

Devoir 2 : Tir au but au soccer.

Date de remise : 23 octobre 2018

Description du problème

Un joueur de soccer doit tirer un coup de pied de coin de façon à ce que le ballon (rayon $r_{\text{ballon}} = 11$ cm et masse $m_{\text{ballon}} = 0.45$ kg) pénètre directement dans le but. Les dimensions du terrain de football et du but sont présentées à la Figure 1 et l’origine du système de coordonnées $(0, 0, 0)$ est située au coin en bas à gauche à hauteur du sol. La distance entre les deux poteaux de but verticaux est de 7.32 m et le bord inférieur de la barre transversale est à une hauteur $z_t = 2.44$ m. Le jeu se déroule dans un stade couvert sans vent.

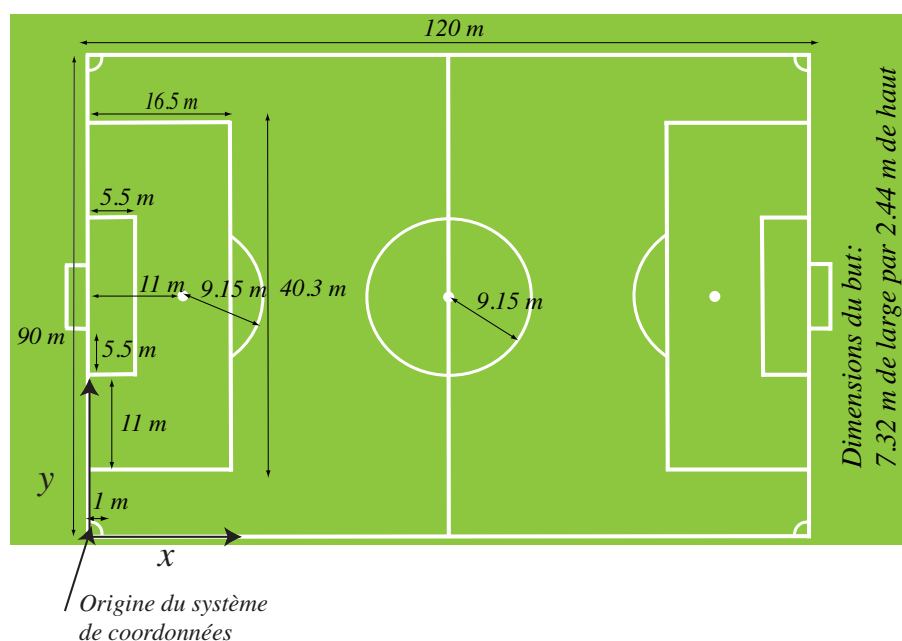


Figure 1: Dimensions du terrain de soccer.

Le but de ce devoir est de simuler et de tracer la trajectoire du ballon de son point de départ jusqu'à ce qu'il rentre dans le but, touche le sol, touche un des montants du but ou sorte du terrain. Il faut aussi déterminer si un «but» a été compté.

Les conditions de simulation pour le ballon en vol sont les suivantes :

- La force de gravitation est représentée par $\vec{F}_g = (0, 0, -m_{\text{ballon}}g))^T$ avec $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.
- Force de frottement visqueux (force de traînée) donnée par

$$\vec{F}^{\text{vis}}(\vec{v}) = -A\rho C^{\text{vis}}(|\vec{v}|)\vec{v} \quad (1)$$

Ici, $A = \pi r_{\text{ballon}}^2$ est l'aire effective du ballon et $\rho = 1.2754 \text{ kg/m}^3$ est la masse volumique de l'air. Le coefficient de traînée visqueuse $C^{\text{vis}}(|\vec{v}|)$ est donné par la relation

$$C^{\text{vis}}(|\vec{v}|) = \begin{cases} 0.235|\vec{v}| & \text{si } \text{Re}(|\vec{v}|) < 100000 \\ 0.235|\vec{v}| - 0.125|\vec{v}| \left(\frac{\text{Re}(|\vec{v}|) - 100000}{35000} \right) & \text{si } 100000 < \text{Re}(|\vec{v}|) < 135000 \\ 0.110|\vec{v}| & \text{sinon} \end{cases}$$

où $\text{Re}(|\vec{v}|)$ est le nombre de Reynolds donné par

$$\text{Re}(|\vec{v}|) = \frac{\rho |\vec{v}| r_{\text{ballon}}}{\mu}$$

avec $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$, la viscosité de l'air.

- Effet Magnus correspondant à la force

$$\vec{F}^M(\vec{v}, \vec{\omega}) = \rho C^M(\vec{v}, \vec{\omega}) A |\vec{v}|^2 \frac{(\vec{\omega} \times \vec{v})}{|(\vec{\omega} \times \vec{v})|} \quad (2)$$

où ρ et A sont définis ci-dessus et $C^M(\vec{v}, \vec{\omega})$, le coefficient de Magnus, est donné par la relation

$$C^M(\vec{v}, \vec{\omega}) = 0.1925 \left(\frac{|\vec{\omega}| r_{\text{ballon}}}{|\vec{v}|} \right)^{1/4}$$

avec $\vec{\omega}$ la vitesse de rotation angulaire du ballon et \vec{v} la vitesse de son centre de masse.

On suppose que les montants de but ont une dimension nulle. La simulation se termine lorsque la première des situations suivantes se produit :

1. Le ballon entre complètement dans le but (position de son centre de masse en $x = 0 \text{ m}$ pour le but de gauche et position de son centre de masse en $x = 120 \text{ m}$ pour le but de droite). Dans ce cas, un but est compté.
2. Le ballon touche le sol (le centre de masse du ballon est à une position $z = r_{\text{ballon}}$). Le coup est aussi un échec.
3. Le ballon touche un des montants (intersection entre les lignes qui correspondent aux montants du but et une sphère correspondant au ballon). Le coup est alors manqué.
4. Le ballon sort complètement du terrain par un de ses côtés (le centre de masse du ballon se retrouve à l'extérieur du terrain). Le coup est un échec.

But du devoir

Le but de ce devoir est de programmer une fonction Matlab qui permet de simuler la trajectoire du ballon et d'utiliser cette fonction pour analyser cinq différents tirs. La fonction `Devoir2` que vous programmerez doit pouvoir être appelée comme suit

```
[But tf rf vf ]=Devoir2(ri,vi,wi)
```

où les données d'entrée sont :

- $\mathbf{ri}=[ri_x;ri_y;ri_z]$ est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur représentant la position initiale du centre de masse du ballon $\vec{r}(t_i)$ en m.
- $\mathbf{vi}=[vi_x;vi_y;vi_z]$ est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur contenant la vitesse initiale du centre de masse du ballon $\vec{v}(t_i)$ en m/s.
- $\mathbf{wi}=[w_x;w_y;w_z]$ est un vecteur contenant les trois composantes du vecteur de la vitesse angulaire du ballon autour de son centre de masse $\vec{\omega}(t_i)$ (en rad/s) qui sera supposée constante au cours de la simulation.

Les résultats produits par cette fonction sont :

- `But` est un entier qui représente la condition qui a mis fin à la simulation et qui vaut
 - 1 si le but est compté ;
 - 0 si le ballon touche le sol en premier ;
 - 1 si le ballon touche les montants du but en premier ;
 - 2 si le ballon sort complètement du terrain par un de ses côtés en premier.
- `tf` est le temps t_f en secondes correspondant à la fin de la simulation ;
- $\mathbf{rf}=[rf_x;rf_y;rf_z]$ est un vecteur contenant les trois composantes (en m) de la position du centre de masse du ballon $\vec{r}(t_f)$ lorsque la simulation se termine ;
- $\mathbf{vf}=[vf_x;vf_y;vf_z]$ est un vecteur contenant les trois composantes de la vitesse (en m/s) du centre de masse du ballon $\vec{v}(t_f)$ lorsque la simulation se termine.

Les conditions initiales du ballon pour les cinq tirs à simuler et à analyser sont données au tableau 1. La précision requise pour les simulations correspond à des erreurs maximales sur les positions du ballon en x , y et z de ± 1 mm.

La présentation et l'analyse des résultats obtenus doivent inclure au minimum des tableaux donnant pour chacune des simulations, le résultat de la simulation (`But`), le temps à l'arrêt t_f ainsi que $\vec{r}_b(t_f)$ et $\vec{v}_b(t_f)$. Des graphiques illustrant la trajectoire de la balle pour ces simulations sont requis (voir par exemple la figure 2).

Tableau 1: Conditions initiales pour les cinq simulations requises

Condition	r_i (m)	v_i (m/s)	w_i (rad/s)
1	[0.2;89.8;0.11]	[5.3;-21;16.5]	[0;0;6.3]
2	[0.2;89.8;0.11]	[5.3;-21;16.5]	[0;-5;-6.3];
3	[0.2;89.8;0.11]	[5.3;-21;16.5]	[0;0;-6.5]
4	[0.2;89.8;0.11]	[5.3;-21;18.3]	[0;0;-6.3]
5	[119.8;89.8;0.11]	[-5.3;-21;16.5]	[0;-3;6.3];

Instructions pour le rapport et système d'évaluation

Le devoir sera noté sur 15. Cette note sera divisée en deux parties : 9 points seront alloués au rapport et 6 points à la fonction `Devoir2.m` que vous devez rendre avec le rapport.

- Évaluation du rapport (9 points)

1. Mise en page (0,5 point)

Ces points sont accordés pour la qualité globale du rapport.

2. Orthographe et syntaxe (0,5 point)

Le rapport devrait, si possible, être exempt d'erreurs de syntaxe.

3. Introduction (0,5 point)

Le rapport doit inclure une brève description du devoir.

4. Théorie et équations (3,5 points)

Vous devez fournir les équations utilisées par le logiciel incluant :

- les équations du mouvement à résoudre ;
- les équations utilisées pour déterminer l'arrêt de la simulation.

Vous devez aussi indiquer et justifier la méthode de résolution des équations du mouvement ainsi que les intervalles de temps Δt choisis pour la résolution.

5. Présentation et analyse des résultats (3,5 points)

Vous devez présenter et discuter les résultats obtenus pour les différentes simulations requises. Ceci doit inclure une discussion concernant les vérifications que vous avez effectuées pour vous assurer de la précision de vos simulations.

6. Conclusion (0,5 point)

Vous devez inclure une discussion des problèmes rencontrés lors de la programmation et des simulations.

- Évaluation de la fonction requise pour les simulations (6 points)

1. La fonction `Devoir2.m` est conforme aux instructions du devoir (2 points).

2. Elle peut être exécutée et produit les résultats requis et qui sont ceux que vous avez présentés dans votre rapport (4 points).

- Remise du devoir

1. Les copies imprimées des devoirs doivent être rendues au bureau B258.12 au plus tard à 17 heures le 23 octobre 2018.
2. Les travaux doivent être remis avec la page couverture fournie sur le site moodle du cours. Le numéro du groupe, de l'équipe qui vous est assignée et les noms et matricules des étudiants membres de l'équipe doivent être fournis sur cette page, de façon à faciliter le travail du correcteur.
3. Les logiciels Matlab et Octave sont les seuls permis lors de la remise des travaux.
4. Les sources des programmes doivent être transmis par courriel à l'adresse suivante : guy.marleau@polymtl.ca.
5. L'objet du message doit avoir la forme suivante :
PHS4700 : Groupe X, équipe Y, devoir 2
avec X votre numéro de groupe, Y le numéro d'équipe qui vous sera assigné et Z le numéro du devoir.
6. Le correcteur examinera aussi vos fichiers sources pour s'assurer que l'information fournie dans le rapport est bien celle obtenue avec vos fichiers. Assurez-vous que ces fichiers sont exécutables sans erreurs.

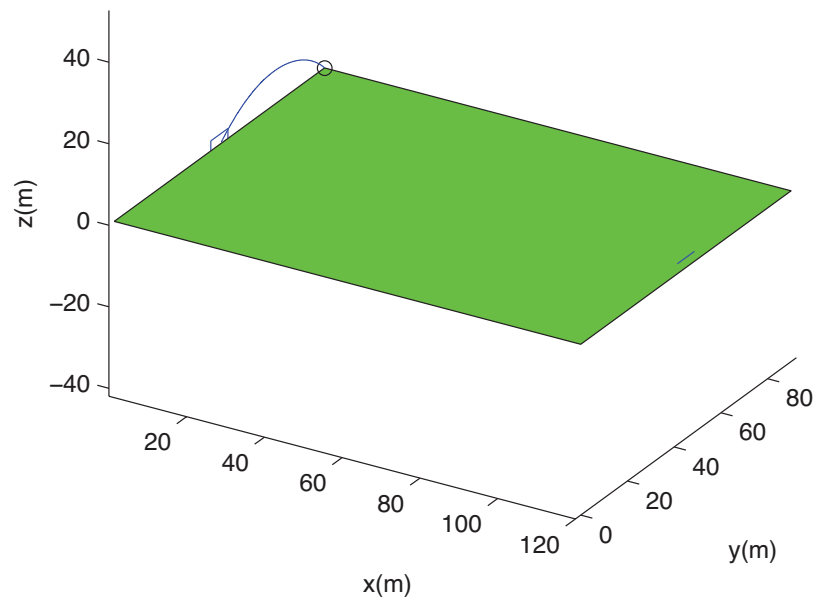


Figure 2: Trajectoire du ballon pour une des simulations.