(2x)}{\ln(x+1)} \right| \leq \frac{1}{\ln 2} < 2$ 有界。

令 $x = 4u + 1$, 则

$$I = \int_1^5 f(x)dx = \int_0^1 4f(4u+1)du = 16 \int_0^1 \left(\frac{\frac{4 \sin(8u+2)}{\ln(4u+2)} + 2}{4} \right) du - 8, \text{ 此时 } I \text{ 化为 } [0, 1] \text{ 上}$$

被积函数值在 $[0, 1]$ 之间的积分。令 $g(u) = \frac{1}{4} \left(\frac{4 \sin(8u+2)}{\ln(4u+2)} + 2 \right)$ 。

在SAS中输入以下代码：

```

1 data test11;
2 do k = 1 to 1000; /*投点试验的总次数N*/
3     m = 0; /*成功次数m*/
4     do n = 1 to 1000; /*试验次数n*/
5         /*产生两个相互独立的均匀随机数*/
6         a = ranuni(32789);
7         b = ranuni(32789);
8         /*判断条件b <= f(a)是否成立*/
9         if b <= (4 * sin(8 * a + 2) / log(4 * a + 2) + 2) / 4
10            then m = m + 1; /*条件成立则成功次数+1*/
11     end;
12     I = m / 1000 * 16 - 8;
13     output;
14 end;
15 run;
16
17 proc means data = test11 Mean Var;
18     var I;
19 run;

```

提交后可以得到：

MEANS PROCEDURE	
分析变量: I	
均值	方差
0.4978560	0.0610839

即 $I = \int_1^5 \frac{\sin(2x)}{\ln(x+1)} dx \approx 0.4978560$.

3.2 样本均值法

回顾平均值估计法的计算步骤：

- ① 产生 $[0, 1]$ 区间的均匀随机数 r_1, r_2, \dots, r_N ;
- ② 计算 $f(r_i)$ ($i = 1, 2, \dots, N$);
- ③ 令 $\theta_2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(r_i)$, 则 θ_2 为积分值 I 的近似解。

在SAS中输入以下代码：

```
1 data test12;
2 Do k = 1 to 1000; /*总次数N*/
3     sum = 0;
4     n = 1000; /*均匀随机数个数n*/
5     Do i = 1 to n;
6         a = ranuni(32789);
7         sum = sum + (4 * sin(8 * a + 2) / log(4 * a + 2) + 2) / 4;
8     end;
9     I = sum / n * 16 - 8;
10    output;
11 end;
12 run;
13
14 proc means data = test12 Mean Var;
15     var I;
16 run;
```

提交后可以得到：

MEANS PROCEDURE		
分析变量: i		
	均值	方差
	0.4763910	0.0727380

$$\text{即 } I = \int_1^5 \frac{\sin(2x)}{\ln(x+1)} dx \approx 0.4763910.$$

