

3. Übungsblatt

03.11.2020

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass $\text{para-NP} \subseteq \text{XP}$ gdw. $\text{P} = \text{NP}$

Aufgabe 2: Eine Knotenmenge $S \subseteq V$ eines Graphen $G = (V, E)$ ist ein dominating set, falls jeder Knoten in $V \setminus S$ mit mindestens einem Knoten aus S verbunden ist. Das Problem p -DOMINATING-SET ist wie folgt definiert:

Instanz: Ein Graph G und ein $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Frage: Hat G ein dominating set der Größe k ?

Eine Knotenmenge $S \subseteq V$ eines Hypergraphen $H = (V, E)$ ist ein hitting set, falls $S \cap e \neq \emptyset$ für alle Kanten $e \in E$ gilt. Das Problem p -HITTING-SET ist wie folgt definiert:

Instanz: Ein Hypergraph H und ein $k \in \mathbb{N}$.

Parameter: k .

Frage: Hat H ein hitting set der Größe k ?

Zeigen Sie, dass $p\text{-DOMINATING-SET} \equiv^{\text{fpt}} p\text{-HITTING-SET}$ gilt.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass die Klassen FPT und XP abgeschlossen sind unter \leq^{fpt} -Reduktionen. Zur Erinnerung: eine Klasse von parametrisierten Problemen \mathcal{C} ist abgeschlossen unter \leq^{fpt} -Reduktionen, falls für alle PP $(Q_1, \kappa_1), (Q_2, \kappa_2)$ gilt:

$$(Q_1, \kappa_1) \leq^{\text{fpt}} (Q_2, \kappa_2) \text{ und } (Q_2, \kappa_2) \in \mathcal{C} \Rightarrow (Q_1, \kappa_1) \in \mathcal{C}$$

Aufgabe 4: Zeigen Sie: Das parametrisierte Problem $p\text{-EXP-DTM-HALT}$ ist XP -vollständig. Zur Erinnerung:

Instanz: DTM M , $x \in \Sigma^*$, $k \in \mathbb{N}$

Parameter: k

Frage: Hält M bei Eingabe x in $\leq |x|^k$ Schritten?

Aufgabe 5: Zeigen Sie, dass (Q, κ) in XP liegt, gdw. es eine berechenbare Funktion $f(k) = (M, p)$ gibt, sodass M eine DTM ist, welche die k -te Slice $(Q, \kappa)_k$ entscheidet und der Zeitbedarf dabei durch das Polynom p beschränkt ist.