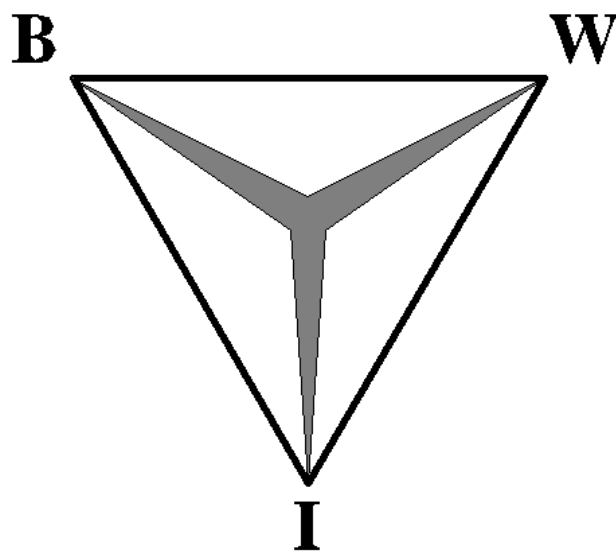


## **SPELTHEORIE EN TOEPASSINGEN**



Han Long Li  
(BWI-werkstuk, februari 2003)  
Vrije Universiteit  
Faculteit der Exacte Wetenschappen  
Studierichting Bedrijfswiskunde en Informatica (BWI)

## **INHOUDSOPGAVE**

<b>VOORWOORD</b>	<b>3</b>
<b>1. INLEIDING</b>	<b>4</b>
<b>2. SPELTHEORIE</b>	<b>5</b>
2.1 Wat is speltheorie?	5
2.2 Geschiedenis van de speltheorie	6
2.3 Fundamentele aannamen in de speltheorie	7
<b>3. NIET-COÖPERATIEVE SPELTHEORIE</b>	<b>8</b>
3.1 Representatie van niet-coöperatief spel	8
3.2 Oplossingsconcepten van niet-coöperatief spel	10
3.3 Toepassing niet-coöperatieve speltheorie: gastarbeidersprobleem	14
3.3.1 Probleembeschrijving	14
3.3.2 Model van werving jaren '60	15
3.3.3 Verbetering model	16
3.3.4 Conclusie	19
<b>4. COÖPERATIEVE SPELTHEORIE</b>	<b>20</b>
4.1 Representatie van coöperatief spel	20
4.2 Oplossingsconcepten van coöperatief spel	20
4.3 Toepassing van coöperatieve speltheorie: politieke machtsindex	20
4.3.1 Probleembeschrijving	20
4.3.2 Model	21
4.3.3 Conclusie	29
<b>LITERATUURLIJST</b>	<b>30</b>

## **Voorwoord**

Dit BWI-werkstuk is een onderdeel van de opleiding Bedrijfswiskunde en Informatica (BWI) aan de Vrije Universiteit Amsterdam. Het heeft als doel een student een BWI-onderwerp op een heldere wijze te laten beschrijven, waarbij het resultaat gericht moet zijn op een deskundige manager. Dit werkstuk gaat over de speltheorie en de toepassingen daarvan. Ik heb speltheorie als onderwerp gekozen, omdat speltheorie de relevante deelgebieden Bedrijfskunde, Wiskunde en Informatica bevat. Er worden twee toepassingen beschreven in dit werkstuk die maatschappelijke waarde hebben.

Verder wil ik mijn begeleider, de heer Rob van der Mei, bedanken voor zijn inspirerende ideeën. Bij het schrijven van dit werkstuk, ben ik geholpen door twee medestudenten, Theo Peek en Jasper Roseboom, die mij op de taalfouten hebben gewezen. Mijn dank gaat ook uit naar Theo en Jasper.

Ik wens u veel leesprezier.

## 1. Inleiding

De speltheorie is tegenwoordig niet meer weg te denken uit een groot aantal gebieden. Denk bijvoorbeeld aan veilingen van licenties voor mobiele netwerken, kostenallocatie met meerdere partijen als kostendrijvers, politieke machtsindicatoren en prijsstrategieën in oligopolie markten. In dergelijke gevallen is de strategie van een ‘speler’ afhankelijk van de strategie van een andere ‘speler’.

Met behulp van de speltheorie kan een strategie van een ‘speler’ worden bepaald, gegeven de situatie. Niet alleen de economische wetenschappen maken gebruik van de speltheorie. Ook in de biologie, politicologie en andere wetenschappen wordt de speltheorie gebruikt.

Het is niet mogelijk om alle concepten van de speltheorie in dit werkstuk te behandelen. Wel komen een aantal concepten aan bod. Deze concepten geven een theoretisch kader waarmee een aantal toepassingen kan worden uitgelegd.

In hoofdstuk 2 wordt de speltheorie in het algemeen besproken. In hoofdstuk 3 wordt het theoretisch kader beschreven van niet-coöperatieve. In dat theoretisch kader wordt een toepassing behandeld, namelijk immigratieprobleem. In hoofdstuk 4 wordt het theoretische kader beschreven van coöperatieve speltheorie behandeld. In dat theoretische kader wordt ook een toepassing behandeld, namelijk politieke machtsindex.

## 2. Speltheorie

### 2.1 Wat is speltheorie?

In het *van Dale* woordenboek wordt ‘speltheorie’ gedefinieerd als: ‘*theorie van het spelen of van het kansspel*’.

Een spel in de speltheorie gaat uit van meerdere spelers. Alle spelers hebben een keus uit een aantal strategieën. De gespeelde strategieën leiden tot een zekere uitbetaling. Deze uitbetaling wordt in het algemeen uitgedrukt in de verwachte nutwaarde<sup>1</sup>. Dit kan ook geld zijn. Een speler heeft als doel om zijn/haar nut te maximaliseren. De beslissingen van een speler zijn sterk afhankelijk van de beslissingen van andere spelers in het spel. De speltheorie bestudeert het gedrag in dit interactieve beslissingsproces, waarbij de spelers hun nutwaarden proberen te maximaliseren.

Speltheorie heeft veel toepassingen in de economie. Spelers realiseren in deze toepassingen dat ze te maken hebben met een ‘spel’ en dat hun beslissing afhankelijk is van wat de anderen doen. Bijvoorbeeld als je een product aanbiedt op de markt, speel je een prijszettingsspel. De prijs van het product laat je sterk afhangen van wat de andere verkopers doen. Als je duurder bent dan de andere verkopers, verkoop je namelijk niets. Als je goedkoper bent, dan zullen andere verkopers hierop waarschijnlijk reageren met het verlagen van de prijzen van hun goederen. Dit kan uiteindelijk leiden tot een moordende concurrentie. Een ander voorbeeld betreft het solliciteren. Dit is in feite ook een spel, alleen nu tussen werkgever en de sollicitant. Voor de werkgever is de kwaliteit van de sollicitant niet observeerbaar, maar de werkgever kan wel in loon variëren. Een werknemer kan een signaal afgeven welke kwaliteiten hij/zij in huis heeft. Een signaal is bijvoorbeeld de opleiding die hij/zij gevolgd heeft. De sollicitant kan vervolgens het loonbod accepteren of weigeren. Als dit loonbod lager is dan de minimumeis van de sollicitant, dan zal de sollicitant dit loonbod weigeren. Deze minimumeis is afhankelijk van de kwaliteiten van de sollicitant. Een sollicitant waarvan de minimumeis lager is dan het loonbod zal het bod accepteren mits het bod hoger is dan van andere werkgevers.

Speltheorie houdt zich bezig met het oplossen van dergelijke ‘spellen’. Door een spel te bestuderen kan men een praktijkprobleem moduleren. Bij het oplossen van een spel kan men de beste strategie voor het corresponderende praktijkprobleem bepalen.

---

<sup>1</sup> von Neumann-Morgenstern utility

## **2.2 Geschiedenis van de speltheorie**

De Hongaarse wetenschapper Von Neumann (1903-1957), ontwerper van de atoombom en de moderne computer, heeft ook de speltheorie ontwikkeld<sup>2</sup>.

Als jonge twintiger publiceerde Von Neumann enkele opvallende teksten over de wiskundige logica en vooral de wiskundige grondslag van de kwantummechanica. Als 23-jarige maakte hij in het proefschrift "The Theory of Parlor Games" een wiskundige analyse van een reeks denkspelen. Hij maakte een onderscheid tussen de spelen waarin de sterkte en de strategieën van de tegenstander geen effect hebben op het vinden van de beste zet - bijvoorbeeld schaken - en de spelen waarin de zetten van de tegenstander wel een rol spelen, zoals poker. Hij toonde wiskundig aan dat een pokerspeler het best zijn eigen strategie kon variëren in plaats van uit te vissen welke strategie zijn tegenspeler hanteert.

John Nash is één van de eerste wiskundigen geweest die de speltheorie heeft geformaliseerd. In 1994 heeft John Nash samen met twee andere speltheoretici de Nobelprijs voor de economie gewonnen op grond van hun prestaties in de niet-coöperatieve speltheorie.

We kennen John Nash van de film "A beautiful mind". Deze met 4 Oscars bekroonde film beschrijft het levensverhaal van John Nash. In de film komt de volgende situatie voor: Nash zit met een aantal medestudenten in de kroeg te discussiëren over de economische wetenschap. Terwijl ze aan het praten zijn, komt er een zeer mooie blondine de kroeg binnen, gevolgd door een aantal brunettes die er ook niet lelijk uitzien. Nash en zijn vrienden zijn onmiddellijk van hun onderwerp afgeleid door zoveel schoonheid. Eén van zijn vrienden stelt voor om ieder voor zich een poging te wagen om het hart van de blondine te veroveren: "Dat de beste moge winnen!". Nash zegt dat dit niet slim is: "Als we allemaal kwijlend voor de blondine storten, dan zal ze ons afwijzen. Vervolgens zullen de brunettes zichzelf als de tweede keus zien, en hebben we ook bij hen onze kansen vergooid." Dus hij stelt voor om toch ieder van hun voor een brunette te gaan. Dat hebben ze ieder geval een gezellige avond. Deze strategie zal niet tot het zogenaamde Nash-evenwicht leiden omdat gegeven de anderen voor een brunette te gaan is het juist optimaal voor de blondine te gaan. Maar Nash gaat niet voor de blondine. Hij maakt geen gebruik van de door hem ontwikkelde theorie.

---

<sup>2</sup> De Financieel Economische Tijd Donderdag 3 augustus 2000 van Pierre Huylenbroeck

Inmiddels is speltheorie niet meer weg te denken uit de moderne economie. Bedrijven en overheden huren vaak speltheoretici in voor het oplossen strategisch beslissingsprobleem. De speltheorie wordt toegepast in veilingen, onderhandelingen, industriële organisatie en zelfs in de politieke wetenschap en de biologie.

### ***2.3 Fundamentele aannamen in de speltheorie***

Om de spellen te kunnen bestuderen zijn een aantal aannames gemaakt voor de spelers. De belangrijkste aannamen bij zowel het coöperatieve als het niet-coöperatieve spel zijn:

1. De spelers zijn ate rationaliteit (common sense).
2. De spelers hebben een oneindig goed geheugen (perfect recall).
3. De spelers maximaliseren het eigen nut.

### 3. Niet-coöperatieve speltheorie

#### 3.1 Representatie van niet-coöperatief spel

De representatie van een niet-coöperatief spel is vaak erg belangrijk voor het analyseren van een speltheoretisch probleem. In het algemeen zijn verschillende representaties van een spel mogelijk.

Een niet-coöperatief spel kan gepresenteerd worden in 2 vormen, namelijk in extensieve en in normale vorm. In extensieve vorm wordt een spel gerepresenteerd als een spelboom of een spelmatrix. In normale vorm krijgt het spel een wiskundige representatie.

Hieronder worden de verschillen tussen beide representaties uitgelegd aan de hand van de bekende *prisoner's dilemma*.

##### *Het prisoner's dilemma: extensive vorm*

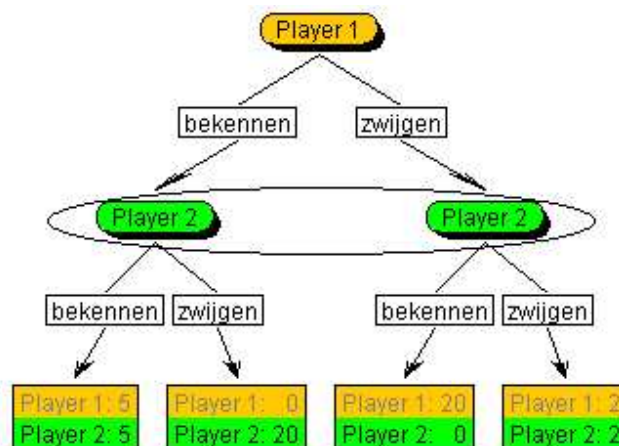
Dit spel beschrijft twee criminelen die gepakt worden. Als de één bekent en de ander zwijgt, dan wordt degene die heeft bekend getuige à charge en wordt vrijgelaten; de ander zal vervolgens worden veroordeeld tot 20 jaar gevangenisstraf. Als ze beide bekennen, worden ze elk tot 5 jaar veroordeeld. Als ze beide zwijgen krijgen ze allebei twee jaar straf wegens gebrek aan bewijs. In tabel 1 wordt de uitbetalingen weergegeven. Het vetgedrukt getal is uitbetaling voor de speler 1, het andere getal is uitbetaling voor speler 2.

speler 1 \ speler 2	Bekennen	Zwijgen
Bekennen	( <b>5</b> , 5)	( <b>0</b> , 20)
Zwijgen	( <b>20</b> , 0)	( <b>2</b> , 2)

*Tabel 1: uitbetalingsmatrix voor het prisoner's dilemma*

Overigens is een dynamisch spel, een spel met de volgorde van de zetten, makkelijker te representeren in een spelboom. Bij de knooppunten van de boom wordt aangeduid welke speler aan zet is. Als het spel afgelopen is bij bepaalde noten wordt er uit betaling aan elke speler bij de betreffende knooppunten aangeduid.





**Figuur 1: Prisoner's Dilemma als een spelboom**

In de representatie van de boomstructuur maken we gebruik van de informatieset. Een informatieset wordt aangeduid met het ovaal. Informatieset met meerdere beslissingspunt betekent dat een speler in zet is, maar hij weet niet welke beslissingspunt hij zich bevindt in binnen de informatieset. In geval van de *prisoner's dilemma* weet de speler 2 niet welke actie speler 1 heeft gedaan. Bij het uiteinde van de boom zie je de uitbetalingen voor de spelers bij de verschillende acties die ze spelen.

### ***Prison's dilemma: normale vorm***

Voor een spel met  $I$  spelers, de normale vorm representatie  $\Gamma_N$  bevat voor elke speler  $i$  een set van strategieën  $S_i$  en een uitbetalingsfunctie  $u_i = (s_1, s_2 \dots s_I)$ . Formeel schrijven we dit zo:  $\Gamma_N = [I, \{S_i\}, \{u(\cdot)\}]$ . Voor het voorbeeld in Tabel 1 betekent dit:

$$I = \{1, 2\}, u_1(b, b) = 5, u_1(z, b) = 20, u_1(b, z) = 0, u_1(z, z) = 2,$$

$$u_2(b, b) = 5, u_2(z, b) = 0, u_2(b, z) = 20, u_2(z, z) = 2.$$

$I$  is de spelersverzameling. In dit geval hebben we alleen 2 spelers, dus  $I = \{1, 2\}$ .  $\{S_i\}$  is de strategieverzameling de spelers  $i$ .  $\{u(\cdot)\}$  is de verzameling uitbetalingsfunctie voor speler  $i$ . De uitbetaling afhangt af van de gespeelde strategie  $S = (s_1, s_2)$ . Bij het voorbeeld boven staat  $u_1(b, b) = 5$ , dat wil zeggen uitbetaling voor speler 1 is 5 bij gespeelde strategie dat beide spelers bekennen.

### 3.2 Oplossingsconcepten van niet-coöperatief spel

In een niet-coöperatief spel zoekt men in het algemeen een evenwicht van het spel. De keus die men maakt in een spel heet strategie. Strategie is niet alleen wat je als keus hebt op een bepaald punt in het spel; strategie houdt ook in dat je een antwoord hebt als het spel op een ander punt is. Bijvoorbeeld bij schaken is je strategie niet alleen de zet die je doet, maar ook het beschikbaar hebben van een antwoord op alle mogelijke zetten van je tegenstander.

Een strategie is anticiperen op alle mogelijke situaties. Een evenwicht van een spel wil zeggen dat de spelers optimaal tegen elkaar spelen. Alle spelers spelen het “beste antwoord” tegenover de strategieën van de ander. Niemand heeft er belang bij om achteraf de strategieën te wijzen omdat iedereen al optimaal tegenover elkaar speelt. Met andere woorden niemand heeft spijt. Een bekend evenwichtsconcept is het eerder genoemde Nash-evenwicht.

#### **Definitie:**

Een strategie profiel<sup>3</sup>  $s = (s_1, s_2 \dots s_I)$  is een Nash-evenwicht van het spel

$\Gamma_N = [I, \{S_i\}, \{u(\cdot)\}]$  als voor alle  $i = 1, \dots, I$ ,  $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$ <sup>4</sup> voor alle  $s'_i \in S_i$ .

In het voorbeeld van Tabel 1 bekennen beide gevangenen bij het Nash-evenwicht. Ze spelen dan optimaal tegenover elkaar en niemand heeft achteraf spijt. Wanneer beide spelers zwijgen geeft dit een “betere” uitkomst omdat beide spelers in dat geval maar twee jaar vast hoeven te zitten. Dit leidt echter niet tot een evenwicht. Stel dat een van de spelers zijn strategie wijzigt, dan wordt hij vrijgesproken. Gegeven dat de andere speler zwijgt is de beste strategie te bekennen. Gegeven dat de andere speler gaat bekennen is de beste strategie ook te bekennen. Niemand kan achteraf zijn strategie nog wijzigen in zwijgen; dan krijgt hij alleen een langere straf.

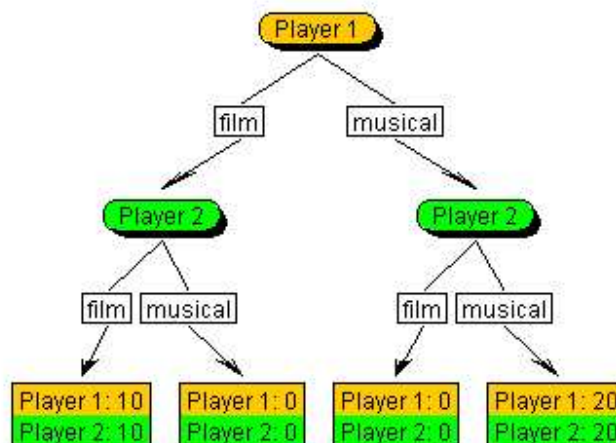
De uitkomst van een spel is afhankelijk van de strategieën, bij het Nash-evenwicht kies je de strategie met de best nutwaarde *gegeven* de strategieën van de anderen. En de andere spelers spelen ook optimaal gegeven jouw strategie. Daarom is zo'n spel in evenwicht. Dit evenwicht is het logisch gevolg van de hoge rationaliteit van de spelers. Met dit evenwicht kun je een aantal aandachtspunten creëren waar je op moet letten bij een spel.

---

<sup>3</sup> Strategie profiel: strategieën voor alle spelers.

<sup>4</sup> Alle gespeeld strategieën behalve de strategie van speler  $i$  wordt afgekort met  $s_{-i}$ .

Het Nash-evenwicht is een “self-enforcing agreement”<sup>5</sup>. Dat wil zeggen: niemand heeft er belang bij om achteraf te wijzigen. Maar als een speler Nash-evenwicht speelt, wil niet zeggen dat hij de optimale strategie speelt. Het Nash-evenwicht is de noodzakelijke voorwaarde van de optimale strategie van het spel. In de loop van de tijd komt er steeds meer verfijningen van het Nash-evenwicht, die bij verschillende omstandigheden oplossingen geven van een niet-coöperatief spel. Denk hierbij aan het Baysiaans Nash-evenwicht voor de situatie van imperfect informatie.<sup>6</sup> Denk aan Sub-game-perfect Nash-evenwicht<sup>7</sup>, Weak-Perfect-Baysian-equilibrium<sup>8</sup> en sequential Nash-evenwicht<sup>9</sup> voor het uitsluiten van “minder mooie” Nash-evenwichten. Een minder mooie Nash-evenwicht wil zeggen dat er een ander Nash-evenwicht van het spel bestaat dat een betere nutwaarde geeft voor alle spelers. Meestal komt het minder mooie Nash-evenwicht door imperfect informatie of door het geloof dat een deelspel niet relevant is. In dit werkstuk wordt geen definitie gegeven van de verfijningen van de Nash-evenwicht. Wel wordt er voorbeelden gegeven waarbij aannemelijk wordt waarom deze verfijningen noodzakelijk zijn.



**Figuur 2: voorbeeld voor sub-game-perfect Nash-evenwicht**

Figuur 2 hierboven illustreert een probleem voor Nash-evenwicht. Twee personen willen samen iets leuks doen. Ze kunnen kiezen voor naar de film te gaan of naar de musical

<sup>5</sup> Microeconomic theorie van Andreau Mas-Colell

<sup>6</sup> Ene speler weet meer dan de andere spelers.

<sup>7</sup> <http://home.uchicago.edu/~lfmedina/Lect7.pdf>.

<sup>8</sup> <http://www.stanford.edu/~bernheim/LectureNotesPt4.pdf>

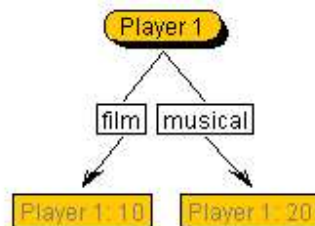
<sup>9</sup> Weak-Perfect-Baysian-equilibrium rekening mee houden dat in elke beslispoint van het spel relevant is.

gaan. Als ze allebei film kiezen is de nut 10 voor beide spelers. Als ze beide naar de musical gaan is de nutwaarde 20 voor ze.

Dit spel heeft twee Nash-evenwichten dat is de strategie profielen van (film, film) en (musical, musical). Als ze allebei film kiezen, kan niemand achteraf zijn strategie wijzigen. Dan wordt (film, musical) of (musical, film) de uitbetaling wordt 0. Maar de Nash-evenwicht (film, film) is niet wat we als optimale strategie zien. In dit geval is de sub-game-perfect Nash-evenwicht (SPNE) wel de optimale oplossing. SPNE eist dat de gekozen strategie optimaal is voor alle sub-boom.

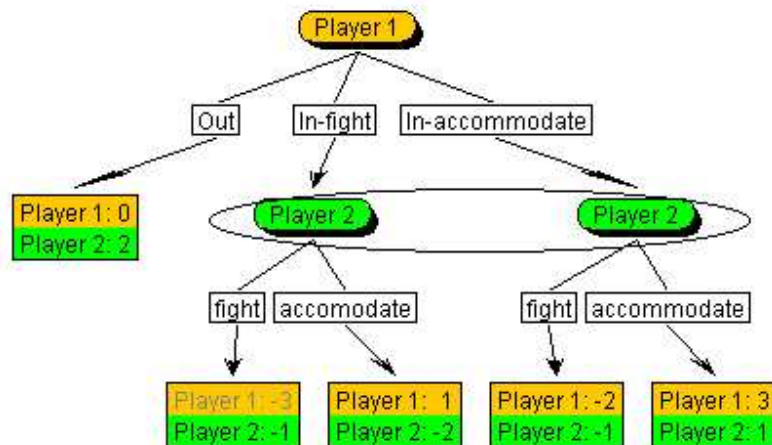
Een sub-boom is: een gedeelte van het spelboom dat begint met een informatieset met 1 beslissingspunt. Als een sub-boom een informatieset bevat, dan moet de sub-boom alle beslissingspunten van deze informatieset bevatten.

Bij de onderste 2 sub-bomen waar speler 2 zet moet doen, is de beste strategie voor speler 2 bij de linker sub-boom film te kiezen. Bij de rechte sub-boom musical te kiezen. Gegeven dat speler 2 kiest wat de speler 1 heeft gekozen. Kan je de spelboom reduceren tot volgende spelboom.



*Figuur 3: gereduceerde boom*

Het ligt voor de hand dat speler 1 ook voor musical gaat kiezen. Daarom is de sub-game-perfect Nash-evenwicht (musical, musical).



*Figuur 4: voorbeeld voor Weak perfect Bayesian equilibrium*

Figuur 4 illustreert een probleem voor sub-game-perfect Nash-evenwicht. Speler 1 en speler 2 zijn verschillende firma's. Speler 1 wilt een markt binnendringen waar speler 2 al actief is in die markt. Speler 1 kan kiezen tussen uitblijven, agressief binnendringen of defensief binnendringen. Speler 2 kan alleen zien of de speler 1 binnendringt, maar hij kan niet zien hoe de speler 1 binnen wilt dringen. Het hele spel heeft maar 1 sub-boom: dat is het hele spelboom zelf. Daarom is alle Nash-evenwichten van dit spel een sub-game-perfect Nash-evenwicht. Dus strategie profiel (Out, Fight) is een sub-game-perfect Nash-evenwicht. Want beide spelers kunnen uitbetaling niet verbeteren door strategie te wijzigen. Dit is geen redelijke Nash-evenwicht omdat naar de markt binnen te dringen kan geld opleveren voor speler 1. Want eenmaal speler 1 voor In-fight of In-accommodate kiest is de strategie fight voor speler 1 een ongeloofwaardig dreiging. Een ongeloofwaardig dreiging wil zeggen dat een speler dreigt met een actie waardoor zichzelf ook achteruit gaat met de nutwaarde. Weak perfect Bayesian equilibrium (WPBE) biedt de oplossing. Een WPBE is de Nash-evenwicht gegeven "system of belives". Speler 2 weet niet wat speler 1 doet, maar hij kan een geloof hebben wat de speler 1 gaat doen. Als zijn geloof dat speler 1 met een bepaalde kans In-fight en In-accommodate gaat kiezen. Dan kiest hij voor accommodate. Als speler 1 weet dat hij accomodate kiest dan weet speler 1 dat zijn best strategie is kiezen van In-accomodate.

WPSE hoeft ook niet de perfecte strategie te zijn voor Figuur , omdat als speler 2 gelooft dat speler 1 met kans 1 Out gaat kiezen, kan speler 2 toch fight kiezen. Het maakt niet veel uit. Bij Sequentiële evenwicht is er een extra eisen de "system of belives" gelegd. Zodat de onredelijk "system of belives" uitgesloten zijn.

### **3.3 Toepassing niet-coöperatieve speltheorie: gastarbeidersprobleem**

#### **3.3.1 Probleembeschrijving**

In het Parool<sup>10</sup> van 26 juni 2001 staat een artikel over de eerste generatie gastarbeiders. Deze mensen bleken in dit artikel moeilijk te kunnen integreren in Nederland.

Vanaf eind jaren '50 was er schaarste op de Nederlandse arbeidsmarkt. In verband met een tekort aan lager geschoold personeel trokken Nederlandse bedrijven werknemers aan die afkomstig waren uit landen rond de Middellandse Zee. De komst van deze arbeidsimmigranten vormde in de tweede helft van de jaren zestig driekwart van het totale vestigingsoverschot.<sup>11</sup> Door een recessie in 1967 vertrokken met name de Spanjaarden en Italianen uit Nederland. De immigranten vanuit Turkije en Marokko bleven echter. Ondanks de wervingsstop in 1973 bleef het aantal immigranten toenemen op grond van de gezinshereniging. Door de steeds groter wordende etnisch groep was deze groep in staat om een groot aantal illegalen vanuit dezelfde etnische groep op te vangen. De immigranten van latere jaren bestaan dan ook voornamelijk uit illegalen en asielzoekers.

Deze ontwikkeling bracht spanningen met zich mee. In verkiezing van 15 mei 2002 werd de immigratie van asielzoekers en illegalen één van de belangrijkste aandachtspunten.

De tolerantie in Nederland ten opzicht van de immigranten hangt af van de economisch toestand. Wanneer het slecht gaat met de economie raakt deze verdraagzaamheid meestal in de verdrukking: immigranten worden op dergelijke momenten gemakkelijk gezien als indringers en profiteurs.<sup>12</sup> Dit verschijnsel is treedt ook op in de huidige economisch situatie.

Het woord integratie is al een tijd lang een toverwoord voor de verkiezingscampagne voor de politieke partijen. Jarenlang is het woord 'gastarbeider' taboe geweest omdat dit veel sociale, economische en culturele problemen met zich meebracht. Voor de toenemende vergrijzing en het verschijnsel van een structureel tekort aan arbeiders van bepaalde disciplines, zal arbeidersmigratie een oplossing kunnen zijn. Zelfs in de Financiële Telegraaf wordt melding gemaakt van een nieuwe "gastarbeider" die het bedrijfsleven uit de nood moet helpen.<sup>13</sup>

---

<sup>10</sup> <http://www.parool.nl/993533347671.html>

<sup>11</sup> Centraal Bureau voor de Statistiek

<sup>12</sup> Kleinpenning & Hagendoorn 1993

<sup>13</sup> <http://www.telegraaf.nl/krant/archief/19990622/teksten/fin.nieuwegastarbeider.html>

In dit hoofdstuk zal het immigratieproces worden benaderd vanuit een speltheoretische invalshoek, waarbij de sociale en maatschappelijke aspecten van het immigratieprobleem terzijde worden gelaten.

De volgende vragen moeten worden beantwoord:

- Waarom heeft het gastarbeidersbeleid in de jaren zestig gefaald?
- Wat hadden we beter kunnen doen omtrent de migrantenproblematiek?
- Is er een beter stelsel die de toekomstige problemen op kan vangen?
- Is er een oplossing voor de illegalenproblematiek?

### 3.3.2 Model van werving jaren '60

Om inzicht te krijgen in het gefaalde beleid ten opzichte van het migrantenprobleem in de jaren zestig moeten we eerst onszelf verdiepen in het wervingsproces van werknemers.

Er zijn in de speltheorie verschillende modellen bestuderen over het aannemen van werknemers. De werkgever geeft loon  $w$  en de werknemer heeft kwaliteit/productiviteit  $\theta$  en een reserveringsloon  $r(\theta)$ . Onder de reserveringsloon wordt het loon verstaan dat een arbeider kan verdienen als hij de baan weigert en thuis blijft zitten. Je kunt het reserveringsloon ook opvatten als de nutwaarde van de mogelijkheid om een andere baan te accepteren en de nutwaarde van de eventuele uitkering. Het reserveringsloon is de functie van de kwaliteit van de betreffende arbeider. Normaal gesproken zal een arbeider met een hoge productiviteit ook een hoger reserveringsloon hebben dan arbeiders met een lage productiviteit. Het selectiespel van de werknemer werkt als volgt: werkgever biedt loon  $w$  aan en werknemer mag accepteren of weigeren. De werknemer zal het aanbod weigeren als het loon lager is dan zijn  $r(\theta)$ . Laat verder de  $\Theta$  de werkpopulatie zijn bij evenwicht. Onder dit evenwicht zal aan de volgende eis voldaan moeten worden:

$$\Theta^* = \{\theta : r(\theta) \leq w^*\} \text{ waarbij } w^* = E[\theta \mid \theta \in \Theta^*]$$

De  $w^*$  is in deze formule het evenwicht tussen loonbod en loonvraag.  $\Theta^*$  stelt de actieve werkpopulatie voor onder het evenwicht.  $w^*$  moet gelijk zijn aan de verwachte van de productiviteit van de werkpopulatie bij evenwicht. Anders kan er een andere werkgever een loon  $w'$  aanbieden waar bij  $w^* < w' < E[\theta \mid \theta \in \Theta^*]$ . De andere werkgever zal alle werknemers krijgen en maakt winst. Bij  $w^*$  kleiner dan de verwachte productiviteit maakt een werkgever verlies.

Bij de werving van de gastarbeiders is de reserveringsloon niet alleen afhankelijk van de kwaliteit  $\theta$ . De migratie beïnvloedt ook de hoogte van de reserveringsloon:

$$r(\theta, a) = r(\theta) + a$$

Hierin is  $a$  het verschil in welvaart tussen land van herkomst en land van aankomst. Bijvoorbeeld in een sociaal minder goed geregeld land heb je geen inkomen als je thuis zit. Een werknemer zal in deze situatie elk baan aanbod aannemen. De grootte  $a$  is dus de bonus van de sociale zekerheid. De reserveringsloon is beïnvloed door  $a$ . Verder is de werkpopulatie ook beïnvloed door de verandering in de reserveringsloon, de werkpopulatie  $\Theta'$  wordt:

$$\Theta' = \{\theta : r(\theta) \leq w^* - a\}, \text{ bij gelijkblijvend loonaanbod en een positieve } a \text{ geldt dat } \Theta' < \Theta^*.$$

Het verschijnsel dat de werkpopulatie afneemt kan worden terugvertaald naar de praktijk. De immigranten zijn geworven in economisch minder ontwikkelde gebieden in de jaren '60.

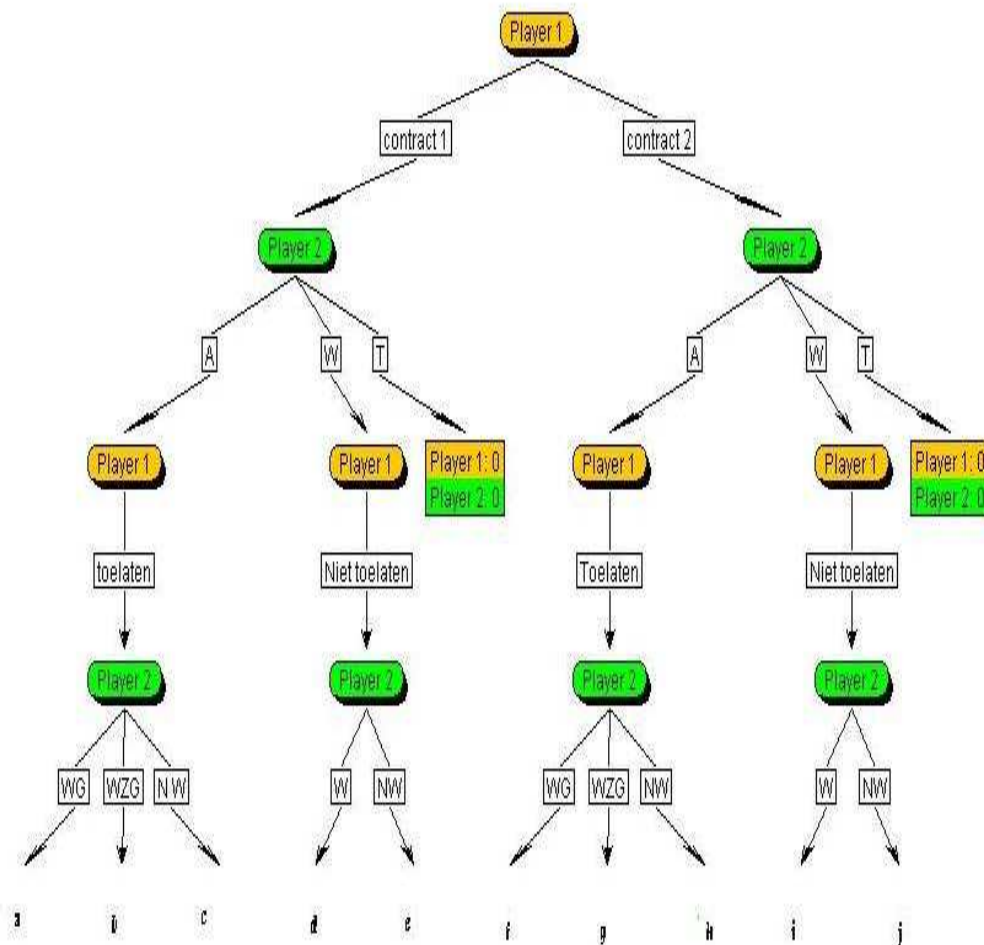
Gastarbeiders accepteerden het loonbod en gingen naar Nederland. Ze waren in het algemeen laaggeschoold, dat wil zeggen dat het reserveringsloon laag is. Zo'n loonbod van een welvarend land is vaak ook meer dan royaal. Na jaren werken in Nederland verloren veel van deze mensen hun baan tijdens de recessie. Zelfs bij economisch betere tijden bleek het heel moeilijk te zijn om deze mensen weer aan het werk te helpen. Het loonbod dat ze in eerste instantie geaccepteerd hadden is niet meer goed genoeg, omdat de uitkering niet veel lager was dan zo'n baan voor laaggeschoolden. Het reserveringsloon van deze arbeiders was dus toegenomen bij de immigratie. Dat is in mijn mening verkeerd aan het beleid van de jaren '60.

### 3.3.3 Verbetering model

In de vorige paragraaf was te zien dat immigratie invloed heeft op het reserveringsloon van een potentiële werknemer. Het evenwicht wordt namelijk verstoord en dat is niet gewenst. Hoe kan men dit voorkomen?

Als aanpak bij toenemende vergrijzing is het toelaten van meer gastarbeiders een potentiële oplossing. Hoe kan men leren van het verleden en een betere aanpak hanteren om deze nieuwe toestroom in goede banen te leiden? In de volgende figuur staat een verbeterd model van de wervingsspel.





**Figuur 5: boomstructuur van verbeterde model voor immigratie**

Hierboven staat een spel met twee spelers. Speler 1 is de overheid en speler 2 is de potentiële gastarbeider. Speler 2 krijgt twee soorten contracten aangeboden. Contract 1 biedt de gastarbeider alleen werk. Contract 2 biedt de gastarbeider werk en de mogelijkheid tot vestiging in Nederland. Contract 1 biedt een hoger loon dan contract 2 omdat de gastarbeider met contract 1 bepaalde sociale premies niet hoeft betalen. Voor contract 2 krijgt de gastarbeider een lager loon dan contract 1, maar elk jaar dat de arbeider werkt en premie betaalt, krijgt hij een aantal punten. De hoogte van het aantal punten is bepalend voor de toegang die de betreffende gastarbeider krijgt op de sociale voorzieningen. Op het moment dat de gastarbeider een x aantal punten heeft, kan hij een aanspraak maken op een verblijfsvergunning.

In de eerste jaren zal de werknemer bijvoorbeeld toegang krijgen tot het ziekenfonds. Later krijgt de arbeider recht op ook een werkloosheidsuitkering en uiteindelijk ook de

complete toegang tot het sociale stelsel. Het puntensysteem moet zodanig in elkaar zitten dat een gastarbeider pas aanspraak kan maken op een verblijfsvergunning als hij voldoende waarde heeft gecreëerd voor de samenleving. Met 'voldoende waarde' wordt bedoeld dat de werknemer gelijk of meer waarde heeft gecreëerd dan de gemiddelde werknemer in Nederland.

De spelboom loopt als volgt: de gastarbeider kan het contract accepteren (A), weigeren (W) of thuisblijven (T). De overheid kan de gastarbeider alleen toelaten wanneer het contract geaccepteerd wordt. Bij weigeren van het contract zal de gastarbeider illegaal het land binnenkomen of hij blijft in eigen land. Werknemers die na weigeren van een contract thuisblijven, zijn niet opgenomen in de boom. Die optie is niet relevant voor analyse. Een illegaal verdient in het evenwicht minder dan een gastarbeider die legaal het land is binnengekomen. Als een illegale arbeider minstens evenveel verdient als een legale arbeider, dan zal een werkgever voor hetzelfde werk eerder een legale arbeider inhuren aangezien hij dan ook nog eens minder risico loopt.

De overheid speelt een centrale rol bij het werven. Elke werkgever die een gastarbeider werft, moet bij de overheid een werkvergunning regelen. Daarbij krijgt de werknemer contract 1 of contract 2 aangeboden. Werkgevers die niet volgens de wet handelen zullen worden beboet.

Mensen die contract 1 of contract 2 accepteren, hebben 3 opties:

- a. Werken en gezin mee nemen (WG).
- b. Werken zonder gezin mee te nemen (WZG).
- c. Niet werken (NW).

Het is duidelijk dat gastarbeiders moeten blijven werken om hun doel te bereiken van contract 1 of contract 2. Niet werken is niet nakomen van het contract. De gastarbeider zal niets krijgen als ze NW kiezen. NW is zeker niet de beste strategie voor de gastarbeiders. NW is zeker geen Nash-evenwicht. Of gastarbeiders een eigen gezin meenemen blijft hun eigen keus. De keus hangt af van de persoonlijke nutinstelling van de gastarbeider.

Met contract 1 en contract 2 kiezen de gastarbeiders niet meer voor een bestaan als illegaal. Zoals boven al vermeld, verdienen illegalen minder dan legalen. Bij een evenwicht is illegalen-immigratie geen goede keus voor de gastarbeiders.

Voor de bestaande illegalen kunnen soortgelijke contracten ook worden aangeboden. Daarmee kun je het aantal illegalen reduceren. Illegalen die de mogelijkheid krijgen voorgeschoteld om legaal meer te gaan verdienen, zullen de keuze makkelijk maken.

Dit roept de vraag op of hier niet het gevaar van een zuigeffect kan optreden. Met andere woorden: zullen inwoners uit arme landen niet massaal gaan immigreren?

Dit zuigeffect valt wel te verwachten in de legale kanalen, maar de negatieve effecten hiervan voor onze economie zijn louter positief: immigranten vullen hierbij de structureel niet ingevulde vacatures op. Via illegale kanalen is er geen aanzuiging: men weet wat voor vacatures dit land heeft op het moment dat alle vacatures vervuld zijn. Via illegale weg zullen dan ook geen banen te vinden zijn.

### **3.3.4 Conclusie**

Het voorgestelde nieuwe immigratiebeleid houdt geen rekening met sociale aspecten. De verbetering van het model van de jaren '60 geeft wel een elegante oplossing omdat hiermee verschillende immigrantenproblemen kunnen worden opgevangen. De kosten en de risico's van eventueel stoppen met werken van zo'n gastarbeider voor de samenleving is uitgesloten. Verder worden de problemen van het illegalen vraagstuk ook opgevangen. Dit is een mooie "self enforcing agreement" eigenschap van het Nash-evenwicht.

## 4. Coöperatieve speltheorie

### 4.1 Representatie van coöperatief spel

De coöperatieve speltheorie houdt zich bezig met een spel tussen een aantal spelers waarbij een bindend contract mogelijk is tussen deze spelers. De coalitievorming wordt onderzocht in de coöperatieve speltheorie. Een coalitie is een deelverzameling van de spelers. Voor elke coalitie is er uitbetaling wanneer een speler voor die coalitie kiest.

De coöperatieve speltheorie is breed toegepast in verschillende wetenschappen als economie en politicologie. Of het nu de verdeling van de winst, het samen dragen van de kosten of het definiëren van de politieke machtsfactoren betreft, ze vallen allemaal onder de coöperatieve speltheorie. Bij voorbeeld een probleem van verdeling van de winst vragen we ons altijd af aan wie we de winst te danken hebben. Wie levert welk bedrag? Wie is essentieel? De coöperatieve speltheorie geeft mogelijke oplossingen voor dit soort vraagstukken. Een coöperatief spel kan worden gerepresenteerd in karakteristieke vorm.

Een spel in karakteristieke vorm  $(V, S)$  is een set van de spelers  $I$ , en een regel  $V(\bullet)$  dat correspondeert met elke coalitie  $S \subset I$  een uitbetalingsfunctie  $V(S) \subset R^S$ .

### 4.2 Oplossingsconcepten van coöperatief spel

Bij een coöperatief spel gaat het niet om het zoeken van het evenwicht in de strategieën, maar om de vorming van de coalities. Door middel van bestuderen van de mogelijke coalities kun je een verwachte nut van de spelers uitrekenen.

### 4.3 Toepassing van coöperatieve speltheorie: politieke machtsindex

#### 4.3.1 Probleembeschrijving

Afgelopen jaar heeft de media het nieuws overspoeld met informatie over de verkiezingen waarin werd gespeculeerd over mogelijke regeringscoalities. Op TV waren veel uitzendingen over de verkiezing te zien zoals debatten, discussies, programma's over de lijsttrekkers en opiniepeilingen. Kortom, het land werd in de ban van de verkiezingen gebracht.

Dat is logisch omdat de uitslag van de verkiezing belangrijk is voor de koers van dit land voor komende jaren. We weten dat een partij een grotere macht heeft als deze partij veel

stemmen krijgt. De machtsindicatoren zijn echter niet evenredig met het aantal stemmen. Als een partij bijvoorbeeld 76 zetels krijgt in ons kiesstelsel dan heeft deze partij de absolute meerderheid en daarmee de macht. De andere partijen, ook al is er een bij met 75 zetels, krijgen geen absolute macht. Hoe zit het eigenlijk met de politieke macht van de partijen?

In dit hoofdstuk wordt een model besproken die te maken heeft met de verkiezingen. Tegelijkertijd wordt er een oplossing met behulp van het coöperatieve spel geïntroduceerd: de Banzhaf oplossing. De Banzhaf oplossing werd door de politicoloog Banzhaf oorspronkelijk geïntroduceerd als machtsindex van politieke partijen in een parlementair systeem. We zijn geïnteresseerd wat voor machtsverhoudingen er zijn in Nederland en wat is de meest aannemelijke coalitie.

Het bestuderen van de machtsindex kan het verschijnsel tactisch stemmen verklaren. In de conclusie zal de schrijver van dit werkstuk een speculatie doen over de uitkomst van de formatie.

#### 4.3.2 Model

Het spel tussen de partijen in het parlement wordt als een coöperatief spel gezien met de partijen als spelers. Elke mogelijke coalitie krijgt een waarde en deze waarde is enkel gebaseerd op het getalsmatig aspect van het wel of niet hebben van een meerderheid, waarbij partijpolitieke aspecten buiten beschouwing worden gelaten.

De waarde van een coalitie is altijd één of nul. Eén als de coalitie de meerderheid heeft, en nul wanneer dat niet het geval is. De marginale bijdrage van een partij aan een coalitie is ook altijd één of nul en wel: één als de partij essentieel is in de coalitie en nul als de partij niet essentieel is. Een partij is essentieel in een coalitie als de coalitie daarmee de meerderheid heeft en deze meerderheid verliest als de speler de coalitie zou verlaten. Hieruit volgt dat de gewogen Banzhaf bijdrage van een partij gelijk is aan het aantal mogelijke meerderheidscoalities waarin de partij essentieel is. De Banzhaf machtsindex van een partij is nu de gewogen bijdrage van een partij gedeeld door de som van de gewogen bijdragen van alle partijen.

Laten we eerst het spel definiëren tussen de politieke partijen.

Spel  $(N, v)$  waarbij  $N$  het aantal spelers is en  $v$  de uitbetalingsfunctie is. De marginale waarde toevoeging van speler  $i$  voor de coalitie  $E$  is gedefinieerd:

$$m_E^i(N, v) = v(E) - v(E/i) \text{ voor } E \subset N \text{ en alle } i \in E.$$

In woorden, de marginale waardetoevoeging van een speler voor de coalitie is de uitbetaling van de coalitie met de speler en de uitbetaling voor de coalitie als de coalitie deze speler mist.

De absolute Banzhaf waarde is gedefinieerd als volgt:

$$\bar{\varphi}_i^b = \sum_{E \subset N, i \in E} \frac{1}{2^{n-1}} m_E^i(N, v)$$

De som van de Banzhaf waarden voor alle spelers is:

$$\sum_{i \in N} \bar{\varphi}_i^b(N, v) = \sum_{i \in N} \sum_{E \subset N, i \in E} \frac{1}{2^{n-1}} m_E^i(N, v) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{E \subset N} (2 | E | - n) v(E)$$

De genormaliseerde Banzhaf waarde:

$$\varphi_i^b(N, v) = \frac{2^{n-1} v(n)}{\sum_{E \subset N} (2 | E | - n) v(E)} \cdot \bar{\varphi}_i^b(N, v), i \in N$$

Deze genormaliseerde Banzhaf waarde is wat we bedoelen met de machtsindex van een politieke partij. In woorden, voor een speler die in meerdere coalities betrokken kan worden is de macht van de speler groter dan een speler die in minder (of geen) coalities betrokken kan worden. Genormaliseerde Banzhaf waarde kan geïnterpreteerd worden als: *relatieve aandeel van de speler i binnen alle essentiële posities*. Een speler heeft essentiële positie binnen een coalitie wil zeggen dat zonder als de speler niet meedoet aan deze coalitie, dan heeft deze coalitie geen meerderheid.

Dit is de uitkomst van de huidige stand van de zetel verdeling van de verkiezing van 22 januari 2003. De machtsindex is getoond in de volgende tabel.

Partijen	zetels	machtsindex
CDA	44	0.3023
PvDA	42	0.2930
VVD	28	0.2651

LPF	8	0.0326
GroenLinks	9	0.0326
SP	9	0.0326
D66	6	0.0326
ChristenUnie	3	0.0047
SGP	2	0.0047

*Tabel 2: de machtsindex van politieke partijen op grond van de tweede kamer verkiezing 22 januari 2003*

Bij bovenstaande tabel is te zien dat het CDA de grootste machtsindex heeft en hierin gevolgd wordt door de PvdA. De machtsindex is niet evenredig met het aantal zetels, D66 heeft minder zetels toch even veel macht als SP. Dit zijn echter alleen een theoretische waarden van de machtsindex. Als we vanuit de standpunten van de partijen gaan werken, is het onwaarschijnlijk dat de VVD samen zal gaan werken met bijvoorbeeld de PvdA. Daardoor is de macht van het CDA relatief veel groter. Het CDA kan zowel werken met de linkse partijen als met de rechtse partijen. Dat geeft het CDA meer kiesmogelijkheden en dus meer macht.

Stel dat Links en Rechts niet willen samenwerken. Dat wil zeggen dat de PvdA, SP en Groenlinks niet willen samenwerken met de VVD de LPF, Groenlinks en de SP werken niet samen met de VVD. CDA en D66 kunnen zowel met linkse en rechtse partijen samenwerken. Een vier-partijen coalitie is uitgesloten. Wat gebeurt er dan met de machtsindex?

Theoretisch zijn er  $2^n$  mogelijke coalities voor  $n$  spelers. Door de preferentie van de partijen kan je veel mogelijke coalities uitsluiten. In de volgende tabel laten we zien wat de machtsindex van het CDA is ten opzicht van de PvdA bij de aanname dat links en rechts niet samenwerken.

Winnende coalitie	Aantal zetels	Essentiële speler
CDA, PvdA	86	CDA, PvdA
CDA, VVD, D66	78	CDA, VVD, D66

CDA, VVD, LPF	80	CDA, VVD, LPF
CDA, PvdA, Groenlinks	95	CDA, PvdA
CDA, PvdA, D66	92	CDA, PvdA
CDA, PvdA, SP	95	CDA, PvdA

**Tabel 3: aantal zetels bij alle mogelijke meerderheidscoalities maximaal drie partijen en links werkt niet samen met rechts**

Het CDA is in alle gevallen een essentiële speler, de PvdA komt 4 keer voor als essentiële speler, de VVD 2 keer, de LPF en D66 komen beide maar 1 keer. De rest van de partijen komt 0 keer voor.

De volgende tabel geeft de machtsindex aan van de partijen bij deze aanname, wij gebruiken de interpretatie van genormaliseerde Banzhaf waarde:

Partijen	zetels	machtsindex
CDA	44	3/7
PvdA	42	2/7
VVD	28	1/7
LPF	8	1/14
Groenlinks	9	0
SP	9	0
D66	6	1/14
ChristenUnie	3	0
SGP	2	0

**Tabel 4: machtsindex met aanname van tabel 3.**



Het CDA bekleedt 6 van de 14 essentiële posities, daarom is zijn machtsindex  $3/7$ . Bovenstaande tabel impliceert dat het CDA veel meer macht heeft dan in tabel 2 stond aangegeven.

#### ***Uitsluiten van D66 en LPF***

In de slotdebat van de verkiezingen zijn uitspraken gedaan als: “Balkenende vindt het mee later regeren door de LPF ongeloofwaardig voor de kiezers.” “D66 wilt absoluut niet in de regering komen.”

Stel dat we LPF en D66 uitsluiten van de winnende coalitie en aannemen dat links en rechts niet samenwerken. Tabel 5 geeft de machtsindex van deze aanname.

Winnende coalitie	Aantal zetels	Essentiële speler
CDA, PvdA	86	CDA, PvdA

***Tabel 5: mogelijke winnende coalities met uitsluiten van D66 en LPF.***

Dat geeft de volgende machtsindex:

Partijen	zetels	machtsindex
CDA	44	0.5
PvdA	42	0.5
VVD	28	0
LPF	8	0
Groenlinks	9	0
SP	9	0
D66	6	0
ChristenUnie	3	0
SGP	2	0

***Tabel 6: machtsindex uitsluiten van D66 en LPF.***

CDA en PvdA zijn beide essentiële spelers geworden. Er is geen andere winnende coalitie mogelijk. Daarom is de macht 50:50 geworden. Dit verklaart waarom Balkenende niet blij was toen hij hoorde dat D66 niet wilde mee regeren. Balkenende gaf aan eerst maar eens “een kopje koffie te gaan drinken bij Thom de Graaf”.

### ***Tactisch stemmen***

Afgelopen verkiezingen kwam geregeld het verschijnsel tactisch stemmen in het nieuws. Wat is tactisch stemmen? Tactisch stemmen is het fenomeen waarbij stemgerechtigden niet op hun eigen partij maar op een andere partij met meer macht stemmen zodat ze hiermee een bepaalde coalitie proberen te verkomen of af te dwingen.

We zagen de laatste dagen voor de verkiezing de trend dat kiezers van de kleine linkse partijen op de PvdA stemden. Dit, met het doel een mogelijk rechtse coalitie te voorkomen. De kiezers van de kleine christelijke partijen stemden op het CDA, omdat ze één grote christelijke partij willen.

Is je stem meer waard als je tactisch stemt? In Tabel 7 wordt verondersteld dat een aantal kiezers van Groenlinks overstapten naar de PvdA. Bij het verkiezingsnieuws werd gesuggereerd dat Groenlinks lijsttrekker Femke Halsema op de laatste dag nog 2 zetels van de PvdA had teruggepakt. Het is interessant om te kijken wat zou zijn gebeurd als de 2 zetels bij de PvdA waren gebleven en meer tactisch stemmende Groenlinks kiezers ervoor zouden hebben gezorgd dat de PvdA nog één extra zetel winst (totaal dus drie) zou hebben behaald. Hierdoor zou Groenlinks op 6 zetels en de PvdA op 45 zetels uit zijn gekomen.

Partijen	zetels	machtsindex
CDA	44	0.2986
PvdA	45	0.3081
VVD	28	0.2796
LPF	8	0.0237
Groenlinks	6	0.0237
SP	9	0.0237
D66	6	0.0237

ChristenUnie	3	0.0142
SGP	2	0.0078

*Tabel 7: stel Groenlinks kiezers stemmen tactisch*

Bij deze situatie is de som van de machtsindex van Groenlinks en PvdA 0.3381. Het is groter dan de huidige situatie volgens tabel 2 van 0.3256. Dit laat ons zien dat tactisch stemmen theoretisch gezien werkt.

Stel links en rechts werken niet samen. (Aanname bij Tabel 3)

Winnende coalitie	Aantal zetels	Essentiële speler
CDA, PvdA	89	CDA, PvdA
CDA, VVD, D66	78	CDA, VVD, D66
CDA, VVD, LPF	80	CDA, VVD, LPF
CDA, PvdA, Groenlinks	95	CDA, PvdA
CDA, PvdA, D66	95	CDA, PvdA
CDA, PvdA, SP	98	CDA, PvdA

*Tabel 8: winnende coalities waarbij links en rechts niet samenwerken.*

Tabel 8 geeft aan dat de essentiële posities niet veranderd zijn met veronderstelde tactisch stemmen. Alleen aantal zetels bij de winnende coalities veranderen. Dat wil zeggen dat de machtsindex is gelijk aan Tabel 4. Als we echter aannemen dat links en rechts niet samenwerken en we sluiten de LPF en D66 als coalitiepartners uit, dan maakt het tactisch stemmen binnen de gestelde aannames en marges niet uit. Het CDA en de PvdA zullen immers nog steeds een 50:50 machtsverhouding hebben. Dus voor de afgelopen verkiezing zou de bovengenoemde vorm van tactisch stemmen niet zinvol zijn geweest. Dit neemt niet weg dat bij sommige situaties tactisch stemmen wel degelijk “nut” heeft.

#### ***Wat als formatie CDA-PvdA mislukt***

Tenslotte maak ik een voorspelling van de coalitie die voor de komende 4 jaar ons land zal gaan regeren. Kijkend naar het verkiezingsresultaat en de machtsindex ligt het voor de hand dat de coalitie zal bestaan uit het CDA en de PvdA. Ondanks het feit dat de verschillen tussen het CDA en de PvdA erg groot lijken. De VVD is niet groot genoeg

om alleen met het CDA samen te regeren; om een meerderheid te bereiken is een extra coalitiepartner nodig. Balkenende heeft de coalitie mogelijkheden met de LPF uitgesloten en de D66 heeft aangegeven dat D66 niet zal deelnemen in een eventuele coalitie. Dit laat geen andere keus over voor het CDA.

Er is ook een speltheoretische reden waarom zowel het CDA en de PvdA beide het belang hebben om de onderhandelingen te laten slagen. Stel: de informateurs zien geen mogelijkheid van samenwerking tussen het CDA en de PvdA, wat zal de machtsverhouding worden? Hierbij veronderstellen we dat de PvdA, de LPF en D66 niet samen gaan werken met het CDA.

Partijen	zetels	machtsindex
CDA	44	0.25
PvdA	42	0
VVD	28	0.25
LPF	8	0
Groenlinks	9	0
SP	9	0
D66	6	0
ChristenUnie	3	0.25
SGP	2	0.25

*Tabel 9: machtsindex als formatie CDA-PvdA mislukt*

Er is alleen 1 coalitiemogelijkheid overgebleven tussen het CDA, de VVD, de Christenunie en het SGP. Het is duidelijk dat alle vier de spelers essentiële spelers zijn. Het CDA als machtsfactor betekent een daling van de macht. Stel dat we een vier partijen coalitie uitsluiten; dan kan het CDA ook geen kant op. Dus als formatie CDA/PvdA mislukt, neemt macht van de SGP en het CU enorme toe. De macht van PvdA wordt 0. Zowel het CDA en de PvdA hebben geen baat bij het mislukken formatie. Daarom zullen beide partijen rationeel moeten spelen en zullen ze zich moeten realiseren dat een

eventueel mislukken van de eerste ronde van de onderhandelingen een negatief gevolg heeft voor de macht - en daarmee de invloedfactor van de partij.

Ze zullen dan ook hun uiterste best doen om de onderhandeling succesvol te laten verlopen.

#### **4.3.3 Conclusie**

De Banzhaf waarde is een van de 1 puntsoplossingen van het coöperatieve spel. De Banzhaf waarde is veel gebruikt voor het berekenen van de politieke machtsindex. Ik heb laten zien dat tactisch stemmen echt daadwerkelijk tactisch kan uitpakken. Als het CDA en de PvdA rationeel spelen dan gaan ze komende vier jaar het land regeren. Bij de afgelopen verkiezingen bleek dat er een rechtse meerderheid is, maar door het “spel”, onder andere uitsluiten van de D66 en de LPF, PvdA heeft een hele goede onderhandelingspositie bij de formatie.

## Literatuurlijst

“Micro Economic Theory” door Andreu Mas-Colell

“A Banzhaf share function for cooperative games in coalition structure” door Gerard van der Laan en Rene van den Brink

“van gastarbeider tot Nederlander” door Karin Simone Prins

“Spelen met kostenallocaties en politieke machtsindices” door Harold Houba en Gerard van der Laan

<http://www.cmu.edu/comlabgames/>

<http://www.uni-konstanz.de/FuF/Verwiss/koenig/IOP.html>

<http://powerslave.val.utu.fi/>

<http://home.uchicago.edu/~lfmedina/Lect7.pdf>

<http://www.telegraaf.nl/krant/archief/19990622/teksten/fin.nieuwegastarbeider.html>

<http://www.stanford.edu/~bernheim/LectureNotesPt4.pdf>

<http://www.parool.nl/993533347671.html>