Algorytmy Metaheurystyczne

Laboratorium1 - Problem komiwojażera

Autorzy: Zofia Stypułkowska, Bartosz Grelewski

Repozytorium GitHub: https://github.com/Sophie1227/Metaheurystyka1

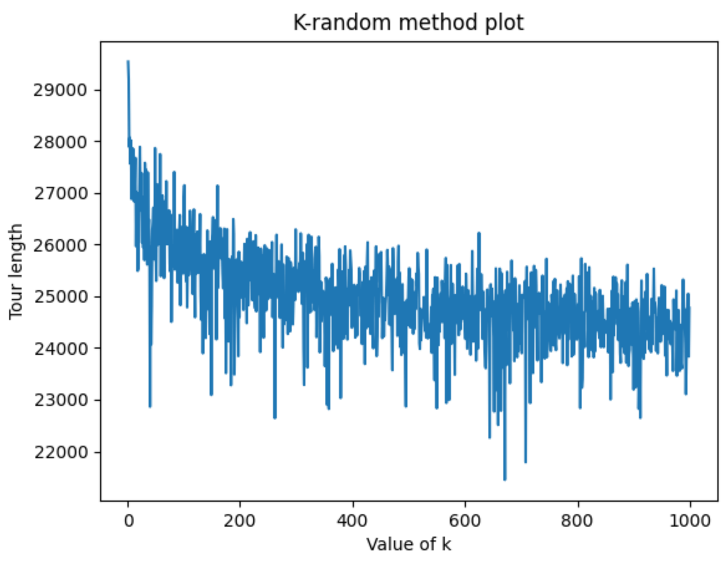
Rozważany Problem

Problem komiwojażera to jedno z najlepiej znanych zagadnień optymalizacyjnych polegające na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Innymi słowy mając zadany układ miast wraz z odległościami między nimi, sprzedawca musi wykonać kurs, odwiedzając każde z nich dokładnie raz i wracając do miasta wyjściowego. Warunkiem jest jednak pokonanie takiej trasy możliwie najmniejszym kosztem, czyli pokonując możliwie najmniejszą trasę. Największa trudność polega na dużej liczbie danych do analizy, a co za tym idzie czasie potrzebnym na znalezienie rozwiązania. W przypadku symetrycznym dla n miast liczba możliwych permutacji wynosi $\frac{(n-1)!}{2}$. Więc przykładowo dla danych z bays29 mamy $\frac{(29-1)!}{2}$ = $1,5 * 10^{29}$. Z powodu tak dużej liczby danych do sprawdzenia rozwiązując problem komiwojażera możemy to zrobić na 3 sposoby, skupiając się na najlepszym wyniku, najszybszym czasie pracy programu lub starając się znaleźć balans między nimi.

Wykorzystane Metody

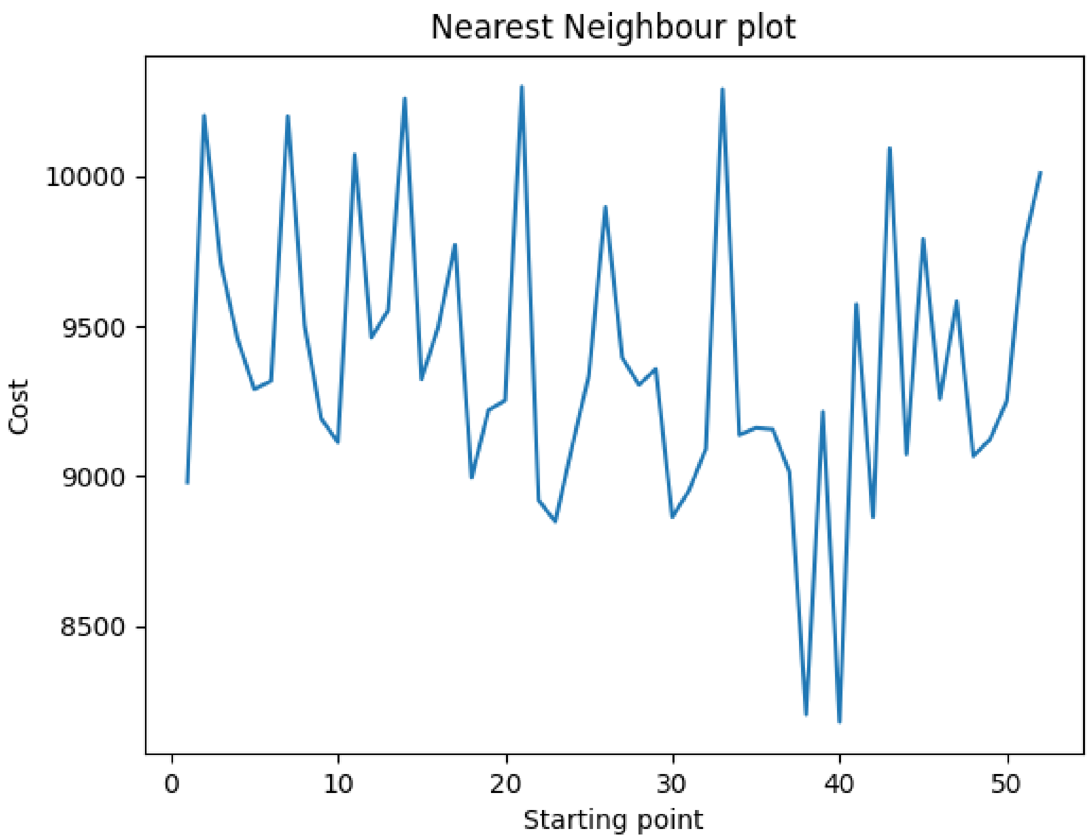
Metoda k-random

Generujemy k losowych dopuszczalnych rozwiązań i szukamy najlepszego z nich. Taka metoda choć prosta do implementacji ma jednak swoje wady. W podstawowej wersji takiego podejścia generujemy jedynie jedną permutacje co sprawia, że rozwiązanie, które otrzymujemy może być bardzo słabe, a nawet najgorsze z możliwych. Aby zredukować szanse na taką sytuację generujemy k możliwych rozwiązań zamiast jednego. Losowo próbkujemy zbiór rozwiązań i zwracamy najlepsze z nich. Teoretycznie, gdy k->∞ prawdopodobieństwo znalezienia optymalnego rozwiązania jest równe 1. Jest to jednak bardzo nieopłacalne pod względem czasu potrzebnego na otrzymanie wyniku. Metoda ta pozwala jednak na proste balansowanie pomiędzy czasem działania i jakością otrzymanego wyniku.



Metoda najbliższego sąsiada

Jest to algorytm zachłanny bazujący na założeniu, że lokalnie optymalne decyzje są również globalnie optymalne. Szybkość tego podejścia polega na małej ilości danych w każdym kroku decyzyjnym. Zamiast przeszukiwać wszystkie możliwe rozwiązania dla każdego punktu sprawdzamy odległości do pozostałych punktów w grafie. Więc dla każdego punktu wyjściowego mamy łącznie $\sum_{i=1}^{n-1} i$ rozwiązań do sprawdzenia. Zaczynamy od wybrania w dowolny sposób wierzchołka wyjściowego i przeszukujemy pozostałe, nieodwiedzone jeszcze wierzchołki w poszukiwaniu najbliższego do niego sąsiada. Robimy to w pętli, aż odwiedzimy wszystkie miasta. Wadą takiego podejścia jest zależność jakości rozwiązania od wyboru punktu wyjściowego, ponieważ po wyborze danego miasta „usuwamy" część krawędzi, które mogły być w kolejnych krokach lokalnie najlepsze.



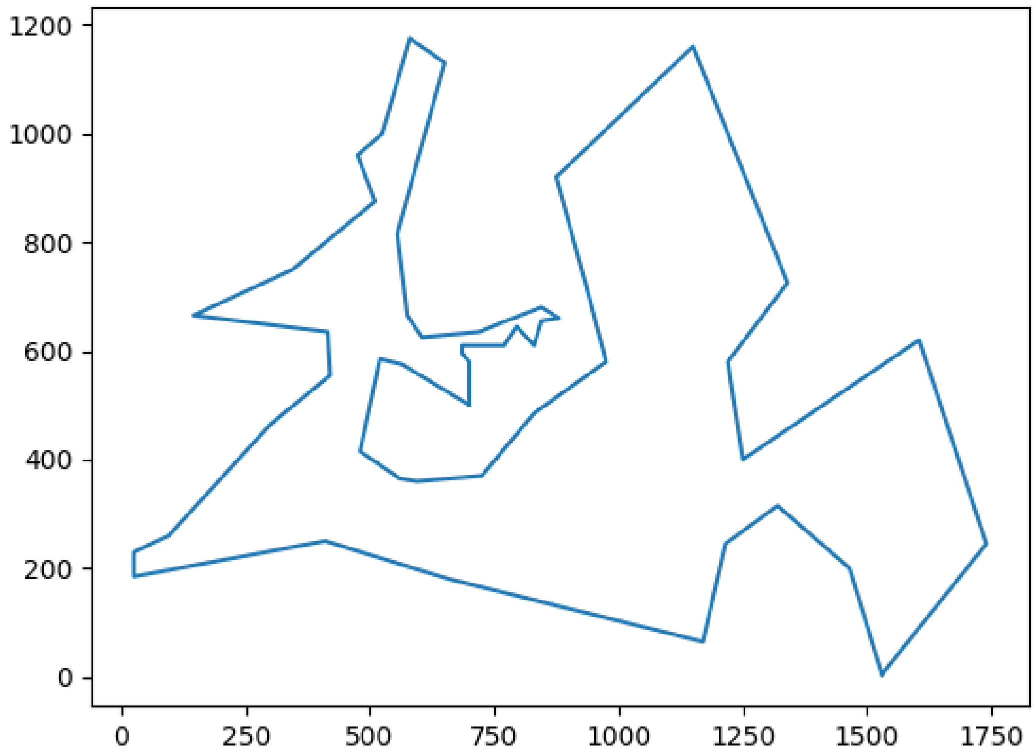
Rysunek 1- Zależność długości trasy od punktu wyjściowego dla berlin52

Rozszerzona metoda najbliższego sąsiada

Podejście to jest bardzo podobne do podstawowego algorytmu najbliższego sąsiada, usuwa jednak zależność od punktu wyjściowego i znajduje globalnie najlepsze rozwiązanie dla swojej podstawowej wersji. Nie usuwa jednak problemu związanego z brakiem dostępu do wykorzystanych już krawędzi, które mogły okazać się lokalnie lepsze.

Metoda 2-OPT

Jest to heurystyka dedykowana dla problemu komiwojażera, jednak przy drobnych zmianach może znaleźć zastosowanie dla innych zagadnień. Jest to algorytm należący do algorytmów popraw. Losujemy pierwsze rozwiązanie, a algorytm próbuje je poprawić. Poprzez lokalne przeszukiwanie tworzymy „sąsiadów" aktualnego rozwiązania i wybieramy najlepszego z nich. Sprawdzamy, czy jest ono lepsze od naszego aktualnego rozwiązania i jeśli jest to aktualizujemy najlepsze rozwiązanie i powtarzamy dla niego proces. Jeśli nie jest ono lepsze to kończymy pracę algorytmu. W naszym rozwiązaniu korzystamy z metody invert, czyli zamiany miejscami 2 wierzchołków. Pozwala to na „rozplątanie" nieoptymalnych pętli i poprawienie wylosowanego rozwiązania, często do poziomu otrzymania globalnie najlepszej trasy. Jest to jednak metoda należąca do NP-trudnych, czyli niedająca gwarancji znalezienia optymalnego rozwiązania w rozsądnym czasie wykonywania pętli algorytmu.



Rysunek 2- Wizualizacja przykładowej trasy dla rozwiązania 2-OPT z wykorzystaniem danych berlin52