

# 苏州大学 抽象代数 课程(期末)试卷(B) 共4页

(考试形式 闭卷 2006年7月)

院系\_\_\_\_\_年级\_\_\_\_\_专业\_\_\_\_\_

学号\_\_\_\_\_姓名\_\_\_\_\_成绩\_\_\_\_\_

一. 1. 判断题(对的打√, 错的打×)(20分).

1. 域是整环. ( )
2. 若 $A$ 为无限环 $R$ 的理想, 则 $R/A$ 也是无限环. ( )
3. 环 $R$ 的任意一个理想都是 $R$ 的子环. ( )
4. 每一个含有单位元的无零因子环至少包含在一个商域中. ( )
5. 唯一分解环的子环必为唯一分解环. ( )
6. 欧氏环是主理想整环, 唯一分解环也是主理想整环. ( )
7. 主理想整环上的一元多项式环必为主理想整环. ( )
8. 复数域 $C$ 是有理数域 $Q$ 的扩域. ( )
9. 整除关系是一个等价关系. ( )
10. 本原多项式必为不可约多项式. ( )

二. 设 $I$ 为可换环 $R$ 的理想,  $M = \{r \in R | \exists n \in N \text{ 使 } rn \in I\}$ , 则 $M$ 为 $R$ 的理想.  
(10分)

三. 若 $R$ 是一个不含零因子的环, 则 $R$ 的每个非零元对于加法而言有相同的阶。  
(10 分)。

四. 设 $Z$ 为整数环,  $p \in Z$ , 则 $(p)$  为 $Z$  的极大理想当且仅当 $p$  为素数. (15分)

五. 设 $R$ 为含有单位元的整环,  $a, b \in R$ . 证明 $a \sim b \iff (a) = (b)$ . (15分)

六. 设 $R$ 为主理想整环,  $a, b, d \in R$ . 则 $(a, b) = (d) \iff d$ 为 $a, b$ 的公因子且存在 $s, t \in R$  使 $d = as + bt$ . (20分)

七. 证明: 整数环 $\mathbb{Z}$ 是主理想环.(10分)