苏州大学 抽象代数 课程期末(A卷)试卷　共6页

(考试形式　闭卷　　2008年7月)

院系______________年级______________专业______________

学号______________姓名______________成绩______________

一.在括号中填写正确答案。（20分）

1.　（1）令$\alpha=(2143)(56)$ 为两个循环置换的积，则$\alpha^{-1}=$ 　　　　　.

2.　（2）令$G=\lt a\gt$ 的阶为n, 若r 与n 互素，$\lt a^r\gt$ 的阶是 　　　　　.

3.　（3）剩余类环Z_8 中的可逆元为 　　　　　.

4.　（4）设Q 是有理数域，$Q(i,\sqrt[3]{2})$是Q 的 　　　次扩域，这里$i=\sqrt{-1}$.

5.　（5）设α 是域F 上的代数元，它的极小多项式为$x^n+a_{n-1}x^{n-2}+\cdots+a_1$，则$\alpha^{-1}=$ 　　　　　.

二. 回答下列问题。（20分）

1.　$Z_2\bigoplus Z_2$ 是否同构于Z_4 （这里，Z_2 、Z_4 只考虑作加群），简单说明理由.

2. 设a 是群G 中唯一的一个幂等元（即$a^2 = a$），a 是否在G 的中心里（即a 与G 的所有元素都交换），为什么?

3. 整环中的素元素是否一定为既约元，既约元是否一定为素元素？简单说明理由或举出一个反例。

4. 设R 是一个环，假设$(R,+)$ 是一个循环群，R一定是交换环吗？为什么？

5. 一个四元域能否同构于一个八元域的子域？简单说明理由。

三.　设G 是群，H, K 是G 的子群。证明：HK 是G 的子群$\Longleftrightarrow HK = KH$。（12分）

四.　若群G 的阶为偶数，则G 中一定会有一个阶为2 的元素（即$a^2 = e$ 的元素）。（12分）

五. 设R 是交换环，I 是R 的理想，令$rad(I) = \{a \in R :$ 存在$n \geq 1$ 使得$a^n \in I\}$，证明：$rad(I)$ 也是R 的一个理想。（12分）

六. 设F 是元素个数为p^n 的有限域，证明F 中每个元素都有唯一的p 次根。（12分）

七.令$f: M \longrightarrow N$ 是一个R -模同态，f 满足$f^2 = f$ （f 称为幂等元）。证明：

(1) $1 - f$也是幂等元；（6分）

(2) $M = kerf \oplus Imf$ 。（6分）