

## Betrag des Frequenzgangs

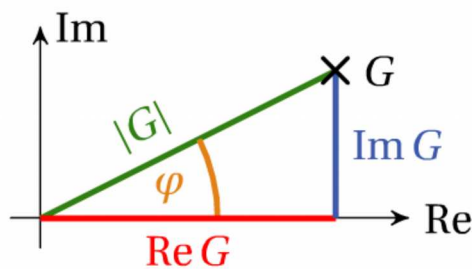
Der Betrag des Frequenzgangs ist das Amplitudenverhältnis zwischen der Ausgangsgröße  $x(t)$  und der Eingangsgröße  $u(t)$  (bei sinusförmiger Anregung); sein Argument ist die Phasenverschiebung zwischen den beiden Größen:

$$G(j\omega) = \frac{\hat{x}}{\hat{u}} \cdot e^{j\varphi} = |G(j\omega)| \cdot e^{j \arg G(j\omega)}$$

Für viele Berechnungen oder zur grafischen Darstellung ist der Frequenzgang entweder in Real- und Imaginärteil oder in Betrag und Argument (Phasenwinkel) aufzuspalten:

$$G(j\omega) = \frac{\hat{x}}{\hat{u}} \cdot e^{j\varphi} = \operatorname{Re}[G(j\omega)] + j \cdot \operatorname{Im}[G(j\omega)]$$

Ganz allgemein erfolgt die Umrechnung zwischen den beiden Darstellungsformen einer komplexen Zahl  $G$  mit Hilfe folgender Überlegungen:



$$G = |G| \cdot e^{j\varphi} = |G| (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \underbrace{|G| \cos \varphi}_{\operatorname{Re} G} + j \cdot \underbrace{|G| \sin \varphi}_{\operatorname{Im} G}$$

$$|G| = \sqrt{(\operatorname{Re} G)^2 + (\operatorname{Im} G)^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{\operatorname{Im} G}{\operatorname{Re} G}$$

$$\operatorname{Re} G = |G| \cdot \cos \varphi$$

$$\operatorname{Im} G = |G| \cdot \sin \varphi$$

## Beispiel: Komplexe Wechselstromrechnung

Die Untersuchung eines Systemverhaltens im Frequenzbereich ist Elektrotechnikern von der komplexen Wechselstromrechnung her vertraut, wenn auch mit etwas anderem gedanklichen Hintergrund und einer anderen Schreibweise.

In der Wechselstromtechnik werden komplexe Größen als Zeiger betrachtet (und unterstrichen dargestellt). Die Kreisfrequenz ist hier üblicherweise konstant,  $\omega = 2\pi 50\text{Hz}$ , im Vordergrund stehen hier Amplituden und Phasenverschiebungen in Abhängigkeit von *Parametern* (z. B. Widerständen, Induktivitäten, ...). In der Regelungstechnik steht das Frequenzverhalten eines Systems, also die Reaktion des Systems auf eine Eingangsgröße in Abhängigkeit von der *Kreisfrequenz* im Vordergrund.

Die unterschiedlichen Schreibweisen seien am Beispiel des ohmschen Gesetzes dargestellt:

$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \dots \quad \text{Schreibweise in der Elektrotechnik}$$

$$U(j\omega) = Z(j\omega) \cdot I(j\omega) \quad \dots \quad \text{Schreibweise in der Regelungstechnik}$$