

苏州大学《数值分析》期末试卷

以下四个题目，任选两题完成并以课程报告形式提交

1. 报告以PDF文件形式提交，文件学校需要留底，文件名为学号加姓名，如 19074020110张三.pdf
提交截止时间：2022年6月24日中午12:00；所有迟交、未交按照期末考试未提交试卷计，不提供补交机会！另外上传前确保文件能够正常打开（为保险起见，可以提交一张报告首页的照片），万一遇到老师无法打开的情况，会直接和同学联系！
2. 重要提醒：若两份报告雷同，则两份均判零分！

1. 完成规则区域上的二重积分 $\iint_D f(x,y)dx dy$ 的复合梯形公式的理论探讨以及数值试验，其中积分区域为单位方形和单位圆

- (1) $(x,y) \in D := [0,1] \times [0,1]$
- (2) $(x,y) \in D := \{(x,y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$

数值试验部分可自由选择被积函数（建议选择有精确解的例子，方便计算误差）

2. 给定二元函数

$$f(x,y) = e^{x+\frac{y}{2}} \sin(\pi x) \sin(\pi y), \quad (x,y) \in [-1,1] \times [-1,1]$$

构造数值方法计算 $f(x,y)$ 在上述区域的最大值和最小值；要求

- (1) 推导数值方法（可选择Newton法，也可选择其它方法）
- (2) 编写程序，画出二元函数曲面的俯视图并在图上标出计算出的极小值或极大值坐标(提示：曲面画图函数 surf, pcolor, contourf)

3. 考虑常微分方程组

$$\begin{cases} x' = 10y - 10x \\ y' = 28x - y - xz, \quad t > 0 \\ z' = xy - \frac{8}{3}z \end{cases}$$

其中 $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ 是关于 t 的一元函数. 给定初值 $[x(0), y(0), z(0)] = [1, 4, 7]$, 计算 $t \in [0, 100]$ 时该问题的数值解. 要求

- (1) 推导数值格式并给出局部截断误差估计式（可任选单步法或多步法、显格式或隐格式）
- (2) 编写程序并画出数值解图像(提示：空间曲线画图函数 plot3)
- (3) 测试不同时间步长得到的数值解图像，并对结果给出分析

4. 构造一阶常微分方程(ODE)初值问题的变步长（逐次对分）四阶Runge-Kutta方法，要求：

- (1) 给出方法的详细叙述及分析过程
- (2) 求出如下ODE问题的解析解

$$(a) \begin{cases} y' = y^2 \cos(x), & 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} y' = -\frac{x}{y}, & 0 < x < 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- (3) 编写你的变步长方法的MATLAB程序。运行程序给出上面两问题的数值解，对相关结果给出分析。