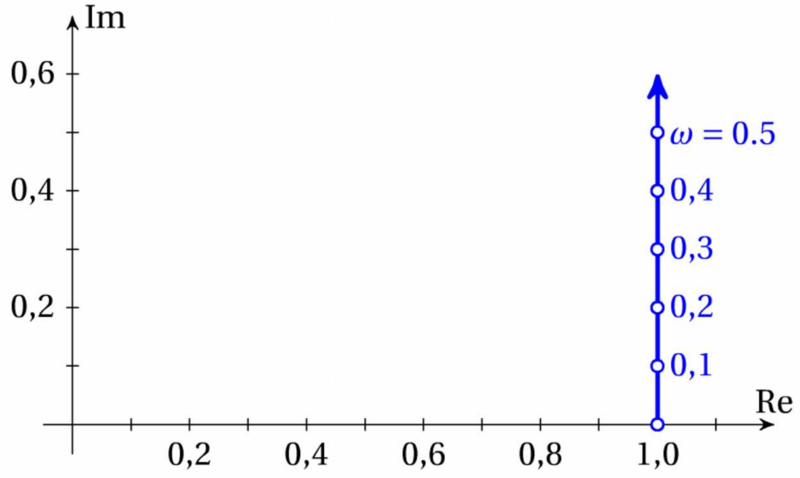
Ortskurven

Für jede Kreisfrequenz ω_0 liefert der Frequenzgang $G(j\omega)$ einen komplexen Zahlenwert. Die Menge aller dieser Zahlenwerte für $0 \leq \omega < \infty$ beschreibt in der komplexen Zahlenebene eine Kurve, die Ortskurve. Die Ortskurve ist also die Darstellung des Frequenzgangs in der komplexen Zahlenebene in Abhängigkeit vom Parameter ω. Sie beginnt bei $\omega = 0$ und endet bei $\omega \to \infty$.

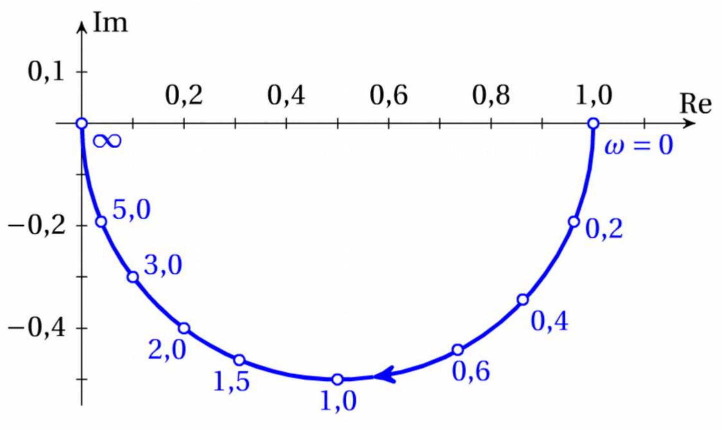
Beispiel: $G(s) = 1 + s\,, \quad G(j\omega) = 1 + j\omega \quad \Longrightarrow$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} G(j\omega) &= 1 = \text{const.} \\ \operatorname{Im} G(j\omega) &= \omega \end{aligned}$$



Beispiel:

$$G(s) = \frac{1}{1+s} \qquad G(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega} = \frac{1-j\omega}{1+\omega^2} \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} \operatorname{Re} G(j\omega) &= \frac{1}{1+\omega^2} \\ \operatorname{Im} G(j\omega) &= \frac{-\omega}{1+\omega^2} \end{aligned}$$



ω	$\operatorname{Re} G(j\omega)$	$\operatorname{Im} G(j\omega)$
0,0	1,000	0,000
0,2	0,962	−0,192
0,4	0,862	−0,344
0,6	0,735	−0,442
1,0	0,500	−0,500
1,5	0,308	−0,462
2,0	0,200	−0,400
3,0	0,100	−0,300
5,0	0,038	−0,192
∞	0	0

Ohne Beweis gilt ganz allgemein:

> Ist die Ortskurve von $G(j\omega)$ in der komplexen Zahlenebene eine Gerade (Halbgerade), so ist die Ortskurve von $1/G(j\omega)$ ein Kreis (Halbkreis) und umgekehrt.
> Die Inversion einer Geraden in der komplexen Zahlenebene ergibt einen Kreis.

Hausübung:

Für die folgende Übertragungsfunktion G(s) ist das Pol-Nulstellendiagramm sowie die Ortskurve gesucht!

$$G(s) = \frac{s}{1+s}$$