Abstract

W roku 1990 Miklós Laczkovich rozwiązał problem kwadratury koła Tarskiego – udowodnił on, że koło da się podzielić na skończoną liczbę części, z których można ułożyć kwadrat [3]. Wynik ten został wzmocniony w pracy autorstwa Łukasza Grabowskiego, Andrása Máthé'a i Olega Pikhurko, w której pokazali oni, że części na które dzielone są figury mogą być zbiorami Baira mierzalnymi w sensie Lebesgue'a [1]. Twierdzenia te mogą wydawać się nieintuicyjne i istotnie, na przykład części na które zostało podzielone koło w dowodach były zbiorami niehomeomorficznymi z D^2, a same dowody były niekostruktywne. Co więcej, twierdzenia te nie są prawdziwe, w przypadku gdy ograniczymy się do podziałów koła na zbiory, których brzegi są prostowalnymi krzywymi Jordana, co pokazali Lester Dubins, Morris W. Hirsch i Jack Karush w [2]. Punktem wyjścia pracy jest przypadek powyższego zagadnienia, gdzie brzegi są krzywymi Jordana kawałkami C^∞. Można traktować je jako dobry model dla fizycznie realizowalnych cięć. Użyte argumenty oraz sposób rozumowania są w swojej naturze podobne do tych z [2]. Dalej będzie rozwinięta i omówiona teoria klasyfikacji figur w przestrzeni dwuwymiarowej ze względu na ich równoważność przez cięcia.

Abstract

In the year 1990 Miklós Laczkovich solved Tarski's problem of squaring the circle – he proved, that a circle can be divided into finitely many pieces from which one can compose a square[3]. This result was strengten in the paper written by Łukasz Grabowski, András Máthé and Oleg Pikhurko where they showed that the pieces into which figures are divided can be Bair sets, mesurable in the Lebesgue sense [1]. These theorems can seem unintuitive and indeed, for example, the pieces in which the circle was divided in the proofs were sets that were non-homeomorphic with D^2 and the proofs themselfs was unconstructive . What is more, these theorems are not true in the case, where we restrict ourselfs to divisions of the circle into pieces which boundaries are Jordan curves what was shown by Lester Dubins, Morris W. Hirsch and Jack Karush in [2]. The starting point of the paper is the case of above problem, where boundries are Jordan curves, piecewise C^∞. They can be treated as a good model for physically-realisable cuts. Argumets used and reasoning are simmilar in nature to those in [2]. Next there will be futher developed and discussed the theory of classification of figures in two dimentional space with respect to their equivalence by cutting.

Scissor-congruence in a two dimentional space

References

[1] Łukasz Grabowski, András Máthé, and Oleg Pikhurko. Measurable circle squaring. *Annals of Mathematics*, 185(2):671–710, March 2017.

[2] J. Karush L. Dubins, M.W. Hirsch. Scissor congruence. *Israel J. Math.*, 1:239–247, 1963.

[3] Miklós Laczkovich. Equidecomposability and discrepancy; a solution of tarski's circle-squaring problem. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 404:77–117, 1990.

[4] Michael Spivak. *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry, Vol. 2, 3rd Edition.* Publish or Perish, 3rd edition, 1999.

[5] MathWorld-A Wolfram Web Resource. Weisstein, Eric W. Wallace-bolyai-gerwien theorem. `https://mathworld.wolfram.com/Wallace-Bolyai-GerwienTheorem.html`.