

## 8 Leistungsmessung im Wechselstromkreis

Da **zeitabhängige Größen**  $u(t)$  und  $i(t)$  vorliegt, ergibt die Multiplikation beider Größen die **Augenblicksleistung**  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ . Der **arithmetische Mittelwert** der Augenblicksleistung ist die **Wirkleistung**  $P$ :

$$P = \overline{p(t)} = \overline{u(t) \cdot i(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \quad (1)$$

Für sinusförmige Größen  $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega t)$  und  $i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega t - \varphi)$  folgt unmittelbar:

$$P = \overline{p(t)} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi \quad [\text{W}] \quad (2)$$

**Beispiel 1:** Es ist die Beziehung (2) unter Ausnutzung verschiedener Identitäten für Sinus- und Cosinusfunktionen abzuleiten!

$$\begin{aligned} p(t) &= u(t) \cdot i(t) = \hat{U} \cdot \hat{I} \left[ \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t - \varphi) \right] \\ &= \hat{U} \cdot \hat{I} \left[ \sin^2(\omega t) \cos \varphi - \sin(\varphi) \sin(\omega t) \cos(\omega t) \right] \\ &\quad \downarrow \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad \downarrow \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ p(t) &= \hat{U} \hat{I} \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2\omega t) \right) \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin(2\omega t) \cdot \sin \varphi \right] \\ \overline{p(t)} &= P = \hat{U} \hat{I} \left[ \underbrace{\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \overline{\cos(2\omega t)} \right)}_0 \cos \varphi - \frac{1}{2} \underbrace{\overline{\sin(2\omega t)}}_0 \sin \varphi \right] \\ &= \frac{\hat{U} \hat{I}}{2} \cdot \cos \varphi = \underline{U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \varphi} \quad \# \text{ ped} \end{aligned}$$

Betrachtet man nur die **Effektivwerte** der zeitabhängigen Größen  $u(t)$  und  $i(t)$  und multipliziert diese ohne Berücksichtigung spricht man von der **Scheinleistung**  $S$ :

$$S = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \quad [\text{VA}] \quad (3)$$

Um den Zusammenhang zwischen Wirkleistung und Scheinleistung zu komplettieren wird die **Blindleistung**  $Q$  benötigt. Es gilt:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \Rightarrow Q = \sqrt{S^2 - P^2} \quad [\text{var}] \quad (4)$$

## 8 - Leistungsmessung im Wechselstromkreis

Für **sinusförmige** Größen folgt:

$$Q = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin \phi = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\phi - 90^\circ) \quad (5)$$

**Im Gegensatz zur Wirkleistung verrichtet die Blindleistung im Verbraucher keine Arbeit, vielmehr wird die Energie in den reaktiven Komponenten der Last "zwischengespeichert" und dann, wenn die Augenblickswerte  $u(t)$  und  $i(t)$  unterschiedliche Vorzeichen haben, wieder in die Versorgung zurückgespeist.**

**Nichtsdestotrotz muss die Augenblicksleistung zu jedem Zeitpunkt von der Versorgungseinrichtung zur Verfügung gestellt werden, d. h. der Blindstrom wird zusätzlich zum Wirkstrom auf der Leitung unnötigerweise hin- und hergeschoben und erzeugt dort zusätzliche ohm'sche Verluste. Dies bedeutet eine zusätzliche Belastung für das versorgende Netz.**

**Erdkabel** beispielsweise stellen aufgrund des geringen Abstandes der Adern zueinander und der (gegenüber Luft) erhöhten Dielektrizitätszahl bei gegebener Länge eine **große kapazitive Last** dar. Die ca. **11,5km** lange **380-kV-Transversale Berlin**<sup>1</sup> hat eine Kapazität von ca. **2,2μF**. Um diese mit 50Hz umzuladen, muss Blindstrom von **277A** aufgebracht werden, das entspricht einer Blindleistung von **110Mvar**. Deshalb ist die sinnvolle maximale Kabellänge auf etwa **70km** begrenzt.

Von (großen) Verbrauchern generierte Blindleistungen sind daher bei den Energieversorgern äußerst unbeliebt, die Bestimmung der Blindleistung ist daher durchaus eine notwendige und sinnvolle Messaufgabe!

### 8.1 Leistungsmesser

Leistungsmesser für den Gleichstromkreis können als triviale Sonderfälle der AC-Wirkleistungsmesser angesehen werden.

Allgemein können für **sinusförmige** Größen folgende Messprinzipien angesetzt werden:

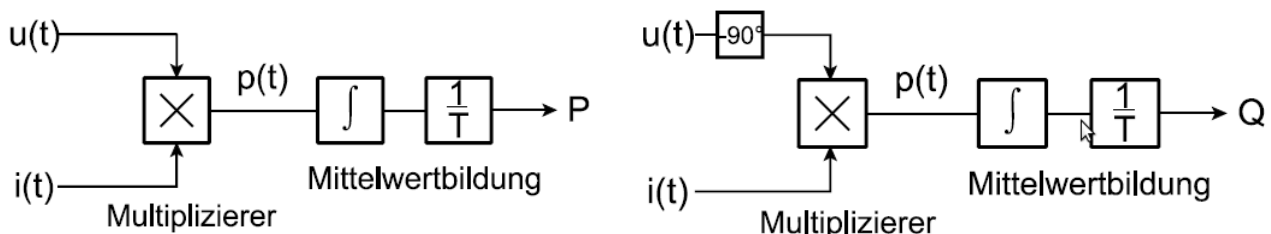


Abbildung 1: Blockschaltbild Wirkleistungsmessung (links) - Blindleistungsmessung (rechts)

<sup>1</sup> Die **380-kV-Transversale Berlin** ist die zum größten Teil als Erdkabel ausgeführte 380-kV-Leitung durch das Stadtgebiet von Berlin.

### 8.1.1 Elektrodynamisches Messwerk

Der Zeigerausschlag ist proportional der Augenblicksleistung  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$ . Der Zeiger stellt sich aber aufgrund der Trägheit auf den Mittelwert  $P$ , d.h. die Wirkleistung, ein.

Unter Verwendung eines zusätzlichen **Phasenschiebers** (z.B. Hummelschaltung<sup>2</sup>) kann mit dem elektrodynamischen Messwerk auch **Blindleistung** gemessen werden

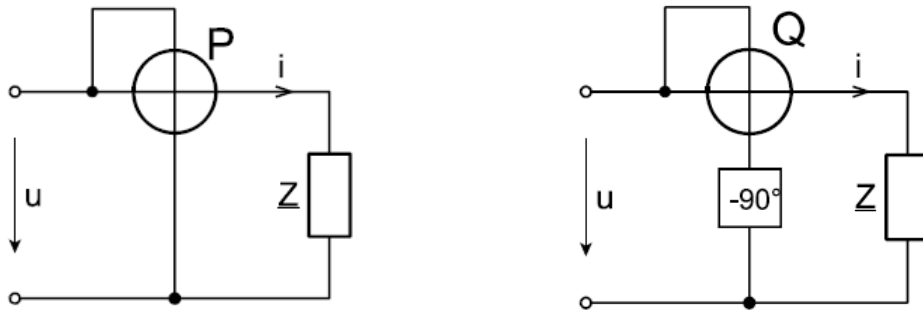


Abbildung 2: Wirkleistungsmesser (links) - Blindleistungsmesser (rechts)

Da es sich um ein Zeigerinstrument ohne weitere Verarbeitungsmöglichkeit handelt kommt das elektrodynamische Messwerk zusehends außer Verwendung.

### 8.1.2 Elektronische Wirkleistungsmessung

Gemäß Abb. 1 (links) können elektronische Lösungen zur Wirkleistungsmessung entweder über Analogmultiplizierer mit Mittelwertbildung (Tiefpass) oder durch Abtastung und Digitalisierung der Größen  $u(t)$  und  $i(t)$ , mit anschließender Multiplikation und Mittelwertbildung durch einen Mikroprozessor realisiert werden.

#### Analogmultiplizierer

Eine sehr einfache Lösung unter Verwendung des Analogmultiplizierers AD633 wurde im Internet<sup>3</sup> publiziert:

<sup>2</sup> vgl. <http://de.wikipedia.org/wiki/Hummelschaltung>

<sup>3</sup> [http://danyk.cz/wmetr\\_en.html](http://danyk.cz/wmetr_en.html)

## 8 - Leistungsmessung im Wechselstromkreis

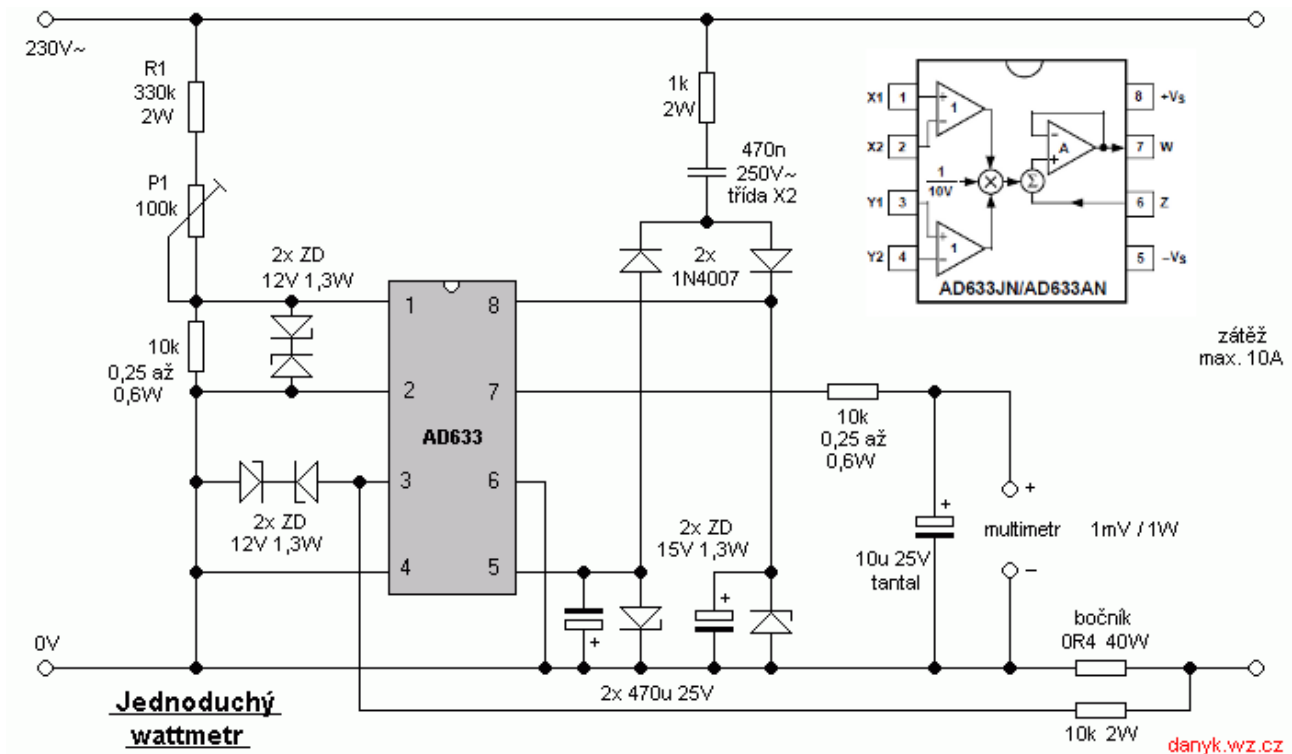


Abbildung 3: Einfacher Wirkleistungsmesser mit Analogmultiplizierer. **Vorsicht Netzspannung!**

Die Schaltung ist zwar lediglich eine "Bastlerlösung", aber wegen ihrer bestechenden Einfachheit unter zu Hilfenahme des Datenblatts des AD633 sehr leicht zu verstehen.

**Von einem Nachbau wird aber wegen der fehlenden galvanischen Trennung zum Netz trotzdem abgeraten!**

**Beispiel 2:** Die Schaltung des Wirkleistungsmessers in Abb. 3 ist zu analysieren! Die Funktion jedes einzelnen Bauteils ist zu hinterfragen. Wie kommt die Empfindlichkeit von  $1\text{mV/W}$  zustande? Wie wird der IC versorgt, wodurch werden seine Eingänge geschützt? Wo erfolgt die Mittelwertbildung? Wo und in welcher Weise erfolgt die Multiplikation?

Eine professionellere Schaltung zeigt Abb. 4. Die Spannung wird durch Teilung auf niedrige Wert reduziert. Die Transildiode schützt vor Überspannung. Der Stromwandler mit der Bürde  $R7$  ermöglicht potentialfreie Messung und somit auch die Erfassung der Blindleistung im Drehstromnetz sofern die Gerätemasse nicht geerdet ist. Mit  $R14$  und  $R15$  findet ein Offsetabgleich statt.  $R13$  dient zur Einstellung der Multiplikationskonstante. Die Ausgangsspannung  $U_4(t)$  muss anschließend durch einen Tiefpass geglättet (Mittelwertbildung) werden. Ebenso fehlt die Spannungsversorgung sowie die Anzeige!

## 8 - Leistungsmessung im Wechselstromkreis

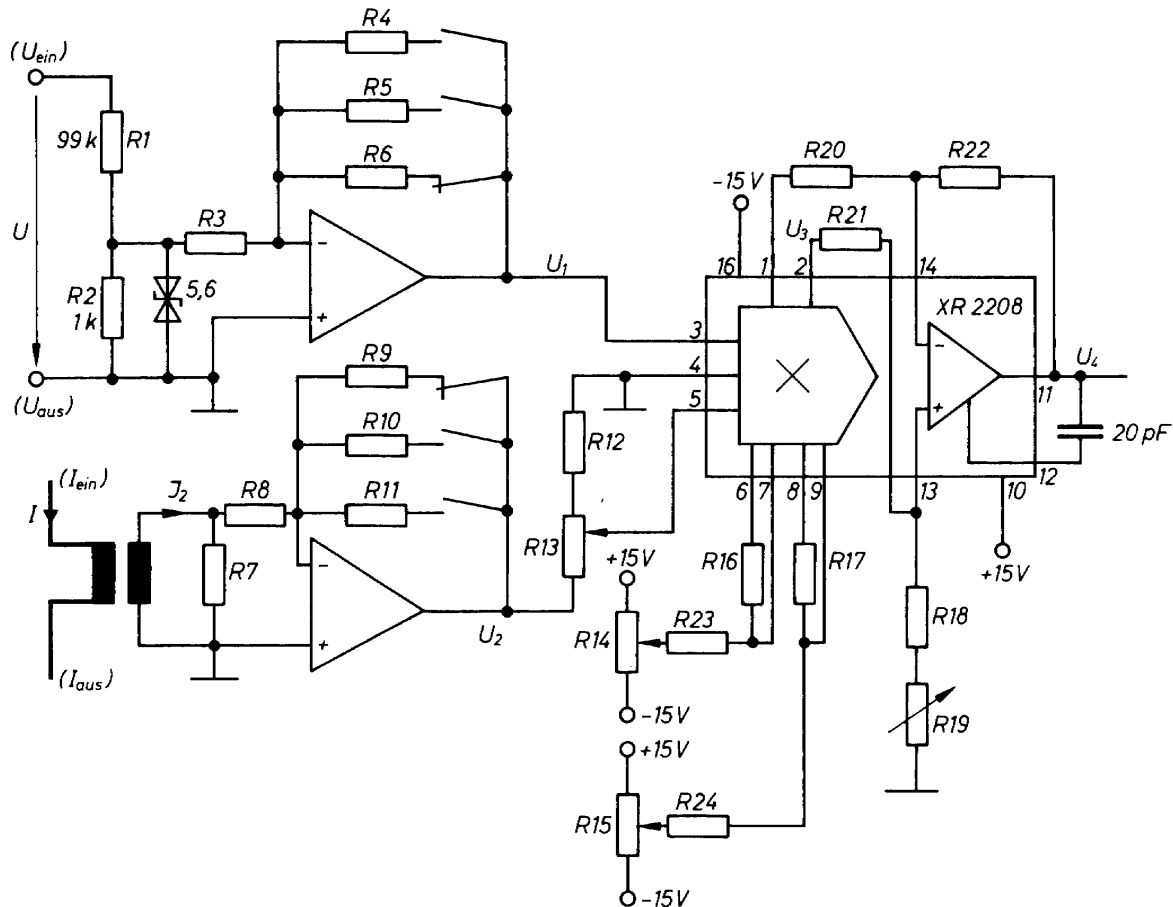


Abbildung 4: Leistungsmesser mit Analogmultiplizierer XR2208 (Mittelwertbildung fehlt!)

### Abtastverfahren

Werden Strom und Spannung kontinuierlich abgetastet und zwischengespeichert so kann die Leistungsmessung durch Verarbeitung der Momentanwerte für Spannung und Strom mittels Mikroprozessor erfolgen.

Die Wirkleistung kann dabei durch Multiplikation der Momentanwerte für Strom und Spannung und anschließender Mittelung über mindestens eine volle Periode errechnet werden:

$$P = \overline{p(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u_i \cdot i_i \quad (6)$$

Die Ermittlung der **Scheinleistung** ist durch die völlig analoge **Berechnung der Effektivwerte** ebenfalls problemlos möglich, daraus ergeben sich in einfachster Weise auch die **Blindleistung** und der **Leistungsfaktor**  $\cos(\varphi)$ .

**Die Wahl des Abtastintervalls ("Samplingrate") ist auch hier prinzipi-**

**ell die entscheidende Aufgabe. Einerseits soll der Aufwand möglichst gering gehalten werden, andererseits ist das Shannon'sche Abtasttheorem unbedingt einzuhalten.**

Liegen stark **oberwellenbehaftete** Signale für Strom und Spannung vor, können **erhebliche Fehlmessungen** auftreten. Wird eine zu geringe Samplingrate verwendet, werden (bei richtig dimensionierten Anti-Aliasing-Filtern der ADCs) nicht alle Frequenzanteile erfasst, und somit die Signale beim digitalisieren verfälscht. In der Netzversorgungs Umgebung treten Oberwellen hoher Frequenz (bis in den MHz(!)-Bereich) häufig bei der Antriebstechnik (Frequenzumrichter, Servoverstärker,..) oder bei Schaltnetzteilen (meist fernöstlicher Herkunft) mit unzureichenden Eingangsfiltern auf.

**Preiswertere digitale Leistungsmesser (und die mit diesen eng verwandten Energiemesser) können unter solchen Randbedingungen kein richtiges Messergebnis liefern.**

**Beispiel 3:** Ermittlung der Effektivwerte für  $U_{\text{eff}}$  und  $I_{\text{eff}}$  und der Leistung  $P$  zu nachfolgenden

Messreihen: Spannung  $U$  : 60.9, 236.9, 322.4, 284.8, 138.4, -60.9, -236.4, -322.4, -284.8, -138.4

a) Strom  $I$  : 0.56, 2.19, 2.98, 2.63, 1.28, -0.56, -2.19, -2.98, -2.63, -1.28

b) Strom  $I$  : 2.95, 2.05, 0.38, -1.45, -2.71, -2.95, -2.05, -0.38, 1.45, 2.71

Beispiele.ods → 8-3a, 8-3b

**Beispiel 4:** Es soll die Wirkleistung aus sinusförmigen Spannung und einem um  $45^\circ$  verschobenen Strom durch  $n$  Abtastwerte ermittelt und der Fehler bezogen auf die tatsächliche Leistung berechnet werden.  $U_{\text{eff}} = 220\text{V}$ ,  $I_{\text{eff}} = 5\text{A}$ ,  $n = 2, 5, 10, 20, \dots$  Wieviele Abtastwerte sind erforderlich, sodass der Fehler unter 1% bleibt? Um welche Faktor muss die Abtastfrequenz höher als die Signalfrequenz sein?

Beispiele.ods → 8-4

## 8.2 Energiemessung

Ein Messgerät für elektrische Energie muss grundsätzlich aus einer Leistungsmesseinrichtung mit zeitlicher Integrationsmöglichkeit bestehen.

Beim digitalelektronischen Messverfahren benötigt man daher neben einem nach dem Abtastverfahren arbeitenden Wattmeter eine Uhr, die die Zeit in genaue Abtastschritte  $\Delta T_a$  unterteilt:

$$E = \int_0^{T_a} u(t) \cdot i(t) dt \approx \sum_{i=1}^{n} u_i \cdot i_i \cdot \Delta T_a \quad (7)$$

Dies gilt natürlich auch für digitalelektronische Energiemesser im **Gleichstromsystem** (trivialer Sonderfall); Anwendungen sind z. B.: Ladezustandsmessung für Akkumulatoren, Messung des

## 8 - Leistungsmessung im Wechselstromkreis

Energieertrags von Photovoltaiksystemen, ...

Für die **Wechselstromanwendung** werden die bisher gebräuchlichen Induktionsmesswerke nach dem Willen einer EU-Richtlinie<sup>4</sup> zunehmend durch volldigitale "**Smartmeter**" ersetzt. Neben der reinen Energiemessung und "Zähleranzeige" werden hier noch eine Reihe **zusätzlicher Funktionalitäten** wie Fernübertragung der Messdaten (Zählerablesen nicht mehr nötig, Statistikfunktionen, ...) und Fernwirkrichtungen (Fernabschaltung bei säumigen Zahlern, gezieltes zu- und abschalten großer Verbraucher je nach vorhandener Erzeugungskapazität...) usw. realisiert.



Abbildung 5: Intelligenter Stromzähler

4 RICHTLINIE 2006/32/EG DES EUROPÄISCHEN PARLAMENTS UND DES RATES vom 5. April 2006 über Endenergieeffizienz und Energiedienstleistungen und zur Aufhebung der Richtlinie 93/76/ EWG des Rates.  
"Der Zweck intelligenter Zähler ist, allen Endkunden in den Bereichen Strom, Erdgas, ...eine Anzeigemöglichkeit zu wettbewerbsorientierten Preisen bereitzustellen, die den tatsächlichen Energieverbrauch des Endkunden und die tatsächliche Nutzungszeit in Privathaushalten widerspiegelt. Aufgrund dieser Möglichkeit soll dem Endverbraucher von der Tageszeit abhängige und ggf. billigere Energiekosten angeboten werden, um damit dem Energieversorger im Gegenzug die Möglichkeit zu geben, die vorhandene Kraftwerkinfrastruktur besser ausnutzen zu können sowie Investitionen für Spitzenlastausbau vermeiden oder zurückstellen zu können"