苏州大学 抽象代数 课程试卷(B)　共4页

(考试形式　闭卷　　2007年7月)

院系______________年级______________专业______________

学号______________姓名______________成绩______________

一.　证明：$H = \{(1);(123);(132)\}$是S_3的正规子群，并且$S_3/H = S_2$. (15分)

二.　证明：循环群的每个子群都是循环群. (15分)

三. 设R 是含有单位元1 的环。M 是R 上的一个2 阶方阵构成的集合, 即：

$$M = \{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} | a_{ij} \in R, i, j = 1, 2\}$$

证明: M关于如下定义的加法和纯量乘法

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} \end{pmatrix}$$

$$r\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ra_{11} & ra_{12} \\ ra_{21} & ra_{22} \end{pmatrix} \quad \forall\ r \in R$$

构成一个自由R-模, 并找出一组基. (15分)

四．设G 是一个群，n 是一个正整数，设G 有一个且仅有一个阶为n 的子群，证明：这个子群是G 的正规子群。

五．证明：主理想整环的每个非零素理想都是极大理想. (15分)

六. 设F 是域，$p(x)$ 是$F[x]$中的一个不可约多项式证明: 存在F 的扩域K
及$\alpha \in K$ 使得$p(x)$. (15分)

七. 设F 是域，$n > 0$ 为整数，$F^{n\times n}$ 是F 上的所有n 阶方阵构成的集合。证明：

(1) 关于矩阵的加法和乘法，$F^{n\times n}$ 构成一个环。

(2) $F^{n\times n}$ 的每个最小的左理想都是主理想.

(10分)