

一. (20 分) 在一个画面上建立四个坐标系. 在每个坐标系下分别作出  $4 - \sin^2 x$ ,  $e^3 x - 5x$ ,  $x\sqrt{1+x^2}$ ,  $\ln(x^3 - 2x) + \cos x$  的图形. 并添加 x,y 轴和每个图形的小标题(只要写出 Matlab 程序).

二. (20 分) 确定下列求积公式中的待定参数, 使其具有尽可能高的代数精度, 并指出该求积公式的代数精度的次数

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx A_{-1}f(-1) + A_0f(0) + A_1f(1)$$

三. (20 分) 对于线性方程组

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = -1 \end{cases}$$

若用下述迭代格式

$$\begin{cases} x_1^{(k+1)} = (1 + 3\alpha)x_1^{(k)} + 2\alpha x_2^{(k)} - 3\alpha \\ x_2^{(k+1)} = \alpha x_1^{(k)} + (1 + 2\alpha)x_2^{(k)} + \alpha \end{cases}$$

其中  $\alpha$  为实数, 试分析  $\alpha$  的取值范围使得迭代格式对任意的初值均收敛.

四. (20 分) 试分析非线性方程  $x^3 - 2x - 5 = 0$  在  $(2, +\infty)$  内根的个数, 判断下列迭代格式是否收敛, 如果收敛, 请分析其收敛阶.

(1) 迭代公式

$$x_{k+1} = \sqrt[3]{2x_k + 5}$$

(2) 迭代公式

$$x_{k+1} = \frac{x_k^3 - 5}{2}$$

(3) 迭代公式

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^3 - 2x_k - 5}{3x_k^2 - 2}$$

五. (20 分) 一只小船渡过宽度为  $d$  的河流, 目标是起点 A 正对着的另一岸 B 点, 已知河流流速  $v_1$  与船在静水中的速度  $v_2$  之比为  $k$ .

要求:

(1) 建立描述小船航线的数学模型;

(2) 设  $d = 100\text{m}$ ,  $v_1 = 1\text{m/s}$ ,  $v_2 = 2\text{m/s}$ , 用数值解法编写 Matlab 程序求解任意时刻小船的位置及航线曲线.