

## Devoir 3

Date de remise : 13 novembre 2018

### Boîte de conserve remplie d'air en chute libre frappée par une balle

Un développeur de jeu vidéo vous demande de concevoir un moteur physique pour simuler la collision entre une balle et une boîte de conserve cylindrique de façon à faire dévier cette dernière de sa trajectoire.

Dans ce jeu, on laisse tomber en chute libre une boîte de conserve (masse  $m_{\text{boîte}} = 75$  g, hauteur  $h_{\text{boîte}} = 15$  cm et rayon  $R_{\text{boîte}} = h_{\text{boîte}}/\sqrt{6} = 6.1237$  cm) à partir d'une plate-forme au temps  $t = 0$  s, l'axe du cylindre de cette boîte étant initialement aligné avec l'axe  $z$ . La vitesse initiale du centre de masse de la boîte  $\vec{v}_{\text{boîte}}(0)$  est nulle. La vitesse angulaire de rotation de la boîte autour de son centre de masse  $\vec{\omega}_{\text{boîte}}(t) = \vec{\omega}_{\text{boîte}}(0)$  demeurera constante au cours des différentes simulations jusqu'à ce qu'une collision entre la balle et la boîte prenne place. La position initiale du centre de masse de la boîte de conserve est  $\vec{r}_{\text{boîte}}(0) = (3, 0, 10)$  m.

La balle (sphère vide de rayon  $R_{\text{balle}} = 3.35$  cm et masse  $m_{\text{balle}} = 58$  g) est lancée par un concurrent à partir du point  $\vec{r}_{\text{balle}} = (0, 0, 2)$  m en direction de la boîte vide au temps  $t_l$  avec une vitesse  $\vec{v}_{\text{balle}}(t_l)$ . On supposera que la balle ne possède aucun mouvement de rotation.

Ici, les seules forces qui agissent sur la balle et la boîte de conserve dont vous devrez tenir compte sont la force gravitationnelle (ici utiliser  $g = 9.8$  m/s) et la force de frottement visqueuse  $\vec{F}_v$  donnée par

$$\begin{aligned}\vec{F}_{v,\text{boîte}}(\vec{v}_{\text{boîte}}) &= -kA_{\text{boîte}}\vec{v}_{\text{boîte}} \\ \vec{F}_{v,\text{balle}}(\vec{v}_{\text{balle}}) &= -kA_{\text{balle}}\vec{v}_{\text{balle}}\end{aligned}$$

On utilisera  $k = 0.1$  kg/(m<sup>2</sup>s),  $A_{\text{balle}} = \pi R_{\text{balle}}^2$  et  $A_{\text{boîte}} = R_{\text{boîte}}^2 + h_{\text{boîte}}^2$ . Le coefficient de restitution lors d'une collision entre la balle et la boîte est  $\epsilon = 0.5$  et le coefficient de frottement entre les deux objets est nul.

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab qui permet de :

- simuler les trajectoires de la balle et de la boîte ;
- détecter les collisions entre la boîte et la balle ;
- déterminer les vitesses du centre de masse de la balle et de la boîte et la vitesse angulaire de la boîte après la collision.

La simulation se terminera :

- au moment de la collision entre la balle et la boîte si une telle collision se produit ; sinon
- au moment où la balle touche le sol.

Vous devrez programmer un script Matlab qui peut être appelé comme suit

```
[Coup tf vbaf vbof wbof rbaf rbof ]=Devoir3(vbal,wboi,tl)
```

où

- Coup=1, si la balle a touché la boîte, et Coup=0 sinon.
- $t_f$  représente le temps  $t_f$  correspondant à la fin de la simulation (temps de collision avec la boîte ou temps où la balle touche le sol).
- vbaf est une matrice contenant  $3 \times 2$  éléments avec
  - vbaf(1:3,1) est la vitesse du centre de masse de la balle  $\vec{v}_{\text{balle}}(t_f^-)$  tout juste avant la collision ou au moment où elle touche le sol;
  - vbaf(1:3,2) est la vitesse du centre de masse de la balle  $\vec{v}_{\text{balle}}(t_f^+)$  tout juste après la collision si elle a eu lieu. Sinon vbaf(1:3,2)=vbaf(1:3,1);
- vbof est une matrice contenant  $3 \times 2$  éléments :
  - vbof(1:3,1) est la vitesse du centre de masse de la boîte  $\vec{v}_{\text{boîte}}(t_f^-)$  tout juste avant la collision ou au moment où la balle touche le sol;
  - vbof(1:3,2) est la vitesse du centre de masse de la boîte  $\vec{v}_{\text{boîte}}(t_f^+)$  tout juste après la collision si elle a eu lieu. Sinon vbof(1:3,2)=vbof(1:3,1);
- wbof est un vecteur contenant la vitesse angulaire de la boîte  $\vec{\omega}_{\text{boîte}}(t_c^+)$  tout juste après la collision si elle a eu lieu. Sinon wbof=wboi.
- rbaf est un vecteur contenant la position du centre de masse de la balle  $\vec{r}_{\text{balle}}(t_f)$  au temps  $t_f$ .
- rbof est un vecteur contenant la position du centre de masse de la boîte  $\vec{r}_{\text{boîte}}(t_f)$  au temps  $t_f$ .
- vbal est un vecteur contenant la vitesse initiale du centre de masse de la balle au temps  $t_l$ .
- wboi est un vecteur contenant la vitesse angulaire initiale de la boîte.
- tl est le temps  $t_l$  où la balle est lancée.

Les vitesses initiales de la balle, les vitesses angulaires initiales de la boîte et les temps du lancer à simuler et à analyser (4 simulations au total) sont donnés au tableau 1. La précision requise pour les résultats des simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions de la collision en  $x$ ,  $y$  et  $z$  de  $\pm 1$  mm (positions du centre de masse de la balle et de la boîte).

Pour ce devoir, vous pouvez supposer que les plaques couvrant les extrémités de la boîte ont des masses négligeables. Le moment d'inertie de la boîte correspond donc au moment d'inertie d'un cylindre vide.

Tableau 1: Vitesses initiales et temps du lancer de la balle pour les quatre tirs à simuler.

Tir	$t_l$ (s)	$v_{bal}$ (m/s)	$w_{boi}$ (rad/s)
1	0.66	[6.85; 0.0; 6.85]	[0; 0; 0]
2	1.1	[28; 0.5; 10]	[0; 0; 0]
3	0.66	[6.85; 0.0; 6.85]	[0; 2.3; 0]
4	1.1	[28; 0.5; 10]	[0; 2.3; 0]

## Instructions pour le rapport et système d'évaluation

Le devoir sera noté sur 15. Cette note sera divisée en deux parties : 10 points seront alloués au rapport et 5 points à la fonction `Devoir3.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (10 points)

1. Mise en page (0,5 point)

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport.

2. Orthographe et syntaxe (0,5 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (0,5 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations (4 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel incluant :

- les équations du mouvement à résoudre ;
- les équations utilisées pour déterminer l'arrêt de la simulation ;
- les équations requises pour évaluer la vitesse (centre de masse et angulaire) des objets après la collision.

Vous devez aussi indiquer et justifier la méthode de résolution des équations du mouvement ainsi que les intervalles de temps  $\Delta t$  choisis pour la résolution.

5. Présentation et analyse des résultats (4 points)

Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les différentes simulations requises. Ceci doit inclure une discussion concernant les vérifications que vous avez effectuées pour vous assurer de la précision de vos simulations.

6. Conclusion (0,5 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (5 points) qui peut être validée en utilisant la fonction `RouleDevoir3.m` fournie sur moodle

1. La fonction `Devoir3.m` est conforme aux instructions du devoir (2 points).
  2. Elle peut être exécutée et produit les résultats requis et qui sont ceux que vous avez présentés dans votre rapport (3 points).
- Remise du devoir
    1. Les copies imprimées des devoirs doivent être rendues au bureau B258.12 au plus tard à 17 heures le 13 novembre 2018.
    2. Les travaux doivent être remis avec la page couverture fournie sur le site moodle du cours. Le numéro du groupe, de l'équipe qui vous est assignée et les noms et matricules des étudiants membres de l'équipe doivent être fournis sur cette page, de façon à faciliter le travail du correcteur.
    3. Les logiciels Matlab et Octave sont les seuls permis lors de la remise des travaux.
    4. Les sources des programmes doivent être transmises par courriel à l'adresse suivante : [guy.marleau@polymtl.ca](mailto:guy.marleau@polymtl.ca).
    5. L'objet du message doit avoir la forme suivante :  
**PHS4700 : Groupe X, équipe Y, devoir 3**  
avec X votre numéro de groupe, Y le numéro d'équipe qui vous sera assigné et Z le numéro du devoir.
    6. Le correcteur examinera aussi vos fichiers sources pour s'assurer que l'information fournie dans le rapport est bien celle obtenue avec vos fichiers. Assurez-vous que ces fichiers sont exécutables sans erreur.