

多智能体聚集问题研究综述*

李 杨, 田家赫, 谢光强[†], 郭小全
(广东工业大学 计算机学院, 广州 510000)

摘 要: 首先梳理了多智能体聚集问题中涉及的理论基础与框架; 接着综述了近几年多智能体聚集问题主要研究成果, 重点从保持拓扑连通性和提升抗干扰性以及受资源限制两个方面介绍了多智能体聚集问题研究进展, 并对其中主流控制方法深入阐述; 归纳总结了多智能体聚集协议优化在降低系统功耗和提升收敛速度方面的研究成果; 最后, 提出了多智能体聚集问题若干未来的研究方向。

关键词: 多智能体; 聚集; 分布式系统; 协调控制

中图分类号: TP18 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2019)06-002-1609-05

doi: 10.19734/j.issn.1001-3695.2018.03.0128

Survey of developments on multi-agent system rendezvous problem

Li Yang, Tian Jiahe, Xie Guangqiang[†], Guo Xiaoquan

(School of Computers, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510000, China)

Abstract: This paper firstly investigated the theoretical foundation and protocol framework involved in the multi-agent rendezvous problem. Secondly, it reviewed the main research results in the multi-agent rendezvous problem in recent years, and included basically the multi-agent rendezvous problem of preserving topology connectivity, improving disturbances ability and agent with resource constraints, and discussed the mainstream control methods in detail. It also summarized the multi-agent rendezvous protocol optimization, such as reducing the system power consumption and improving convergence speed. Finally, it proposed some future research directions.

Key words: multi-agent; rendezvous; distribute system; cooperative control

多智能体是指在网络环境中能够自主运行的多个个体, 通过分布式传感、通信、计算和控制实现一定的全局控制目标^[1]。多智能体具有架构简单、成本低、易扩展等特点, 具备较强的容错性和鲁棒性^[2]。随着嵌入式计算机性能的提升和通信网络的不断完善, 多智能体能够以更高的效率完成更复杂的任务。Ando 等人^[3]首次提出的多机器人聚集问题是多智能体研究热点之一, 备受人们关注。此后基于不同的实际应用情况, 研究人员分别进行了深入的研究和总结^[4-6]。多智能体聚集在军事、航天、无人机以及工业生产等领域具有广阔的应用前景。例如借助有限移动和通信能力的机器人, 通过局部信息交互最终到达同一目标, 完成交会对接、搜索、营救、环境勘测等任务。近年来, 有关多智能体聚集问题的研究发展迅速, 取得了许多有价值的研究成果, 大部分集中在保持拓扑连通性与提升抗干扰性聚集问题和智能体受限的聚集问题两个方面, 本文将对其涉及到的理论与方法分别进行阐述, 对多智能体聚集协议减少系统开销与加快收敛速度等方面的优化也进行了归纳与总结。

1 理论基础与框架

在由 n 个可以在平面中自主移动的智能体组成的系统中, 每个智能体可以连续追踪感测与其自身距离内的其他智能体运动状态, 并根据感测到的其他智能体的运动自主地规划其运动, 从而使智能体实现既定的目标^[7]。假设智能体通信半径为 r , 网络拓扑图为 $G=(V, E)$, 其中 $V=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ 为图中的节点(即智能体主体)集合, $E \in V^2$ 为由节点对组成的边的集

合, 若第 i 和 j 个节点之间有信息传递, 则节点 i 和 j 之间有连接。在多智能体聚集模型中, 图 G 的每个节点代表一个智能体的位置信息 x_i , 若 $\|x_i - x_j\| \rightarrow r$ 表示智能体 i 与 j 能够互相通信且互为邻居; 当 $\|x_i - x_j\| \rightarrow 0$ 且任意 $i \neq j$, 则表示智能体 i 与 j 位置趋于一致。一般使用 $A=[a_{ij}]$ 表示网络图 G 的邻接矩阵, 当智能体 i 与 j 互为邻居时, $a_{ij}=1$; 否则 $a_{ij}=0$ 。连续时间下和离散时间下多智能体聚集协议分别为^[8,9]

连续时间:

$$\dot{x}_i = u_i = \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i - x_j) \quad (1)$$

离散时间:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \varepsilon \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) \quad t \geq 0 \quad (2)$$

其中: N_i 为智能体 i 的邻居 j 的集合, 即 $j \in N_i$; $\varepsilon > 0$ 是收敛速度的调整因子用于调节智能体收敛速度。

为了使智能体在没有全局通信的情况下在期望的区域内聚集, 往往采用在多智能体中添加领导者的方式实现, 即

$$u_i = -\varepsilon \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - b_i^q(t) (x_i(t) - x_0(t)) \quad (3)$$

在领导者-跟随者问题中, 通常只考虑一个领导者参与集体运动的情况; 而在一些实际的任务中, 可能需要多个领导者^[10]:

$$u_i = -\varepsilon \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) - \sum_{q=1}^k b_i^q(t) (x_i(t) - x_0^q(t)) \quad (4)$$

其中: q 为领导者 ($q=1, 2, \dots, k$), 当且仅当领导者与跟随者之间有连接时 $b_i^q > 0$ 。在此基础上, 刘学良等人^[11]研究了具有通信时延的多领导者-跟随者聚集问题, 聚集协议为

$$u_i = -\varepsilon \sum_{j \in N_i(t)} a_{ij} (x_i(t-\tau) - x_j(t-\tau)) -$$

收稿日期: 2018-03-09; 修回日期: 2018-03-29 基金项目: NSFC-广东联合基金资助项目(U1501254); 国家自然科学基金资助项目(61472089); 广东省科技计划资助项目(2014B010103005, 2016A040403078)

作者简介: 李杨(1980-), 女, 黑龙江七台河人, 副教授, 博士, 主要研究方向为多智能体、数据可视化、数据挖掘; 田家赫(1993-), 男, 河南商丘人, 硕士研究生, 主要研究方向为多智能体、智能控制; 谢光强(1979-), 男(通信作者), 广东韶关人, 副教授, 博士, 主要研究方向为多智能体、智能控制、数据挖掘(supergq@163.com); 郭小全(1991-), 男, 广东梅州人, 硕士研究生, 主要研究方向为智能控制、微型系统故障智能诊断。

$$\sum_{q=1}^n b_q^q(t) (x_i(t) - x_j^q(t - \tau)) \quad (5)$$

除了通信时延对多智能体聚集的干扰之外,在早期多智能体聚集问题的研究中,多智能体聚集的拓扑网络是被假设始终保持连通的。然而实际聚集过程中,初始网络的**连通**不代表拓扑网络**始终连通**^[2]。一般情况下,采用基于智能体间的**相对位置,调节智能体控制输入的方式**保持智能体间的拓扑连通,其中**势能函数控制法**应用最为广泛:

$$u_i = -\varepsilon \sum_{j \in N_i} \nabla_{x_i} \varphi_{ij}(\|x_{ij}\|) (x_i(t) - x_j(t)) \quad (6)$$

其中: $\nabla_{x_i} \varphi_{ij}(\|x_{ij}\|)$ 为基于智能体相对位置的势能函数。

多智能体聚集在实际应用过程中,通常需要面临各种问题,如通信网络的保持、障碍物的存在、环境的干扰以及智能体自身的一些限制因素。接下来将着重介绍近几年多智能体聚集针对上问题的研究成果。

2 多智能体聚集问题研究现状

如何使多智能体系统**有效、安全地完成**任务是当前多智能体聚集问题需要面临的主要挑战。当一组智能体执行任务时,如果不存在智能体掉队的情况,那么该组智能体将更加顺利、高效地完成。保持多智能体网络的连通性对于提升多智能体系统鲁棒性具有重要的意义。另一方面,多智能体在实际应用环境中可能面临**通信链路不可靠以及环境噪声干扰**等诸多外部条件制约,对于保持网络拓扑连通性也是一项挑战。

2.1 保持拓扑连通性的研究

为了保证智能体之间的拓扑网络连通性,人们提出了许多控制方法,如 Cortes 等人^[13]使用的**环形中心算法**使智能体保持已有的连接不断开。Spanos 等人^[14]使用了一种**保证局部连通性的措施**来确保网络的全局连通性。Xiao 等人^[15]提出了一种由分布式控制律组成的矩形区域的拓扑连通性保持协议实现多智能体系统渐进聚集控制。

随着研究的不断深入,人造势能场的方法被广泛地应用于保持多智能体网络连通性。Dimarogonas 等人^[16]针对轮式机器人提出了基于人造势能场的**导航控制法**,保证了有界的控制输入。

势能函数是人造势能场方法的应用之一,当智能体间距离接近传感半径 r 时,通过调整智能体的控制输入以达到保持拓扑网络连通性的目的。Meng 等人^[17]提出了代表性的保持拓扑连通的势能函数控制法。为了解决时滞问题可能导致的势能函数失效, Su 等人^[12]在设计势能函数时引入滞后的调节因子,构建了一类有界的势能函数,使二阶积分器的多智能体动态聚集存在时滞时保持了连通性。势能函数设计为

$$\nabla_{x_i} \varphi(\|x_{ij}\|) = \frac{\|x_{ij}\|^2}{r - \|x_{ij}\| + \frac{r^2}{\hat{Q}}} \quad (7)$$

Dong 等人^[18]借鉴 Su 等人^[12]的思想进一步设计了基于位置反馈控制的保持拓扑连通性聚集协议,并且抑制了部分干扰信号。Feng 等人^[19]对 Dong 等人^[18]提出的分布式控制器进行了扩展,针对受未知非线性动态和扰动下的多机器人聚集问题开发了一种分布式 PID 控制器,该方案不仅保持了拓扑连通性,还实现了跟随者对领导者的鲁棒渐进跟踪。

多智能体网络中链路故障或创建新链路会导致通信拓扑是动态的, Qing^[20]根据系统热动态和有限时间半稳定性理论,为动态网络中有限时间聚集开发了新的协调框架,并设计了基于智能体间距离切换的势能函数。

Peng 等人^[21]针对受不确定性环境因素影响的多个自动驾驶车辆聚集问题,提出了一种基于神经网络、反推法和图论的控制方法,通过选择适当的控制参数降低聚集误差,该研究考虑的模型比 Qing^[20]和 Su 等人^[12]的方案更现实。另一方面,

Dong^[22]将 Qing^[20]的通信函数作为特例,引入了一类通用的不连续通信函数,实现了保持拓扑连通性和抗干扰的有限时间聚集。

Dong 等人^[23]通过一种自适应的分布式观测器方法,研究了受外部干扰的二阶积分器领导者-跟随者保持拓扑连通性聚集问题。Su^[24]考虑了分布式全状态和部分状态反馈两种控制方案,通过合适的内部模型形成相应的增广系统,使用基于势能函数的高增益反馈控制将其稳定。与 Dong 等人^[23]的研究相比,可处理更多的外部干扰和环境不确定性。

除此之外,人造势能场还能够用于**避免智能体间碰撞以及避免障碍物**。Kan 等人^[25]设计了一种特殊类别的势能函数用于保持拓扑连通性并避免智能体之间碰撞,使用基于**分布式双极导航函数的时变控制器**,使得在仅有一个智能体被告知全局目标的情况下,将其余智能体导航至目标点。

对于**异构多智能体聚集问题**,Liang 等人^[26]利用异质的势能函数使跟随者能够在特定误差范围内跟踪到领导者并保持网络的连通性。Yang 等人^[27]基于观察者方法,设计了一个基于状态估计的干扰补偿控制器,有效地解决了存在未知异质干扰下的多智能体聚集和跟踪问题,并设计了合适的势能函数避免与障碍物的碰撞。早期的研究中,势能函数的控制输入在临界区域趋于无穷,实际应用中存在一定困难。Fan 等人^[28]基于人造势能场的思想设计了**约束函数**,该函数既可以保持智能体间拓扑的连通性,又可以使多智能体的控制输入有界:

$$u_i(t) = -\xi_i \prod_{j \in N_i(t)} \psi_i(\|x_i(t) - x_j(t)\|) \sum_{j \in N_i(t)} c_{ij}(x_i(t) - x_j(t)) \quad (8)$$

其中,约束函数设计为

$$\psi_i(\lambda) = \begin{cases} 1 & 0 \leq \lambda < \frac{r}{2} \\ -\frac{2}{r}\lambda + 2 & \frac{r}{2} \leq \lambda < r \\ 0 & \lambda \geq r \end{cases} \quad (9)$$

与势能函数相反,当智能体间距离接近传感半径时,约束函数减少智能体控制输入直到为 0。王兵等人^[29]基于 Fan 等人^[28]提出的约束函数,设计了有限时间聚集控制方案,并利用 Lyapunov 函数证明了方案的有效性。之后, Li 等人^[30]基于 Dimarogonas 等人^[16]的研究,将用于避免障碍的约束函数加入到导航函数的设计中,使多智能体在存在障碍物的环境中也能够实现保持连通性的聚集。

相比于势能函数法,约束函数法的优点在于控制输入是有界的,但当系统内多智能体数量增多时,其控制输入将随着智能体通信范围内邻居智能体的增多而降低,因此收敛速度较慢。

在多智能体聚集问题中,环境中噪声的干扰容易导致拓扑连通性的破坏。因此,提升多智能体抗干扰性有助于保持多智能体网络拓扑连通性。

通过分析此前的研究,基于领导者-跟随者模型的切换拓扑和通信延迟的高阶非线性多智能体动态的研究还属于空白, He 等人^[31]提出了一种通过测量嘈杂环境中邻居相对状态的分布式跟踪协议,使智能体能够渐进地跟踪领导者。

Li 等人^[32]研究了有输入扰动的 Euler-Lagrange 多智能体系统输出反馈控制问题,并使用动态状态观测器,设计了一种新的自适应输出反馈一致性协议,以保证闭环系统的跟踪和所有信号均方指数稳定性。

对多智能体聚集问题的研究大多基于智能体间精确的信息交流,而有关使用二进制信息交互的模型只适用于没有动态不确定性与干扰的多智能体系统。Fu 等人^[33]研究了仅使用二进制相对位置和速度信息的聚集问题,通过适当选择控制增益可以实现稳健的有限时间领导者跟踪,之后根据有限时间微分包含理论^[34],证明了存在外界扰动时依然可以实现有限时间的跟随控制。

2.2 智能体资源受限的研究

目前在多智能体聚集问题的研究中,学者们大多关注聚集过程中存在的通信延迟、数据丢包以及拓扑网络的连通性等问题,并提出了不同的解决方案。然而对于自主移动的智能体而言,除了外部的条件约束,还存在智能体自身的资源限制,如能量受限、视野受限以及通信资源受限等。

对于自身能量存储受限制的多智能体聚集问题,Song等人^[35]为智能体增加了能量存储传感器,每个智能体朝向剩余能量不超过给定阈值的邻居加权平均位置移动,防止智能体剩余能量低于能量下限。Yu等人^[36]从有限时间聚集的角度考虑了具有有限能量的机器人聚集问题,当智能体与其邻居相比具有最小的能量时,该智能体保持静止状态,其余智能体向该智能体移动聚集;同时在Song等人^[35]研究的基础上添加了势能函数以保持拓扑连通性,提升了多智能体网络的快速性和鲁棒性。

Setter等人^[37]研究了一种功耗最小化的聚集策略,智能体具有有限的能源供应,在收集邻域信息时需要考虑智能体的功耗水平,以便找到最优的时间和地点实现聚集。多智能体聚集问题的特点之一是智能体具有有限的感知能力,如何利用更简单的传感器和更少的传感资源实现多智能体聚集也是人们研究的热点之一。

Yu等人^[38]在研究了一个具有有限视角的多智能体聚集问题后发现,在不需要坐标、通信等额外的条件下,仅使用三元输出传感器和三级量子化控制依然可以保证最终聚集。同时该研究发现智能体可视角度过大可能会导致智能体发散;Arnold等人^[39]研究并证明了当智能体可视角度增大时,智能体倾向于形成正多边形的队列。为了降低对智能体计算能力的要求,Gauci等人^[40]令机器人在运行时不进行任何信息存储和计算,仅通过二进制视距传感器使机器人实现聚集,并在实体机器人上实现了该方案。

Zheng等人^[41]研究了有限视角机器人聚集问题,使不具备距离传感器的机器人仅通过参考周边机器人的方位角来决策下一步运动状态,从而实现聚集。

二维有限视角的多智能体聚集问题适用于平面多智能体聚集。对于三维空间运动的智能体,Sahoo等人^[42]针对三维空间有限视角机器人提出了一个最小化控制律,使智能体在圆锥形视野内使用循环追踪控制的策略实现智能体的聚集。

除了能源的限制,智能体有时也要面对有限的通信资源,需要尽可能地减少与周边智能体的通信交流。Masoud^[43]提出了一种可以保证在稀疏通信条件下收敛的多智能体聚集协议,即使每个智能体被限制与单个距离最近的智能体进行通信,也能保证最终能够聚集至同一个点。

3 多智能体聚集协议优化方法研究现状及分析

在基于时间周期变化的控制策略中,数据传输和控制器的更新是周期性执行的,与系统状态无关。为了保证系统在最坏条件下的稳定性,基于时间周期变化的控制策略在控制更新方面通常采用最保守的策略;然而由于多智能体系统中自治的个体通常只配备了有限的计算资源和网络带宽,基于时间周期变化的控制策略容易造成计算资源和网络带宽的浪费。为了克服基于时间控制的保守性带来的缺点,基于事件触发的控制被用于分布式控制领域^[44]。在基于事件触发的系统中,事件可以根据预定义的规则触发,例如当测量误差大小达到设定的阈值时,触发该事件。

3.1 基于事件触发的优化

基于事件触发的方法无须智能体连续监测周边智能体信息,从而达到了节约多智能体系统功耗的目的。

Fan等人^[45]采用了双事件触发器的控制方案,即连接触发

器和收敛触发器,不仅减少了对邻居状态的连续测量,还可以在保持拓扑连通的同时驱动智能体聚集。在此基础上,Qi等人^[46]引入了Lyapunov函数,并通过适当选择事件触发条件将Lyapunov函数的时间导数作为负半定数,提出的事件触发控制机制克服了Fan等人^[45]的方案中需要连续本地信息的缺点。

Meng等人^[47]为每个智能体配备了一个事件检测器,允许通信网络中的智能体自主确定本地采样信息是应该丢弃还是广播给邻居,进而保证了所有智能体通信时间间隔的下界,有效地减少了智能体之间通信的频率。

一般而言,多智能体系统中每个智能体的状态决定了其测量误差,当误差超过设定的阈值时,将触发事件并使误差归零。基于事件触发方法的改进,提出了自触发方法。在自触发机制中,事件的触发是通过之前收到的数据进行预测,计算其下一个更新时间。

Persis等人^[48]设计了一种混合协调控制方案,形成了一个自触发gossip协调控制系统,每个智能体在当前本地测量的基础上迭代且独立的设计时间收集来自邻居的信息。之后将其扩展到了二阶连续时间自触发gossip算法^[49],实现了有限时间的二阶积分器多智能体聚集。另一方面,Shen等人^[50]采用一种以邻居组合状态代替每个智能体的测量误差的自触发策略,与事件触发方式不同的是,自触发控制方案不需要测量者的测量误差,只需要知道其邻居的某种状态。

3.2 收敛速度优化

随着多智能体聚集问题研究的不断深入,提升多智能体协议的收敛速度,成为了多智能体聚集的主要研究目标之一。Cheng等人^[51]设计了一个小型的模型预测控制协议,以保证二阶积分器动态具有输入约束和切换拓扑的多智能体聚集的收敛速度。

一般情况下聚集行为需确保在有限时间内完成。为使智能体在期望的时间内达成聚集,Kan等人^[52]对智能体的交互拓扑建模,将每条边与相邻智能体之间的时变权重相关联,并验证该时变拓扑图可以在预定时间范围内完成聚集。

Euler-Lagrange运动方程可以用于模拟一类非线性动态系统,Ye等人^[53]提出了一种独立模型的控制律用于解决Euler-Lagrange多智能体的有向网络聚集问题,如果有向图包含一个以领导者为根节点有向生成树,就可以半全局地实现快速聚集目标。之后又设计了一个可变增益控制器来改进之前的工作,消除了对控制器中恒定增益的需求,并增加了其适用性^[54]。

一般多智能体聚集问题优化采用异步的方式解决,但是异步算法无法保证收敛速度。Lu等人^[55]提出了用于约束凸多智能体的异步双坐标下降优化算法用于提升收敛速度,并使用聚集模型证明了其算法的有效性。

为了加快多智能体聚集循环追踪控制策略的收敛速度,Iqbal等人^[56,57]使用因子循环和广义分层循环策略以及分层近似循环追踪的策略,实现了多智能体指定区域的快速聚集。另一方面,对于异构的多智能体聚集问题,Song等人^[58,59]提出了两种混合策略异构多智能体聚集模型,两种模型均证实了采用混合策略的多领导者-跟随者系统能够以更快的速度达到预定目标点。

3.3 其他聚集协议优化

在传统多智能体聚集问题中,智能体最终聚集点难以预测,早期对循环追踪控制的研究表明,在循环追踪控制中使用不同增益的智能体,聚集点可以在一定区域内任意选择^[60]。Mukherjee等人^[61]使用偏差循环追踪的方法,扩大了智能体可选择聚集的区域范围。

为了解决轮式机器人质心聚集问题,Xie等人^[62]将初始位置作为一个时变参考位置输出并始终保持不变,导出一个平滑

的时变控制律,使智能体在初始分布的质心处聚集。

当机器人存在故障时,周边机器人通常无法探测其状态, Park 等人^[63]提出了**存在故障机器人情况下的鲁棒容错聚集算法**。机器人通过估计传感范围内机器人的状态,个别机器人出现故障无法移动时,也可以在指定误差范围内实现聚集,并在实体机器人平台验证其有效性^[64]。

Xiao 等人^[65]研究了一种新的**用于任何维度空间的通用协议设计框架**,利用图论和非负矩阵理论进行集值分析,为多个动态智能体网络异步聚集问题的可解性提供了温和的充分条件。

Yildiz 等人^[66]从差分博弈论的角度出发,研究了领导者模型在聚集问题中的意义,确定了每个博弈中独特的 Nash 均衡所存在的现实假设。研究发现,**在目标处聚集的成功与否取决于领导者对完成目标的渴望度**。

4 结束语

多智能体聚集是分布式多智能体协调控制的重要研究分支,在航空航天、无人驾驶、机器人等领域有巨大的应用前景。目前多智能体聚集相关问题的研究还欠缺一定的实用性,为了促进多智能体聚集在实际中的应用,提出以下三个未来待解决的问题和可能的研究方向:

a) **三维空间多智能体聚集问题**。三维空间中多智能体聚集问题与二维空间和聚集问题相比有着显著的差异性和复杂性,因为三维空间中涉及的几何学理论比二维空间更复杂,许多已有的研究成果无法直接扩展至三维空间聚集问题,所以有必要针对三维空间多智能体聚集设计合适的控制策略。

b) **多智能体聚集问题实例化研究**。目前的研究依然停留在理论研究阶段,仅有较少的研究将成果应用于多机器人、多无人机、多无人车系统,使已有的理论成果转换为实际的应用是一个亟待解决的问题。

c) **异构多智能体协同聚集**。现有的大多数研究中,智能体具有相同的物理构造并遵守相同的聚集协议。实际工作中,部分特殊任务的执行可能需要**不同类型的智能体协同工作**,如不同的通信能力、不同的任务分工等。因此,针对具有不同类型的异构多智能体聚集问题的研究还有待深入。

参考文献:

- [1] Balaji P G, Srinivasan D. An introduction to multi-agent systems [M]//Innovations in Multi-Agent Systems and Applications. Berlin: Springer, 2010: 125-128.
- [2] 原魁, 李园, 房立新. 多移动机器人系统研究发展近况[J]. 自动化学报, 2007, 33(8): 785-794. (Yuan Kui, Li Yuan, Fang Lixin. Multiple mobile robot systems: a survey of recent work[J]. Acta Automatica Sinica, 2007, 33(8): 785-794.)
- [3] Ando H, Oasa Y, Suzuki I. Formation and agreement problems for synchronous mobile robots with limited visibility[C]//Proc of IEEE International Symposium on Intelligent Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 453-460.
- [4] 谢光强, 章云. 多智能体系统协调控制一致性问题研究综述[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(6): 2035-2039. (Xie Guang qiang, Zhang Yun. Survey of consensus problem in cooperative control of multi-agent systems [J]. Application Research of Computers, 2011, 28(6): 2035-2039.)
- [5] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [6] Ren Wei, Beard R W, Atkins E M. A survey of consensus problems in multi-agent coordination [C]//Proc of American Control Conference. 2005: 1859-1864.
- [7] Suzuki I, Yamashita M. Distributed anonymous mobile robots: formation of geometric patterns [J]. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1999, 28(4): 279-280.
- [8] Lin J, Morse A S, Anderson B D O. The multi-agent rendezvous problem, part 1-the synchronous case [C]//Proc of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004: 1926-1931.
- [9] Lin J, Morse A S, Anderson B D O. The multi-agent rendezvous problem, part 2-the asynchronous case [C]//Proc of the 43rd IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004: 2120-2147.
- [10] Hu Jiangping, Yuan Haiwen. Collective coordination of multi-agent systems guided by multiple leaders [J]. Chinese Physics B, 2009, 18(9): 3777-3782.
- [11] 刘学良, 胥布工, 谢立华. 具有通信时延的跟随者-多领导者聚集控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(5): 649-654. (Liu Xue-liang, Li Bugong, Xie Lihua. Multileader set aggregation control of multi-agent systems with communication delays [J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(5): 649-654.)
- [12] Su Housheng, Wang Xiaofan, Chen Guangrong. Rendezvous of multiple mobile agents with preserved network connectivity [J]. Systems & Control Letters, 2010, 59(5): 313-322.
- [13] Cortes J, Martinez S, Bullo F. Robust rendezvous for mobile autonomous agents via proximity graphs in arbitrary dimensions [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(8): 1289-1298.
- [14] Spanos D P, Murray R M. Robust connectivity of networked vehicles [C]//Proc of IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004: 2893-2898.
- [15] Xiao Feng, Wang Long, Chen Tongwen. Connectivity preservation for multiagent rendezvous with link failure [J]. Automatica, 2012, 48(1): 25-35.
- [16] Dimarogonas D V, Johansson K H. Decentralized connectivity maintenance in mobile networks with bounded inputs [C]//Proc of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2008: 1507-1512.
- [17] Meng Ji, Magnus E. Distributed coordination control of multiagent systems while preserving connectedness [J]. IEEE Trans on Robotics, 2007, 23(4): 693-703.
- [18] Dong Yi, Huang Jie. Leader-following connectivity preservation rendezvous of multiple double integrator systems based on position measurement only [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2014, 59(9): 2598-2603.
- [19] Feng Zhi, Sun Chao, Hu Guoqiang. Robust connectivity preserving rendezvous of multi-robot systems under unknown dynamics and disturbances [J]. IEEE Trans on Control of Network Systems, 2017, 4(4): 725-735.
- [20] Qing Hui. Finite-time rendezvous algorithms for mobile autonomous agents [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2011, 56(1): 207-211.
- [21] Peng Zhouhua, Wang Dan, Liu H T, et al. Distributed robust state and output feedback controller designs for rendezvous of networked autonomous surface vehicles using neural networks [J]. Neurocomputing, 2013, 115(9): 130-141.
- [22] Dong Jiugang. Finite-time connectivity preservation rendezvous with disturbance rejection [J]. Automatica, 2016, 71: 57-61.
- [23] Dong Yi, Huang Jie. The leader-following rendezvous with connectivity preservation via a self-tuning adaptive distributed observer [C]//Proc of IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2017: 1-10.
- [24] Su Youfeng. Leader-following rendezvous with connectivity preservation and disturbance rejection via internal model approach [J]. Automatica, 2015, 57(C): 203-212.
- [25] Kan Zhen, Klotz J R, Shea J M, et al. Decentralized rendezvous of nonholonomic robots with sensing and connectivity constraints [EB/OL]. (2014-02-23). <http://cn.arxiv.org/abs/1402.5639>.
- [26] Liang Haili, Su Housheng, Wang Xiaofan, et al. Swarming of heterogeneous multi-agent systems with periodically intermittent control [J]. Neurocomputing, 2016, 207: 213-221.

- [27] Yang Chenshuai, Chen Fei, Xiang Linying, *et al.* Distributed rendezvous and tracking for multiple unicycles with heterogeneous input disturbances[J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control* 2017 27(9): 1589–1606.
- [28] Fan Yuan, Hu Guoqiang. Connectivity-preserving rendezvous of multi-agent systems with event-triggered controllers[C]//Proc of IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015: 234–239.
- [29] 王兵, 王思奇, 董巍, 等. 保持拓扑连通的有限时间有界聚集控制[J]. *东北石油大学学报*, 2016, 40(2): 99–104. (Wang Bing, Wang Siqi, Dong Wei, *et al.* Finite-time bounded rendezvous control for preserving topology connectivity[J]. *Journal of Northeast Petroleum University* 2016 40(2): 99–104.)
- [30] Li Xiaopeng, Sun Dong, Yang Jie. Preserving Multirobot connectivity in rendezvous tasks in the presence of obstacles with bounded control input[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology* 2013 21(6): 2306–2314.
- [31] He Ping, Li Yangmin, Ju H P. Noise tolerance leader-following of highorder nonlinear dynamical multi-agent systems with switching topology and communication delay[J]. *Journal of the Franklin Institute* 2016 353(1): 108–143.
- [32] Li Ping, Xu Shengyuan, Ma Qing, *et al.* Leader-following rendezvous for uncertain Euler-Lagrange multi-agent systems by output feedback[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 345(10): 4215–4230.
- [33] Fu Junjie, Wang Jinzhi. Leader-following control of second-order integrator systems using binary information[C]//Proc of Control and Decision Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press 2014: 263–268.
- [34] Fu Junjie, Wang Jinzhi, Li Z K. Leader-following control of perturbed second-order integrator systems with binary relative information[M]. [S. l.]: Taylor & Francis, Inc. 2017: 1–9.
- [35] Song Caixia, Feng Gang, Wang Y, *et al.* Rendezvous of mobile agents with constrained energy and intermittent communication[J]. *IET Control Theory & Applications* 2012 6(10): 1557–1563.
- [36] Yu Di, Dong Wei, Yang Wenjun, *et al.* Finite time rendezvous control of multi-agent networks preserving topology connectivity with constrained energy[C]//Proc of Control and Decision Conference. 2016: 1315–1319.
- [37] Setter T, Egerstedt M. Minimum time power-aware rendezvous for multi-agent networks[C]//Proc of IEEE Conference on Control Applications. Piscataway, NJ: IEEE Press 2014: 2159–2164.
- [38] Yu Jingjin, Lavalley S M, Liberzon D. Rendezvous without coordinates[J]. *IEEE Trans on Automatic Control* 2012 57(2): 421–434.
- [39] Arnold M, Baryshnikov Y, Liberzon D. Cyclic pursuit without coordinates: convergence to regular polygon formations[C]//Proc of IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016: 6191–6196.
- [40] Gauci M, Chen Jianing, Li Wei, *et al.* Self-organized aggregation without computation[J]. *International Journal of Robotics Research* 2014 33(8): 1145–1161.
- [41] Zheng Ronghao, Sun Dong. Rendezvous of unicycles: a bearings-only and perimeter shortening approach[J]. *Systems & Control Letters*, 2013 62(5): 401–407.
- [42] Sahoo S R, Banavar R N, Sinha A. Rendezvous in space with minimal sensing and coarse actuation[C]//Proc of Decision and Control and European Control Conference. 2012: 519–525.
- [43] Masoud A A. Nearest neighbor-based rendezvous for sparsely connected mobile agents[J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control* 2016 137(12): 121002.
- [44] Tabuada P. Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks[J]. *IEEE Trans on Automatic Control* 2007 52(9): 1680–1685.
- [45] Fan Yuan, Feng Gang, Wang Yong, *et al.* Technical communique: Distributed event-triggered control of multi-agent systems with combinatorial measurements[J]. *Automatica* 2013 49(2): 671–675.
- [46] Qi Bin, Cui Baotong, Lou Xuyang. State-dependent event-triggered control of multi-agent systems[J]. *Chinese Physics B*, 2014, 23(11): 215–222.
- [47] Meng Xianyu, Xie Lihua, Soh Y C, *et al.* Periodic event-triggered average consensus over directed graphs[C]//Proc of IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2016: 4151–4156.
- [48] De Persis C, Frasca P. Robust self-triggered coordination with ternary controllers[J]. *IEEE Trans on Automatic Control* 2013 58(12): 3024–3038.
- [49] De Persis C, Frasca P, Hendrickx J M. Self-triggered rendezvous of gossiping second-order agents[C]//Proc of IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press 2014: 7403–7408.
- [50] Shen Yanchao, Yan Huaicheng, Feng Gang, *et al.* Self-triggered consensus control for multi-agent systems[C]//Proc of IEEE International Conference on Information and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press 2014: 59–64.
- [51] Cheng Zhaomeng, Zhang Haitao, Fan Mingcan. Consensus and rendezvous predictive control for multi-agent systems with input constraints[C]//Proc of the 33rd Chinese Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press 2014: 1438–1443.
- [52] Kan Zhen, Tansel Y, Doucette D E, *et al.* A finite-time consensus framework over time-varying graph topologies with temporal constraints[J]. *Journal of Dynamic Systems Measurement & Control*, 2017, 139(7): 071012–1: 071012–6.
- [53] Ye Mengbin, Yu Changbin, Anderson B D O. Model-independent rendezvous of Euler-Lagrange agents on directed networks[C]//Proc of IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, NJ: IEEE Press 2015: 3499–3505.
- [54] Ye Mengbin, Anderson B D O, Yu Changbin. A variable gain model-independent algorithm for rendezvous of Euler-Lagrange agents on directed networks[C]//Proc of Australian Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press 2017: 153–158.
- [55] Lu Jie, Feyzmahdavian H R, Johansson M. Dual coordinate descent algorithms for multi-agent optimization[C]//Proc of European Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press 2015: 715–720.
- [56] Iqbal M, Leth J, Ngo T D. Generalized hierarchical block circulant structure of multi-agent systems[J]. *International Journal of Control Automation & Systems* 2017, 15(3): 1275–1286.
- [57] Iqbal M, Leth J, Ngo T D. Hierarchical nearly cyclic pursuit for consensus in largescale multi-agent systems[J]. *IET Control Theory & Applications* 2017, 11(5): 740–746.
- [58] Song Yunzhong, Zhao Wei. Leader follower multi-agents network with discrete-time rendezvous via swarm social system strategy yes[C]//Proc of the 31st Chinese Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press 2012: 6081–6086.
- [59] Song Yunzhong, Fu Ziyi, Wang Fuzhong. Socialized multi-agent system rendezvous via networks of networks[J]. *Journal of Robotics, Networking and Artificial Life* 2016 3(2): 136–139.
- [60] Sinha A, Ghose D. Generalization of linear cyclic pursuit with application to rendezvous of multiple autonomous agents[J]. *IEEE Trans on Automatic Control* 2006 51(11): 1819–1824.
- [61] Mukherjee D, Ghose D. Generalization of deviated linear cyclic pursuit[C]//Proc of American Control Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press 2013: 6163–6168.
- [62] Xie Wenjing, Ma Baoli. Position centroid rendezvous and centroid formation of multiple unicycle agents[J]. *Control Theory & Applications IET* 2014 8(17): 2055–2061.
- [63] Park H, Hutchinson S. An efficient algorithm for fault-tolerant rendezvous of multi-robot systems with controllable sensing range[C]//Proc of IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE Press 2016: 358–365.
- [64] Park H, Hutchinson S. Fault-tolerant rendezvous of multi-robot systems[J]. *IEEE Trans on Robotics* 2017 33(3): 565–582.
- [65] Xiao Feng, Wang Long. Asynchronous rendezvous analysis via set-valued consensus theory[J]. *SIAM Journal on Control & Optimization* 2012 50(1): 196–221.
- [66] Yildiz A, Bzgüler B A. Foraging motion of swarms with leaders as Nash equilibria[J]. *Automatica* 2016 73(C): 163–168.