7 Messtechnische Erfassung von Wechselgrößen

Wechselgrößen sind durch eine Anzahl von Kenngrößen (vgl. §6) charakterisiert.

In den meisten Fällen ist man bei Wechselgrößen am Effektivwert interessiert.

Er kann mit verschiedenen Messverfahren gewonnen werden. Wegen der Einfachheit werden oft **indirekte Methoden** verwendet. Indirekt bedeutet, dass der Effektivwert aus einer **einfacher messbaren** Größe gewonnen wird.

Mittelwertanzeigende Messgeräte wie z.B. Drehspulmesswerke, **eignen sich nicht** zur Messung von Wechselgrößen, da der Mittelwert einer (reinen) Wechselgröße bekanntlich Null ist.

Zur Messung von Wechselgrößen ist es aber möglich, Messgleichrichter einzusetzen und das Einsatzgebiet des Messwerks damit zu erweitern.

Gleichrichterschaltungen werden auch bei einfachen digital arbeitenden Messgeräten verwendet.

Ein direktes Verfahren zur Bestimmung des Effektivwertes stellen sogenannte Thermoumformer dar.

Das Signal wird einem **ohmschen Widerstand** zugeführt und **erwärmt** diesen. Es kann Strom und Spannung gemessen werden, jedoch ist bei Spannungsmessung ein Impedanzwandler erforderlich. Durch eine **Messung der Erwärmung** kann der Effektivwert ermittelt werden .

Die Messung des Effektivwertes ist ebenfalls durch spezielle Schaltkreise sogenannte Analogmultiplizierer möglich, die die Ermittlung des Effektivwertes definitionsgemäß durch Quadrieren, Mittelwertbildung und Wurzelziehen nachvollziehen.

In der heutigen Zeit liegt die Idee natürlich nahe, obige Rechenoperationen von einem Prozessor durchführen zu lassen.

Dies funktioniert, wenn man das Signal kontinuierlich abtastet und eine Reihe der Momentanwerten zwischengespeichert werden.

Man spricht vom **Abtastverfahren**.

7.1 Gleichrichtung

Teilweise sind Kenngrößen für Wechselsignale durch **einfache Gleichrichtung** des Messsignals über z.B. **Dioden** mess- bzw. ableitbar.

Wird jeweils nur die positive oder negative Halbwelle gleichgerichtet werden, spricht man von Halb- oder Einweggleichrichtung. Werden sowohl positive als auch negative Signalanteile erfasst, so entspricht dies der Vollweggleichrichtung.

Liegen **unsymmetrische Signale** (also **Signale mit Gleichanteil**) vor, so ist grundsätzlich eine Vollweggleichrichtung notwendig, da die Signalkennwerte nicht mehr aus nur einer Signalhälfte rekonstruiert werden können.

7.1.1 Einweggleichrichtung

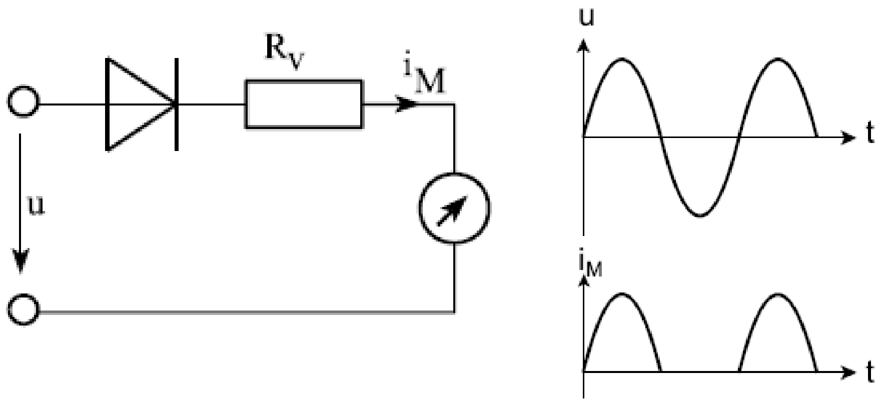

Abbildung 2: Einweggleichrichtung

Der Mittelwert des Messstromes ist proportional zum halben Gleichrichtwert der ursprünglichen Wechselspannung:

$$\boxed{\overline{i_M} \;=\; f\left(\overline{|u(t)|}\right) \;\propto\; \frac{1}{2T}\int_0^T |u(t)|\,dt} \qquad (1)$$

Bei Verwendung eines **Drehspulmesswerkes**, welches ab Frequenzen von ca. *5Hz* dem Messsignal nicht mehr folgen kann, stellt sich auch ein **Ausschlag *α* proportional zum Mittelwert des Messtromes** und damit zum halben Gleichrichtwert der ursprünglichen Wechselspannung ein:

$$\boxed{\alpha \;=\; f\left(\overline{|u(t)|}\right)} \qquad (2)$$

Nachteilig wirkt sich die **gekrümmte Kennlinie** der Diode aus, was einen nichtlinearen Skalenverlauf zur Folge hat.

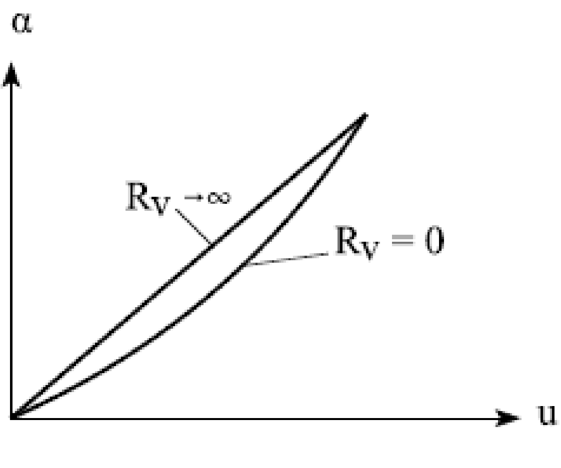

Abbildung 3: Linearisierung der Skala durch Vorwiderstand

Eine gewisse Linearisierung ist aber durch den Vorwiderstand *R_V* möglich.

Abhilfe kann aber auch durch Verwendung eines **aktiven Gleichrichters** (3. JG) geschaffen werden.

7.1.2 Vollweggleichrichtung

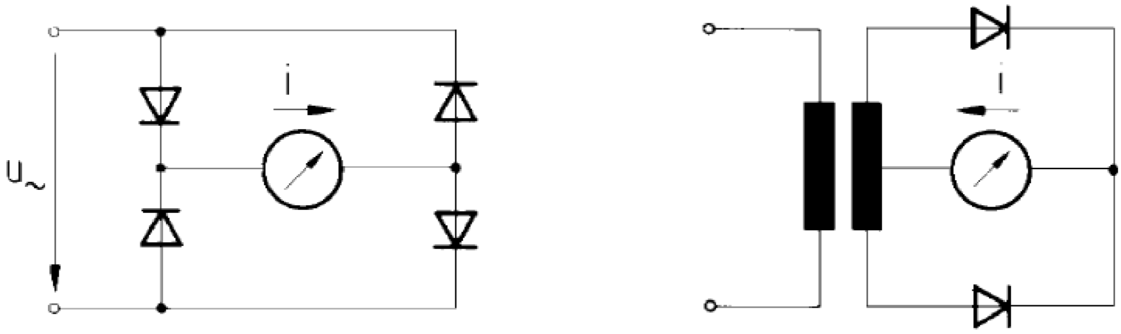

Abbildung 4: Vollweggleichrichtung - Graetzschaltung (links) - Zweiwegschaltung mit Transformation der Eingangsgröße(rechts)

Die für die Einwegschaltung genannten **Verzerrungen des Ausschlags *α* gelten auch hier**, wobei die **Empfindlichkeit** durch den vollen Gleichrichtwert **höher** liegt:

$$\overline{i_M} = f\left(\overline{|u(t)|}\right) \propto \frac{1}{T}\int_0^T |u(t)|\,dt \qquad (3)$$

Ist nun die Kurvenform bekannt, kann über den Formfaktor auf den Effektivwert der Eingangsspannung geschlossen werden.

Dies ist sowohl bei Ein- als auch Vollweggleichrichtung möglich:

$$F = \frac{u_{eff}}{|u|} \Rightarrow u_{eff} = F\cdot|u| \qquad (4)$$

Der **angezeigte Gleichrichtwert** muss auf der Skala mit dem Formfaktor *F* **korrigiert** werden. Üblich wird der Formfaktor für reine Sinusgrößen (*F = 1,11*) verwendet.

Deshalb entsteht ein Messfehler bei verzerrten Sinusgrößen oder anderen Funktionsverläufen, die einen anderen Formfaktor haben.

Typische Anwendungen sind **Vielfachmessgeräte** , die erreichbaren **Klassengenauigkeiten** liegen bei ca. ***1,5 - 2,5***.

Die **Gleichrichtwertmethode** (egal ob Ein- oder Vollweg) zur Bestimmung des Effektivwertes ist **nur für Signale bis ca. *100kHz*** anwendbar, da bei höheren Frequenzen sich das kapazitive Verhalten des Gleichrichters zunehmend störend bemerkbar macht.

Durch V**erwendung eines Messumformers mit *OPV*** können die Verzerrungen durch die Diodenkennlinie verringert/eliminiert werden. Der *OPV* gleicht die Nichtlinearität aus, sodass auch (fast) beliebig kleine Spannungen gemessen werden können (3. JG).

7.1.3 Spitzenwertgleichrichtung

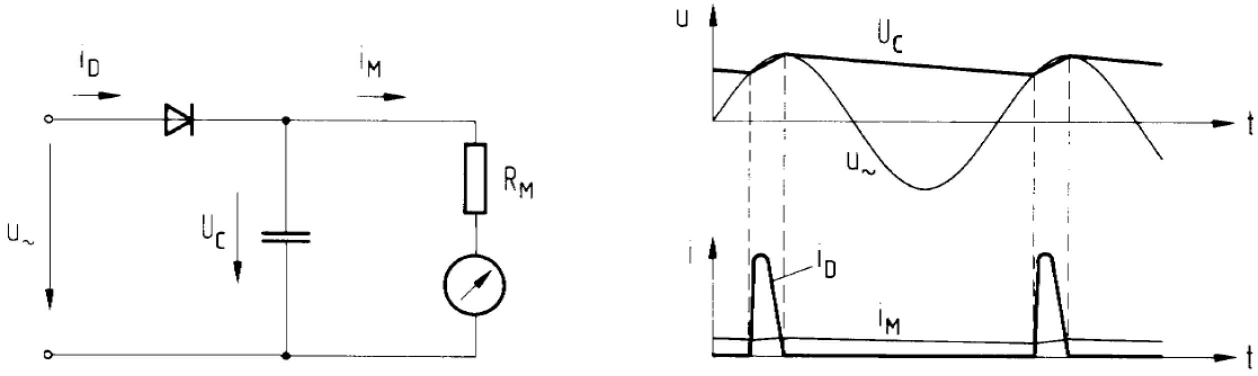

Abbildung 5: Spitzenwertgleichrichter

Der Spitzen- oder Scheitelwert der periodischen Messgröße ist eine weitere wichtige Kenngröße.

Das Prinzip beruht auf einer **Einweggleichrichtung mit Kondensator**: Während der positiven Halbwelle der Eingangsspannung ist die Diode leitend. Der **Kondensator *C* wird auf den positiven Spitzenwert der Spannung $u(t) = u_\sim$ aufgeladen**. Während der negativen Halbwelle sperrt die Diode und der Kondensator hält die Spannung. **Die Entladung** mit der Konstante $\tau = RC$ erfolgt über R_M und dem **Messwerk**.

Für möglichst genaue Messung gilt $\tau \gg T_s$ (T_s = Periodendauer des Messsignals).

Für die Messung von negativen Spitzenwerten wird die Diode umgepolt.

Über den Crestfaktor kann bei bekannter Kurvenform wieder auf den Effektivwert geschlossen werden (ACHTUNG: wieder nur für genau die zugrunde gelegte Kurvenform gültig!).

Vorteil der Spitzenwertschaltung ist die Verwendbarkeit bis zu hohen Frequenzen (*GHz*-Bereich!).

Die **Empfindlichkeit** ist allerdings durch die **Flussspannung** der verwendeten Dioden begrenzt, daher finden hier meist **Dioden mit sehr niedrigen Flussspannungen** (**Germanium, Schottky**) Verwendung. Spitzenwertgleichrichterschaltungen werden daher auch in **HF-Tastköpfen** verwendet.

7.1.3.1 Erfassung des Spitzen-Spitzenwertes

Die sogenannte Greinacher-Schaltung stellt eine Erweiterung der Spitzenwertgleichrichterschaltung um eine Spannungsverdopplung zur messtechnischen Erfassung des Spitzen-Spitzenwertes dar.

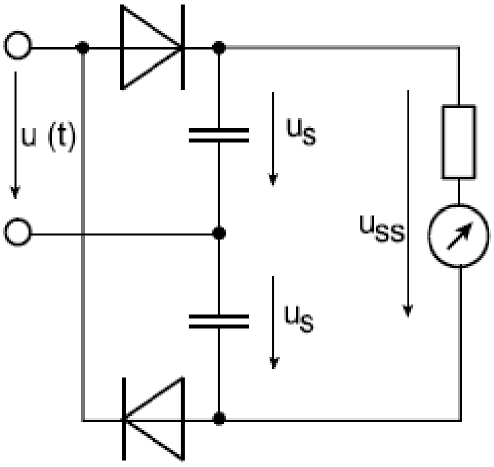

Abbildung 6: Greinacher-Schaltung

Für die Ausgangsspannung gilt:

$$\boxed{u_{ss} = 2\left(\hat{U} - U_F\right)} \qquad (5)$$

Dies entspricht der Spitzen-Spitzenspannung dann am Besten, wenn die Eingangsspannung groß gegen die Flussspannungen der Dioden ist.

Bei Eingangsspannungen im Bereich der Diodenflussspannung entstehen große Fehler!

7.2 Effektivwertmessung mit Thermoumformer

Der Thermoumformer besteht aus einem mit dem Nutzsignal beaufschlagten Heizwiderstand *R*, welcher in gutem thermischen Kontakt zu einem Thermoelement steht.

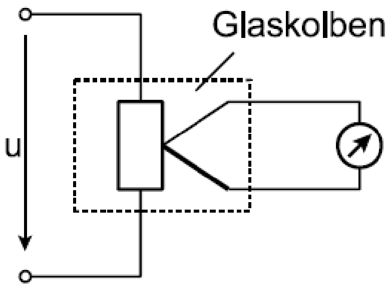

Abbildung 7: Thermoumformer

Die Anordnung ist meist in einem Vakuumglaskolben (Wärmeisolation, thermischer Widerstand R_{th}) eingeschmolzen.

Das **Thermoelement als Temperaturfühler** besteht aus zwei verschiedenen Metallen (z.B. *NiCr-Ni* oder *Fe-Const*), die punktförmig zusammengeschweißt sind. Aufgrund des **thermoelektrischen (Seebeck-)Effekts** bildet sich bei einer Temperaturdifferenz zwischen der Schweißstelle und der Vergleichsstelle (Übergang auf die Cu-Drähte des Messwerkes) eine sg. **Thermospannung** U_ϑ proportional zu dieser Temperaturdifferenz aus.

Die Temperatur bzw. die Temperaturdifferenz ist zur Heizleistung im Widerstand proportional.

Damit besteht ein quadratischer Zusammenhang zwischen der Spannung am Heizwiderstand (= Messspannung) und der Thermospannung:

$$\boxed{P = \frac{U_{eff}^2}{R} = \frac{\vartheta}{R_{th}} \Rightarrow U_{eff}^2 \propto P \propto \vartheta \propto U_\vartheta \Rightarrow U_{eff} \propto \sqrt{U_\vartheta}} \quad (6)$$

Wird die Temperatur **linear** gemessen, so entspricht das Messergebnis der umgesetzten **Leistung**. Durch **Wurzelziehen** kann die Linearität zum **Effektivwert** wieder hergestellt werden.

Das Messverfahren ist **unabhängig von der Kurvenform** - es kann von Gleichstrom bis in den *GHz*-Bereich angewendet werden. Es sind **Genauigkeiten bis *0.1%*** erreichbar. Als Nachteile sind die **geringe Überlastsicherheit** und die **schlechte Anzeigedynamik** (sehr träge) anzuführen.

7.2.1 Thermokompensator

Ein Verfahren bei dem der **Effektivwert der Spannung ohne weitere Umformung** gewonnen werden kann stellt der Wechselstrom-Gleichstrom Kompensator dar.

Das Messverfahren arbeitet nach dem Kompensator Prinzip. Das Messgerät bzw. die Spannung zwischen den Fühlern muss durch die variable Gleichstromquelle auf den Wert Null **abgeglichen** werden. Herrscht Gleichheit, so entspricht die Gleichspannung dem Effektivwert der Wechselspannung. Die Gleichspannung muss dabei gemessen werden.

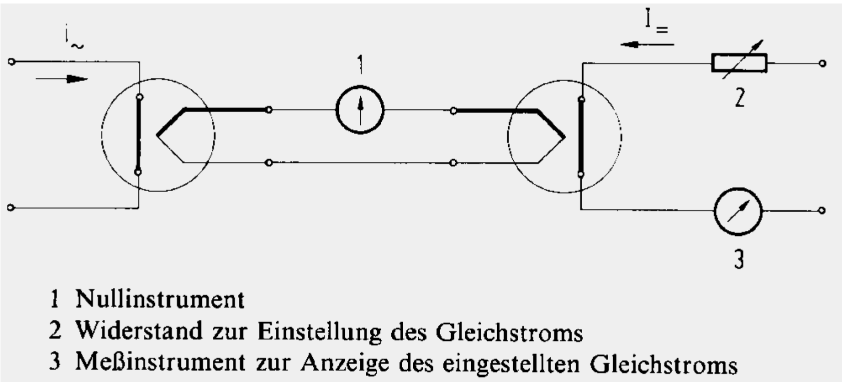

Abbildung 8: Thermoumformer - Kompensationsschaltung

Die Nachführung zum **Abgleich** kann auch **automatisch** mit einem Regler erfolgen. Derartige Umformer sind fertig als IC-Lösung verfügbar.

Eine monolithisch integrierte Lösung (abgesehen vom externen Komperator) ist z.B. von *LT* der

LT1088, der aber anstatt der schwer integrierbaren Thermoelemente die T**emperaturabhängigkeit der Flussspannung von Dioden** (bei Silizium: ca. *-2mV/K*) ausnutzt:

Die Genauigkeit wird mit *2%* bei Signalfrequenzen bis zu *100MHz* angegeben. Signale mit Crestfaktor bis *50* können verarbeitet werden (vgl. Datenblatt)!

7.3 Effektivwertmessung mit Analogmultiplizierer

Ein Multiplizierer arbeitet generell nach der Funktion $v_{out} = v_1 \bullet v_2$.

Häufig kommen aber aus verschiedenen Gründen **Differenzeingänge** sowie eine zusätzliche **Ausgangsoffsetkorrektur** zur Anwendung:

$$v_{out} = (v_{1a} - v_{1b}) \cdot (v_{2a} - v_{2b}) + c \qquad (7)$$

Schaltungstechnisch wird in der einfachen Realisierungsform der Umstand ausgenützt, dass sich die Multiplikation zweier positiver Faktoren auf die Logarithmierung der beiden Faktoren, anschliessende Addition und zur Bildung des Produktes auf eine finale Exponierung rückführen lässt:

$$v_{out} = v_1 \cdot v_2 = e^{\ln(v_1 \cdot v_2)} = e^{\ln v_1 + \ln v_2} \qquad (8)$$

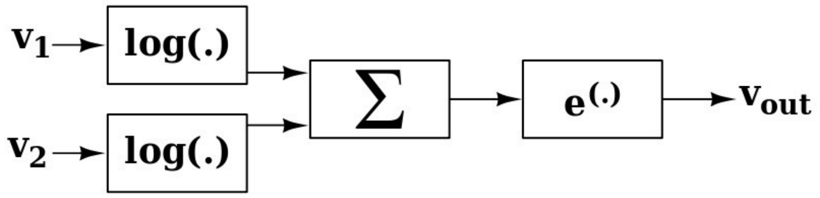

Abbildung 9: Blockschaltung Analogmultiplizierer

Prinzipiell können solche Logarithmier- bzw. Exponierfunktion mit *OPV*s realisiert werden, wenn in die Rückkopplung die entsprechende Abhängigkeit geschickt eingebaut wird. So z.B. liefert der Strom durch eine Diode in Vorwärtsrichtung gemäß der sg. Shockley-Gleichung

$$I_D = I_S \cdot \left(e^{-\frac{U_D}{n U_T}} - 1\right) \qquad (9)$$

die gewünschte Abhängigkeit. Der betagte Schaltkreis *4341* von *Burr-Brown* arbeitet nach diesem Prinzip.

Eine weitere Möglichkeit sind die exponentiellen Abhängigkeiten des Kollektor- bzw. des Basisstroms eines Bipolartransistors von seiner Basis-Emitterspannung. Durch geschickte Rückkopplung des Ausgangs an die Eingänge kann der Analogmultiplizierer auch zum Radizieren (Wurzelziehen) verwendet werden.

Der klassische Chip für die Effektivwertbildung war der *AD536*[1]. Dieser erlaubte eine echte Effektivwertbildung mit einem dynamischen Bereich von *60dB* bei *1%* Fehlergrenze für Signale mit Crestfaktoren < *7*.

Die Funktion eines analogen Multiplizierers kann oft besser mit Hilfe von Digitaltechnik (**Digitalmultiplizierer**) realisiert werden. Besonders im Bereich **niedriger Signalfrequenzen** sind digitale Lösungen billiger und effektiver. Mit steigenden Frequenzen wachsen die Kosten einer digitalen Lösung aber schneller gegenüber der einer analogen. Daher ist die **hohe mögliche Geschwindigkeit** des Analogmultiplizierers bei geringen Kosten ein Grund für den Einsatz in der HF-Technik als z. B. Modulator bzw. Demodulator, als Mischer oder eben auch zur Effektivwertbildung. Modernere Vertreter sind z. B. der bereits in §2 erwähnte *MPY634* von *Burr-Brown* oder verschiedene Schaltkreise von *Analog-Devices* (*AD834*, …).

7.4 Abtastverfahren

Bei genügend kleiner **Abtastperiodendauer T_A** lässt sich ein kontinuierlicher Signalverlauf durch eine Folge von Impulsen (Abtastwerten) hinreichend genau approximieren.

Anstelle des kontinuierlichen Signals $u(t)$ tritt dann das diskontinuierliche Signal $u_A(t)$, das nur zu den Abtastzeitpunkten t_n, $n = 0, 1, 2, ...$ (näherungsweise → Auflösung / Quantisierungsfehler!) gleich dem jeweiligen Momentanwert des Signals ist.

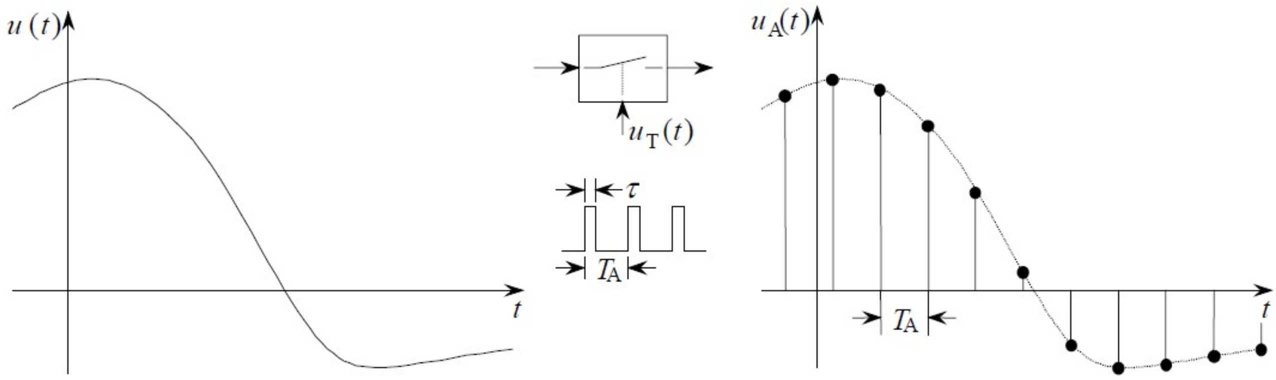

Abbildung 10: Signalabtastung, schematisch und Symbol eines Abtasters

Da von einem digitalen Messgerät i.a. nur eine **endliche Anzahl N von Abtastwerten** verarbeitet werden kann, ergibt sich bei einem **Abtastvorgang** eine **Stichprobe aus dem Signalverlauf** mit der Zeitdauer $T = N \cdot T_A$ oder bei einem integrierenden Verfahren ein arithmetischer Mittelwert des Signals innerhalb einer definierten Messzeit.

Die Augenblickswerte der Messgröße werden also in äquidistanten Zeitintervallen digitalisiert (abgetastet). Die **Darstellung der abgetasteten Werte erfolgt in Form einer Zeitreihe**

$$\boxed{u = (u_0, u_1, u_2, ..., u_{N-1})} \qquad (10)$$

1 Dieser Chip war einer der ersten verfügbaren Einchiplösungen für die Effektivwertbestimmung über die implizite Methode (Quadrierung und Mittelwertbildung, Radizierung über Rückkoppelnetzwerk). Entwickler war ein gewisser *Barrie Gilbert*, nachdem der klassische Analogmultiplizierer für Ströme benannt wird (*Gilbert*-Zelle - 1968)

für N Abtastwerte. Diese werden **zwischengespeichert** und stehen nun einer weiteren Verarbeitung durch (Signal-)**Prozessoren** zur Verfügung.

So kann der Effektivwert dieser Reihe von Momentanwerten (näherungsweise) bestimmt werden durch:

$$\boxed{u_{eff} \approx \sqrt{\frac{1}{N \cdot T_A} \sum_{n=1}^{N} u_n^2 \cdot T_A} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} u_n^2}} \qquad (11)$$

Diese numerischen Verfahren bieten gleichzeitig die **Möglichkeit** den **arithmetischen Mittelwert** zu bilden. Handelt es sich Mischgrößen (Gleichanteil + Wechselanteil) so kann auf numerischem Wege auch der **Effektivwert des Wechselanteils** ermittelt werden:

$$\boxed{u_{eff,AC} = \sqrt{u_{eff}^2 - \overline{u}^2}} \qquad (12)$$

Für die Abtastperiode ist das Abtasttheorem von Shannon zu beachten.

Es ist von grundlegender Bedeutung für die digitale Signalverarbeitung und damit auch für die Messtechnik. Es sagt aus, dass aus einer abgetasteten Funktion $u_A(t)$ die ursprüngliche Funktion $u(t)$ unter bestimmten Bedingungen ohne Informationsverlust zurückgewonnen werden kann:

> **Sind die in einem Signal *u(t)* enthaltenen Frequenzanteile auf ein Frequenzband $0 \leq f \leq f_{max}$ beschränkt, so genügt es, *u(t)* mit einer Abtastrate von**

$$\boxed{f_A = \frac{1}{T_A} \geqslant 2 \cdot f_{max}} \qquad \mathbf{(13)}$$

> **abzutasten, um aus der endlosen Folge der Abtastwerte $u_A(n \cdot T_A)$ mit $n = \{ -\infty ..., 2, 1, 0, 1, 2, ...\infty \}$ die ursprüngliche Funktion *u(t)* ohne Informationsverlust rekonstruieren zu können. Die Frequenz f_{max} ist dabei die höchste im Signal *u(t)* enthaltene Teilschwingung.**

Beispiel 1: Es soll der Effektivwert einer Sinuskurve mit Amplitude *5* und Frequenz *1* durch *n* Abtastwerte (*n = 1, 2, 5, 10, 20, ...*) ermittelt und der Fehler bezogen auf den tatsächlichen Effektivwert berechnet werden. Wie viele Abtastwerte sind erforderlich, sodass der Fehler unter *1%* bleibt ?