

# Sucesiones

OMMJAL

EMMANUEL BUENROSTRO

9 August 2025

## §1 Introducción y Definiciones

Las sucesiones son listas de objetos (en este caso de números), donde hay un "orden", es decir tenemos un primer termino (o elemento), un segundo termino, un siguiente termino, un anterior termino, etc. Estas pueden ser infinitas.

Ejemplos de sucesiones:

$$\begin{aligned} &1, 2, 3, \dots, n, n+1, \dots \\ &2, 3, 5, \dots, 2017, 2027, \dots \\ &1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots \\ &1, e, \pi, e^\pi, 2, 12 \end{aligned}$$

Las sucesiones con las que nos interesa trabajar son las que pueden ser descritas de cierta forma.

La notación para trabajar con sucesiones es  $\{a_n\}$ , eso significa una sucesión  $a$  donde sus terminos son  $a_1, a_2, \dots$ , por ejemplo:

$$\begin{aligned} a_n &= n \\ a_n &= n\text{-esimo primo} \\ a_n &= \frac{1}{n} \end{aligned}$$

Tambien puede tomarse como que una sucesión  $\{a_n\}$  como  $a_0, a_1, a_2, \dots$

### §1.1 Posibles atributos

- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *aritmética* si  $a_n - a_{n-1}$  es constante para toda  $n$ .
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *geométrica* si  $\frac{a_n}{a_{n-1}}$  es constante para toda  $n$ .
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *periódica* si  $a_{n+m} = a_n$  para toda  $n > C$  para algunos  $m, C$ .
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *acotada superiormente* si existe una constante  $M$  tal que  $a_n < M$  para toda  $n$ .

- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *acotada inferiormente* si existe una constante  $M$  tal que  $a_n > M$  para toda  $n$ .
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *acotada* si esta acotada superiormente e inferiormente.
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *creciente* si  $a_n > a_{n-1}$  para toda  $n$ .
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *decreciente* si  $a_n < a_{n-1}$  para toda  $n$ .
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *no creciente* si  $a_n \leq a_{n-1}$  para toda  $n$ . (Las sucesiones decrecientes son sucesiones no crecientes)
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *no decreciente* si  $a_n \geq a_{n-1}$  para toda  $n$ . (Las sucesiones crecientes son sucesiones no decrecientes)
- Una sucesión  $\{a_n\}$  es *monotona* si es no creciente o no decreciente.

### §1.2 ¿Cómo tienes problemas con esto?

Bueno, usualmente los problemas te dan alguna condición que cumple la sucesión, puede ser que te definan  $a_n$  en terminos de los terminos anteriores, una secuencia cualquiera que cumple una condición, encontrar las sucesiones que cumplen esta condición, etc.

Estos problemas siento que son de dos tipos, hacer cuentitas o algunas idea tipo "combinatorias", refiriendome a que tienes que jugar con las sucesiones, hayar alguna propiedad (por ejemplo alguna de las mencionadas anteriormente), mientras que la de hacer cuentitas refiriendome a cosas como encontrar una formula, calcular un valor, una recursión, etc.