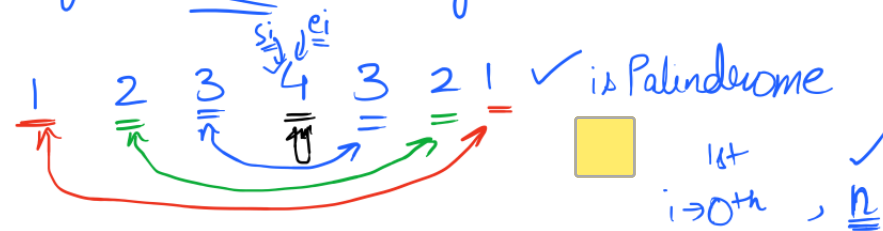


① Check whether array is Palindrome using recursion.

$$\underline{e_i} = n-1-i \quad \leftarrow s_i$$



Last Index
 $n-1-i$
 $n-1-0$
 $= n-1$

1 2 3 4 3 2 1
 $\underline{s_i}$ \uparrow $\underline{e_i}$

2nd $i \rightarrow 1, n, n-1-i$
 $n-1-1 = n-2$

3rd $i \rightarrow 2, n, n-1-i$
 $n-3$

Recursion

BP: Check for all indexes ($0 \rightarrow n-1$)

SP: ($1 \rightarrow n-2$) ✓

SW: ($0, n-1$) \rightarrow compare these indexes ✓

BC: $s_i > e_i$

is Palindromic (arr, 0, n-1)

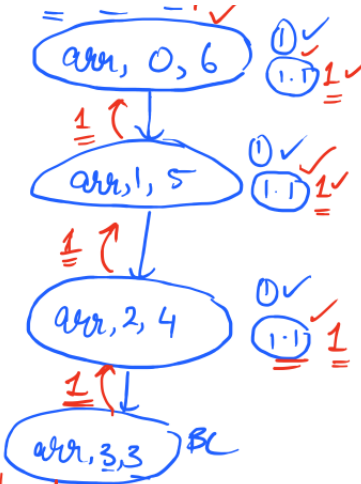
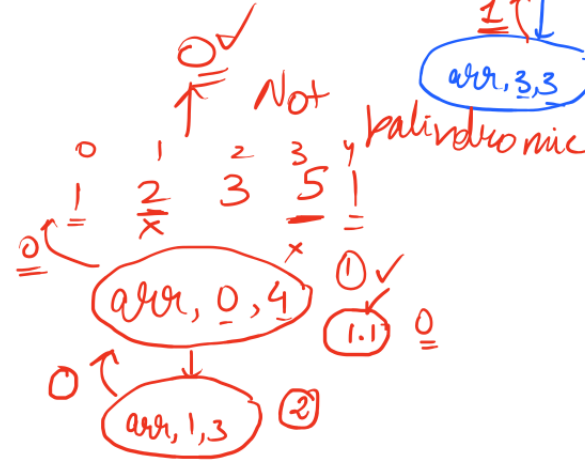
0 1 2 3 4 5 6 \uparrow

```

public static int isPalindromic(int[] arr, int si, int ei) {
    // BC
    if(si > ei) {
        return 1;
    }
    // SW
    if(arr[si] == arr[ei]) {
        // They are valid
        // SP
        int SP = isPalindromic(arr, si+1, ei-1);
        return SP;
    } else {
        return 0;
    }
}

```

1 2 2 1
↑ ei ↑ si



2) First Index

9 5 8 4 6 1 2 9

```

for (i = 0; i < n; i++) {
    if (arr[i] == 9) return i;
}
return -1;

```

5 8 4 1 2

BP: find first index of T

SP: find first index of T
from $i+1 \rightarrow n-1$

SW: check for i th index

BC: Invalid index -1

```
int firstIndex(int A[], int T, int startIndex)
{
    //BC
    if(startIndex == A.length){
        return -1;
    }

    //SW
    if(A[startIndex] == T) { ①
        return startIndex;
    }

    //SP
    int SP = firstIndex(A, T, startIndex+1); ②
    return SP;
}
```

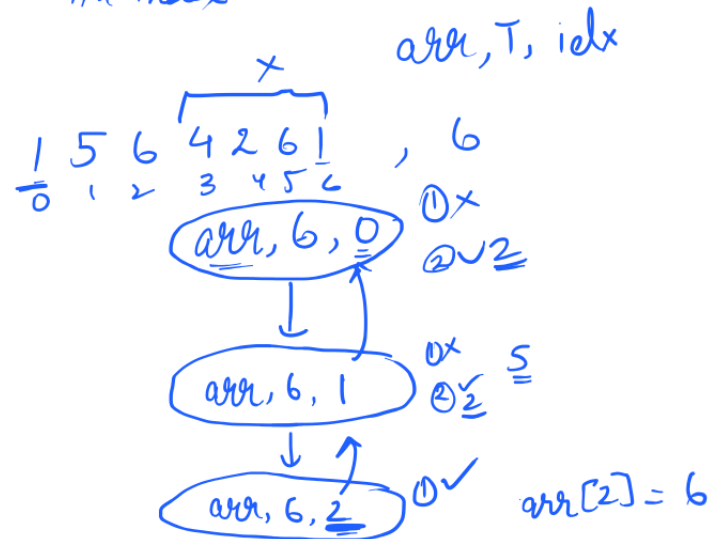
② Last Index $\Rightarrow ??$

BP: $n-1$ to 0 ✓
 2 to 0

$n-1$
 $n-2$
 $n-3$

\uparrow SP

$i \rightarrow n-1$
 \hookrightarrow start from
 i th index



arr, 6, 6

↓

arr, 6, 5

\times $\underline{1} \neq 6$

arr[5] = 6 == T ✓

① SP n ~ ~
 SW A[n-1] ??
 BC: Invalid Index
 ↳ idx < 0

4
3
2
1
0
-1 X

1 5 6 4 2 6 1
 1 2 3 4 5 6

②

0 1 2 3 4 5 6 7 8
 1 5 6 4 2 1 6 5 5
 SP = 6
6

BP: $i \rightarrow n-1$
 SP: $i+1 \rightarrow n-1$
SW: check for
 current
 index

2
 ↳ 2 ?
 ↳ 6 ?

✓ Answer of SW
 is dependent
 on the answer
 of SP

I am
 the left index
 1 5 6 4 2 1 6 5 5
 SP = -1
 SP does not
 have 6

0 1 2 3 4 5
 1, 6, 3, 6 5, 2
 SP
 arr, 6, 0
 SP = 3
 A[0] ≠ 6

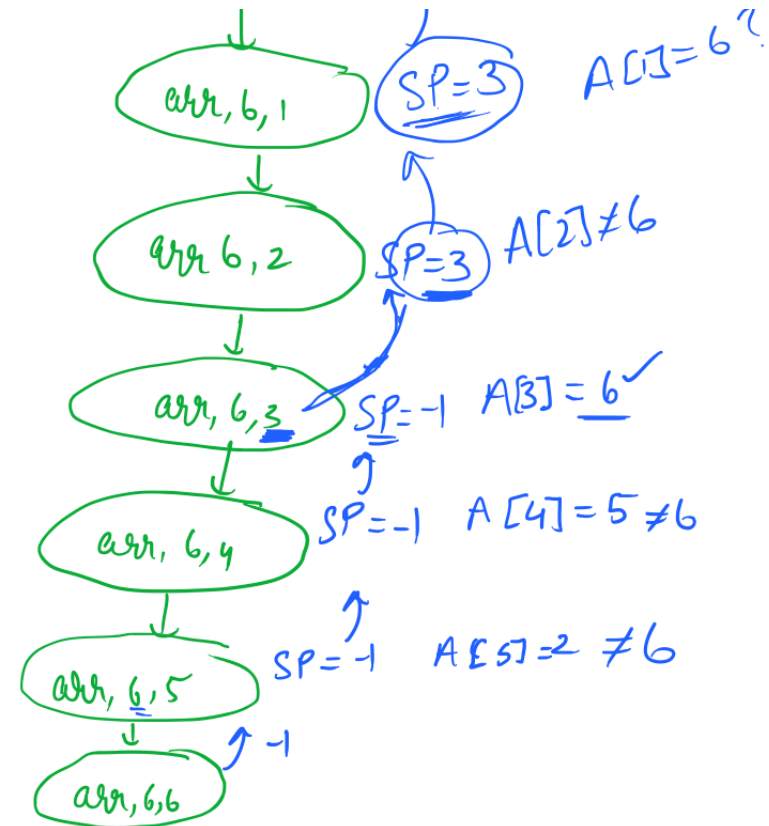
```
int lastIndex(int A[], int T, int startIndex)
{
  if (startIndex == A.length) {
```

```

    return -1;
}
//SP
int SP = lastIndex(A,T,startIndex+1);

// SW
if(A[startIndex]==T){
    // This can be a valid idx
    if(SP==-1){
        // current index is the last index
        return startIndex;
    }else{
        // there is a different last index
        return SP;
    }
}else{
    // This is not a valid idx
    return SP;
}
}

```



Find indices

6 2
 1 2 3 2 3 5
 0 1 2 3 4 5

```

✓ for (int i=0; i<n; i++) {
  ✓ if (arr[i] == x) lasto(i);
}

```

Recursion

1) Solve (arr, si, x)

BP: Print all indexes of x
from si to n-1

SP: Print all indexes of x
from si+1 to n-1

SW: To check and print
the current index

BC: Invalid Index

0 1 2 3 4 5 ↓ 2
1 2 3 2 3 2
SP

SP: 1 3

2) findX (arr, n, x)

BP: Print for n numbers

SP: Print for n-1 numbers

SW: To check and print
for (n-1)th index

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12
1 1 2 3 5 8 13 21 34 55 89 144
1 2 3 4
1 2 3 4

... x n (n-3) ...

n^{th} : $3 \times n$ 11 21 32 53 85 138 223 361 584 945 1529 2474 4003 6477 10480 16957 27437 44394 71831 116225 188056 304281 492337 796618 1288955 2085573 3374528 5460101 8834629 14294730 23129359 37424089 60553448 97977537 158531626 256509063 415040689 671549752 1086590441 1758140193 2844730634 4602870827 7447601520 12050472347 19498073867 31548546214 51046619061 82595165275 133641784336 216236949611 350078733947 566315728558 916394462505 1482710191063 2400104653568 3882814844631 6282919498199 10165734342830 16448653841029 26614388183859 43063042024888 70677430208947 113740472233835 184417514258723 308157986492558 492575498751281 790732985243839 1282888483995120 2073620469238959 3356508953234079 5430129422473038 8786638375712117 14216767808185155 23002902183897193 37219669992612308 60222572176509499 97442242169391807 157664814345901296 255107056515293103 412769270861195401 667876327377196594 1080545598242491995 1748421925619688589 2828967523862180584 4577389449481872173 7406351375301552762 11984320824783434935 19390672200085307697 31375013024868742632 50765685224854050329 82140698249743793021 132906383474602843360 215047081724346893689 347953470201950637010 562999551926297530699 910952622128248467709 1473952174054546008408 2384904796182843546117 3858856970237091575826 6243759166420637584235 10102616136703529160061 16346375302924166744296 26448991439627695904367 42795366742551862648663 69243368182179458553030 112038734924731324461693 181282103066883183014756 293320837991614507477849 474602941058497690531605 767923779050111207546354 1242246720108608898078193 2010170499158720105619797 3252417219266828993695990 5262587718425549101215783 8515004937682370194913973 13777592656108919300109756 22292597593790289494025729 36070190250399208794135702 58362787844189588988245431 94432978035588808282355133 152795765880788397276490564 247228743916378006058845695 400024509797166393335336259 647253253713544399494181854 1047277763510712792829518113 1694530917224257192323699967 2741808680734970085153218180 4436339597959227277476918147 7178148278694197362630136337 11614487876653424650107054484 18792636155342622017737192631 30407124032006046667844247115 49199760187349668684581439746 79607384219452690702325686861 128807144406802359387117126607 208414528626255050089442813468 337221672845657419476559940129 545638801471912479565977053597 882860374317569899042536997016 1428499175789482378608514050613 2311359549107052278174491048130 3739858724896534657782905101743 6051218274003586935957396149873 9791077000900121613740301251616 15842295274903708549707697391489 25633372275803830483648008643105 41475667549707539033355706034594 67109049825611347583063714426083 108584717375319186616419420460677 175693767200930534199483134886760 284278484576249720815892555347437 459972251777179855015375689234207 744670019053429575831268824020967 1204642270830609390846644513255174 1949312289908789266677920337276141 3153954560739398657524564850531315 5103266840648187924172485187807456 8257219121387586581707049038338771 13360485962036784505879534225140227 21617705083424371427581019412947684 35000190645461957933460553638287855 56617895728886329361041573051235539 91618086374348287294502126689523394 148235982103234616655543700740809253 239853877831942945949585273792042647 388089860935181162644128974532851940 627943738767124108603714248324894587 1016033600702305271248843222857746527 1643977339469429379852557471182641274 2660010940171734651101380694040387801 4303988279641164020953938165223029075 7064009219812898692055318859263416876 11367997499454062712956699024486445951 18431986719265951405012017883750062827 30798984218719014117968716908236508778 49230970937984965522980736792016574605 79929955156704079640938753690252643383 129160925094689045163919490482269218008 209130880251393114804858244172521861391 338291805346082160068777734662781079399 547422685597475274973636978835302940790 885714490943557384842414713508084020189 1433137176541032659816051692343386961579 2318859867484607944658688665851491002368 3752997044025640629474740358359575023557 6071856911510248574133429024211066025925 9824853955535889203608169382570641049482 15906710867046137777741598406781707075407 25731564822581926981350767789352353124584 41638275689628064759092366195934060200071 67369840512209991740443133885286313324655 109008116191838056499535500081220373525226 176377966704048048240078633966506686850881 285386082895886104739614134047727060376107 461764049599934153239692768014233747227088 747150132304968251479311402061960807583195 1214314181904902354718923170076193867960283 196146431420987050619823467213815461554347 317577849611477286091715784220434848350374 513724281032464336711539251434250310004721 831301122643941622803254935654685158355095 1344025403676405959514794187088935468359816 2175326526319347582316334438523615626614811 3519351929995753541831128625612551094974827 5694678456315101124147463064136166721589638 9214030386210794665978591689748717816564465 14828708842525895788125754753884884538154103 23942739228737000454003346443023602354743568 38771448071262896242128941196908486892897671 62714187299999896696132287640932089247641239 101485635571262892938260228837830576140538910 164200822860262789634492516478762665388180149 265686458431525682572752745316593241528719059 430887281291788472207245261795355906916900198 696573739723574151809997523114149148445620297 1127460920945362624017242784809505055362521294 1824034660668936775827240307923654203808141591 2951495581614309399844483092733159259170662885 4775530242283246175671723390656813462978804476 7727025823902155575516206483390626925149467361 12502556066185401751187929874047440387128271737 20229581890087557926704136257438066312277739104 32732137956272959677892066131485506699406010841 52961719846360517604596202388923573011683749945 85693857802633477532488268520409079701090760786 138655577649001995137084470908332652712774510731 224349435451635472669572739428741732413865271517 362905013100637467806657200337074385126639782248 587254448552272940476229939765816117540505053765 949159461652910408282887140102890502667144836013 1536413900205183348759117079868706620207650890778 2485573361858193757041234219971597122874795726851 4021987262063377105799351299840303743082446617629 6507560623921570862840585519811800865957242344480 10529548285984947968639936819652104609039689062109 17059096909906518831480522339463905474996931406588 27588645015891466799920459159116010084036620468697 45147741925798485631400981518580915158073551875285 72736386941690004421321470677696925242110172343882 117884128867480490052721452296287840400183724219169 190620515809170494474042904973984765642293896563051 308504644676650984526764357270272606042477620782220 499125160485821478998807262244257371684771517345271 807630325162472463525571619514529977727249138127492 1306755485648293942524378881759087349312020655472763 2113385811810766406050186061273617327039269793600254 3419141297459060348574564942932704676351290449073015 5532527109269826754624750904206322003390550242673269 8963668306728887093199315808339026679741840484746538 14496195416008713847824066712545348683132390727420077 23459863722737600941023382520884375362874231212166615 37956059138746314788847449233429724046006621939586692 61415922861483915729870831754314100408880853151753307 100371982000230230518718263487628224454887504303340004 161787904861714146248589095241942324863768357455093311 262159886862144376767307358730270549318655861758433312 423947791723858523015896454018212873632414219213526623 686107678585572899783203812748483422951073080971959934 1111255470309431422809090266766696296583487300185486567 1807363148894904322592294079515179719534560381157446501 2918618619204335745391384346281876016118047681342933068 4725981768099239067983678425797055735652608062490379569 7641643536303574813375062772078931751770655743881312638 12367625294392813881358741197876007487423263806371692207 20015268830796388694733803970054939239193919550253004814 32382894125189202576092545167930946726617183356624697021 52398162955985591270826349137985885965811102906877701835 84780057081174793965559698275916832692428286263502403666 137178219036160385236386047413832718658239389170379105501 221958276117335179191945745689749551350667675433881509167 359136555153505564428331893103582269043087064604260614834 581094831270840743620277638793331820393754739038142123999 940231386424346308048609531906914089436841803642402738833 1521326217695187051668887169690245910830596542680545877166 2461557504389533359717506701597160000267438346323091715302 4083883722084720411386393871287405911097934889003637592468 6545431226474253771103890572884565911365373235326729307770 10629314948558974182490284444171971822463308124330367200238 17174746175033227953594175016056537733828681359657096508016 28804061123592202136084459460228509556292089484087463716034 46978807298625429089678634476285047292120770843744950224052 76602768422217631242763093946513556848412852327832413948104 125181575620843060332441728422798604140533623171577364172156 201864144043060691575204822369312160988946446343154728344312 327045619663903751907646550792110765129480069514732092456468 528910763706964443482851373161422926118426515857886810810880 855956383370868195390497923953533691247906585372618903267348 1384867147077832638881349297114956617366333100730507816524736 2240823530448690834271847221068490308614239686103126729792084 3625690677526523473153196518183446925980572786833634545716802 5866514207975214307425043739251937234594812472936761275508884 9492104885501737780578240257335384160575385259770497821225766 15358619093477052088003284096589521395170200512707259096994650 24816718189004789868581524335824842785745405772477758193989306 40175337282481841956584808432414364180915606285185017287983262 64992055471486631825166332768239206966661012057662775481972568 106987392943968473781751141206453571147576618342847792769945134 171979448415455105606917473974692778114237630399510568251917698 280966841359423579388668615181146349261814248742358361021862836 452946289774878685005586089155839127376051879131868922273780532 735912530134302264394274604337085476637866127874227283547561368 1198855060269180949400860693492924604014717957006095205821341934 1934767590403483213795135386830010079032584084880392409642683870 3133622650672664163195996080322934683047301941886487615464025806 5068390241076147376991131467152944762079885926766879025106709676 8202012891748811540187127547475879445127187868653366640670735542 13270403132824958917178259014628824207206303795420245665777445218 21472415924573770457365386562104703652333489664073612326554890734 34742831857398729374543645576733527859539793459493857992332335952 56215247781972500831909032138838231511873283123567470318887226708 91958084639371230206452668715571759371413076583061328317274562416 148