21705-Métodos del Álgebra Lineal

Tema 1: Sistemas de ecuaciones lineales

Juanjo Miñana, Marc Munar, Iván Nuñez & Antonio E Teruel

Departamento de Ciencias Matemáticas e Informática
Edificio Anselm Turmeda
Despachos 121, 120, 136

jj.minana@uib.es
marc.munar@uib.es
ivan.nunez@uib.es
antonioe.teruel@uib.es

Sistemas triangulares superiores e inferiores

- Dado un sistema de ecuaciones lineales, su resolución directa involucra técnicas más avanzadas que se estudiarán a lo largo del curso: Gauss con pivotaje, descomposición matricial, etc.
- Los sistemas triangulares superiores e inferiores sí que aceptan una resolución trivial y directa.
- **En este taller:**
  - Planteamiento de sistemas de ecuaciones en casos prácticos.
  - Implementación del método para resolver sistemas triangulares superiores.
  - Aplicación del método para la resolución de sistemas.

Sistema triangular superior

- Formalmente, un sistema triangular superior de n variables se expresa como el conjunto de n ecuaciones lineales:

$$\left.\begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots + a_{2n}x_n & = & b_2 \\ a_{33}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_3 \\ & \vdots & \\ a_{nn}x_n & = & b_n \end{array}\right\} \qquad (1)$$

Por convenio, tendremos que $a_{ii} \neq 0$, para todo $i = 1, \ldots, n$.

Sistema triangular superior

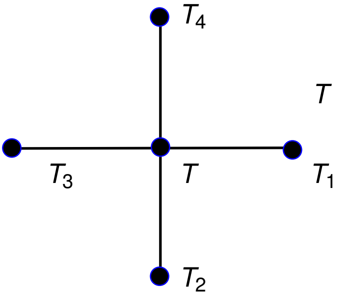
- También podemos expresarlo en forma matricial, más adecuada para el uso computacional:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{23} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}. \tag{2}$$

Naturalmente, también $a_{ii} \neq 0$, para todo $i = 1, \ldots, n$.

Caso práctico: Disipación de calor

Algunos modelos sobre disipación térmica en placas delgadas consisten en discretizar la placa, considerándola como una malla de puntos, y estimar la temperatura en cada uno de los nodos de la malla a partir de la temperatura en los nodos adyacentes. La fiabilidad del modelo está fuertemente relacionada con la discretización de la malla (número de nodos) y el proceso de estimación. Un método sencillo de estimación consiste en asignar a cada nodo la media aritmética de las temperaturas de los nodos adyacentes.

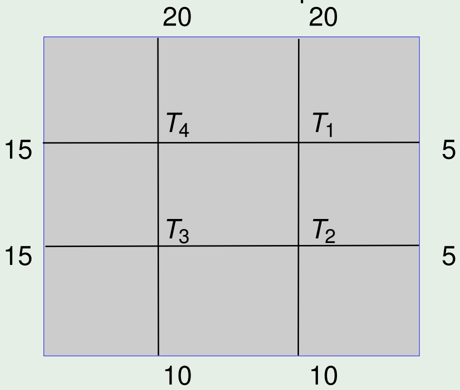


$$T = \frac{T_1+T_2+T_3+T_4}{4}$$

Caso práctico: Disipación de calor

Ejercicios

E1 Plantear el sistema de ecuaciones lineales que determina la temperatura en todos los nodos de la placa



Caso práctico: Disipación de calor

Ejercicios

E2 Aplicar el método `gauss_solver` proporcionado, que triangulariza superiormente un sistema de ecuaciones lineales.

E3 Implementar el método que resuelve un sistema de ecuaciones triangular superior. Aplicarlo al sistema equivalente del apartado anterior.