苏州大学 抽象代数 课程试卷(A)答案　共2页

(考试形式　闭卷　　2007年7月)

院系______________年级______________专业______________

学号______________姓名______________成绩______________

一．解:子群：$\{(1)\},\{(1),(12)\},\{(1),(13)\},\{(1),(23)\}\{(1),(123),(132)\}$.
正规子群：$\{(1)\},\{(1),(123),(132)\}$.

二．

证明: 因为$\left|a^{(r,n)}\right| = n/(r,n)$, 只要证明$\left|a^{(r,n)}\right| = |a^r|$，设$|a^r| = k$, 则$n|kr$, 从而$n|k(r,n)$, 所以$\left|a^{(r,n)}\right| \le |a^r|$, 而反过来很显然, 从而原命题得证.

三．　可验证：

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

为M 的一组基。

四．　证明:由题意:商群G/H的阶为n,所以对于$\forall a \in G$均有$(aH)^n = a^n H = H$,从而$a^n \in H$.

五．　证明: 因为$[K:F]$ 是有限的, 从而可知$[K:L],[L:F]$ 是有限的,下设$[K:L]=n,[L:F]=m$, 设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 是K 在L 上的一组基, $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 是L 在F 上的一组基, 可证$\alpha_1\beta_1,\alpha_1\beta_2,\cdots,\alpha_{n-1}\beta_n,\alpha_n\beta_m$ 是K 在F 上的一组基. 从而可知$[K:F]=[K:L][L:F]$.

六．　证明: 根据理想的定义及R 是交换环即可证得.

七. (1)根据环的定义直接验证.
(2)设N 是$F^{n\times n}$ 的非零理想, 即存在$A\in N$且$A\neq 0$, 则可在A 的左边乘以可逆矩阵: 将A 化为E_{11} 或$E_{22},E_{33},\cdots E_{nn}$的形式, (即只有(i,i)位置为1, 其它元素均为零的矩阵), 从而A 是主理想.