

## 金融工程案例分析期中考试试卷 (B 卷)

命题教师签名: 李博晗

2023-2024 学年第一学期

姓名:

专业:

年级:

学号:

### 题目分值

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分值	5	5	5	5	5	5	10	10	10	10	15	15

### 题目

1. 银行向金融机构购买了剩余期限为  $T$  的欧式期权, 在不考虑银行违约的情况下, 假设这个欧式期权在现在的无违约价值是  $f_{nd}$ , 金融机构发行的  $T$  年期债券收益率为  $r$ , 同时发行的  $T$  年期无风险债券收益率是  $r_{nd}$ , 那么在考虑信用风险后, 该欧式期权的价值是多少?
2. 考虑 CDS 指数合约中, CDS 的购买方不是支付 CDS 指数溢差而是支付一笔固定券息, 假设名义本金是  $N$ , 久期为  $D$ , CDS 指数溢差为  $s$ , 合约规定的固定券息为  $c$ , 那么购买方须支付多少金额购入该合约。
3. 两点 CDS 与标准 CDS 之间有什么区别? 为什么已知两点 CDS 与标准 CDS 的溢差时, 可以同时估计回收率和违约概率?

4. 当我们增加观察资产价格以计算最小值的频率时, 浮动回顾看涨期权的价值会增加还是减少?

5. 假设利率  $x$  遵循以下过程:  $dx = a(x_0 - x)dt + c\sqrt{x}dz$  其中  $a$ ,  $x_0$  和  $c$  是正常数。进一步假设利率  $x$  的市场风险价格为  $\lambda$ 。在传统风险中性世界中, 利率  $x$  的过程如何?

6. 请写出方差 gamma 模型下资产价格在风险中性世界中满足的随机过程, 即  $T$  时刻, 资产价格  $S_T$  等于什么? 在给定时间变换 gamma 过程  $\gamma(T, 1, v)$  的条件下,  $\ln(S_T)$  的期望和方差是什么?

7. 为什么亚式期权较容易做动态对冲, 而障碍期权却很难做动态对冲? 为此, 我们可以采用静态对冲, 请简述静态对冲的思想和步骤。

8. 如果可转换债券违约时的回收率为 0, 证明该可转换债券的价值与假设下面两个条件成立时的可转换债券价值相同 (a) 预期收益率和贴现率均为  $r + \lambda$ , (b) 违约风险为 0。

9. 假设: 一个无风险的 5 年期债券的收益率为 7%。公司 X 发行的 5 年期公司债券的收益率为 9.5%。提供对抗公司 X 违约的 5 年期 CDS 每年费用为 150 个基点。在这种情况下存在套利机会吗? 如果信用违约点差为 300 个基点而不是 150 个基点, 会有什么套利机会?

10. 假设无风险利率为  $r$ , 两个标的资产相同的衍生产品  $f$  与  $g$  的价格过程在现实世界中分别满足:

$$df/f = \mu_f dt + \sigma_f dz,$$

$$dg/g = \mu_g dt + \sigma_g dz.$$

(a) 在现实世界中  $f$  与  $g$  的风险的市场价格分别是什么? 它们之间有什么关系? 请证明之。

(b) 在传统的风险中性世界中  $f$  与  $g$  的价格过程是什么样的? 为什么?

(c) 在以  $g$  为计价单位的世界里,  $f$  与  $g$  的风险的市场价格分别是什么? 请证明之。

(d) 当计价单位从资产  $g$  变动到资产  $f$  时, 波动率为  $\sigma_h$  的证券  $h$  的收益率会发生什么变化? 请证明之。

11. 使用三个时间步骤的二叉树模型来对标的资产为某货币的美式浮动回望看涨期权进行定价。假设初始汇率为 1.6, 国内无风险利率为每年 5%, 外国无风险利率为每年 8%, 汇率波动率为 15%, 到期时间为 18 个月。

12. 考虑默顿的跳跃-扩散模型, 其中跳跃总是将资产价格降至零。假设每年的平均跳跃次数为  $\lambda$ 。请证明, 欧式看涨期权的价格与没有跳跃欧式看涨期权价格具有相同形式, 只是无风险利率从  $r$  变成了  $r + \lambda$ 。在这种情况下, 跳跃的可能性是增加还是减少看涨期权的价值? (提示: 分两种情况考虑: 不发生跳跃和发生一个或多个跳跃的情况, 分别计算期权价值。在时间  $T$  内没有跳跃的概率为  $e^{-\lambda T}$ )。