



Hola, futuro profesional! Vamos a comenzar tu entrenamiento de alto nivel con un taller enfocado en el corazón del álgebra y la aritmética: el Componente Numérico-Variacional.

¿Qué significa esto? Este componente es el motor de las matemáticas aplicadas. Trata sobre cómo los números se relacionan entre sí y, lo que es más importante, cómo las cantidades cambian y varían. Piensa en el costo de tu plan de celular que depende de cuántos datos consumes, el crecimiento de tus ahorros con intereses, o la forma en que la velocidad de un carro afecta el tiempo de tu viaje. El Componente Numérico-Variacional evalúa tu habilidad para trabajar con números, operaciones, reconocer patrones, usar variables y, sobre todo, para describir fenómenos de cambio. Dominarlo te da el poder de modelar situaciones del mundo real con ecuaciones y funciones para encontrar soluciones precisas.

Glosario Clave del Componente Numérico-Variacional

Estos son 5 términos y acciones que forman la base de este componente. Dominarlos te permitirá traducir problemas del mundo real al lenguaje de las matemáticas.

1. Ecuación:

¿Qué es? Es una declaración de igualdad entre dos expresiones matemáticas que contiene al menos un valor desconocido (variable). Piensa en ella como una balanza que debes mantener en equilibrio.

Acción Clave: PLANTEAR la igualdad y RESOLVER para encontrar el valor de la incógnita.

2. Variable (o Incógnita):

¿Qué es? Es un símbolo, casi siempre una letra (como x , t o L), que representa una cantidad que no conoces o que puede cambiar. Es la pieza del rompecabezas que debes encontrar.

Acción Clave: IDENTIFICAR cuál es en el problema y DESPEJARLA.

3. Función:

¿Qué es? Es una regla que muestra una relación de dependencia entre dos variables. A cada valor de entrada (variable independiente, x) le corresponde un único valor de salida (variable dependiente, $f(x)$).

Acción Clave: SUSTITUIR un valor de entrada para calcular la salida, o viceversa.

4. Progresión Aritmética:

¿Qué es? Es una secuencia de números donde la diferencia entre un término y el anterior es siempre la misma. Es el modelo de un crecimiento constante.

Acción Clave: IDENTIFICAR la "diferencia común" para predecir valores futuros o encontrar un término específico.

5. Despejar (una variable):

¿Qué es? Es el proceso algebraico de aislar la variable en un lado de la ecuación para encontrar su valor. Se logra aplicando la operación matemática inversa a ambos lados de la igualdad (lo que suma, pasa a restar; lo que multiplica, pasa a dividir, etc.).

Acción Clave: REALIZAR operaciones inversas de forma ordenada para dejar la variable sola.



COMPETENCIAS Y RUTA METODOLÓGICA A DESARROLLAR

Para resolver cualquier problema de matemáticas como un experto, no basta con memorizar fórmulas. Necesitas un método, un mapa que te guíe de forma segura desde la pregunta hasta la respuesta correcta. En el Grupo Edúcate Colombia, ese mapa es "**Las 4 Fases del Razonamiento Matemático**".

Este taller está diseñado para que entrenes y domines este proceso completo. Cada fase es crucial y se conecta con la siguiente:



- **Fase 1: DECONSTRUCCIÓN** (Entender el Problema y sus Datos)

- * Aquí es donde te pones tu sombrero de detective. Leerás atentamente, analizarás gráficos y tablas, y te asegurarás de entender exactamente qué te dan y qué te piden.



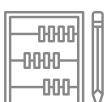
- **Fase 2: ESTRATEGIA Y MODELACIÓN** (Planificar la Solución)

- * Esta es la fase del arquitecto. Aquí diseñarás tu plan de ataque. Decidirás qué conceptos matemáticos, fórmulas o procedimientos necesitas para construir un puente hacia la solución.



- **Fase 3: EJECUCIÓN Y CÁLCULO** (Realizar las Operaciones)

- * Ahora te conviertes en el constructor. Con tu plan en mano, ejecutarás los cálculos de forma precisa, ordenada y segura. La precisión aquí es clave.



- **Fase 4: VALIDACIÓN Y SELECCIÓN** (Comprobar y Elegir Respuesta)

- * Finalmente, actuarás como el inspector de calidad. Revisarás si tu resultado tiene sentido, lo compararás con las opciones y te asegurarás de que tu solución sea lógica y correcta.



Nuestro objetivo es que domines este proceso completo, aplicándolo a los desafíos del Componente Numérico-Variacional. ¡Empecemos!



SECCIÓN "ENTRENAMIENTO PARA EL ÉXITO" (PRÁCTICA ACTIVA)

Ahora vamos a poner en práctica nuestro método. Te mostraré, paso a paso, cómo un experto utiliza "Las 4 Fases del Razonamiento Matemático" para deconstruir y resolver un problema de forma segura y eficiente. Para ello, usaremos el contexto de la pregunta 11 de tu prueba, pero con un problema totalmente nuevo. Esto te permitirá ver cómo aplicar el proceso en una situación familiar pero con un reto diferente.

Pregunta Modelo:

La empresa de dispositivos electrónicos, con sus funciones de Costo $C(x) = 150x + 18.000$ e Ingreso $I(x) = 750x$, ha decidido fijar una meta de ganancia diaria de \$30.000. Sabiendo que la ganancia se calcula como Ingresos - Costos, ¿cuántos audífonos (x) deben vender para alcanzar exactamente esa meta?

- A. 50 B. 60 C. 80 D. 100

Aplicando las 4 Fases del Razonamiento Matemático:

• FASE 1: DECONSTRUCCIÓN

(Entender el Problema y sus Datos)



- * **Lectura y Contexto:** El problema trata sobre la economía de una empresa. Me dan las fórmulas de Costo e Ingreso y una meta de ganancia específica.
- * **Identificar Pregunta/Objetivo:** El objetivo es encontrar el número de audífonos (x) necesarios para lograr una ganancia de exactamente \$30.000.
- * **Identificar Palabras y Datos Clave:**
 - » Función de Costo: $C(x) = 150x + 18.000$
 - » Función de Ingreso: $I(x) = 750x$
 - » Fórmula de Ganancia: Ganancia = Ingreso - Costo
 - » Meta de Ganancia: \$30.000
- * **Parafrasear:** Debo encontrar x tal que $I(x) - C(x)$ sea igual a 30.000.

• FASE 2: ESTRATEGIA Y MODELACIÓN

(Planificar la Solución)



- * **Conectar con Conceptos:** Necesito plantear una ecuación que represente la situación. Usaré álgebra para combinar las tres piezas de información (las dos funciones y la meta de ganancia) en un solo modelo matemático.
- * **Diseñar un Plan/Modelo:** Mi modelo será la ecuación: $I(x) - C(x) = 30.000$.
- * **Anticipar Pasos:**
 1. Sustituir las expresiones de $I(x)$ y $C(x)$ en la ecuación. Tendré que tener cuidado con los signos al restar la expresión del costo.
 2. Simplificar la ecuación resultante.
 3. Resolver la ecuación para x .

**• FASE 3: EJECUCIÓN Y CÁLCULO**

(Realizar las Operaciones)

*** Realizar Operaciones y Seguir el Procedimiento:**

0. Planteo la ecuación: $(750x) - (150x + 18.000) = 30.000$
1. Aplico la propiedad distributiva para el signo negativo (un error común es no hacerlo):
 $750x - 150x - 18.000 = 30.000$
2. Simplifico los términos con x:
 $600x - 18.000 = 30.000$
3. Sumo 18.000 a ambos lados para aislar el término con x:
 $600x = 30.000 + 18.000$
 $600x = 48.000$
4. Despejo x, pasando 600 a dividir:
 $x = 48.000 / 600$
 $x = 480 / 6$
 $x = 80$

• FASE 4: VALIDACIÓN Y SELECCIÓN

(Comprobar y Elegir Respuesta)



- * Evaluar Razonabilidad:** El resultado es 80, un número entero y positivo, lo cual es lógico para una cantidad de productos.

- * Verificar la Respuesta:** Sustituyo x = 80 en las fórmulas originales.

- » Ingreso: $I(80) = 750(80) = 60.000$
- » Costo: $C(80) = 150(80) + 18.000 = 12.000 + 18.000 = 30.000$
- » Ganancia: $60.000 - 30.000 = 30.000$.

- * La ganancia coincide con la meta.** La solución es correcta.

- * Comparar con las Opciones:** Mi resultado es 80. Busco en las opciones:

- A. 50, B. 60, C. 80, D. 100.

- * Seleccionar y Justificar:** Selecciono la opción C. Es el único valor que satisface la ecuación de ganancia.



SECCIÓN "ENTRENAMIENTO PARA EL ÉXITO" (PRÁCTICA ACTIVA)

Ahora es tu turno de actuar como un verdadero matemático. Aplica "Las 4 Fases del Razonamiento Matemático" para resolver estos 6 problemas. El objetivo no es solo encontrar la respuesta correcta, sino dominar el proceso que te lleva a ella de forma segura y lógica. ¡Concéntrate en cada fase!

Bloque 1: Nivel Bajo

Pregunta #1

- Contexto:** Reutilizando la situación de los planes de transporte de la pregunta 24 de tu prueba.
- Etiqueta de Especificaciones:**
 - * Competencia: Formulación y Ejecución.
 - * Afirmación: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - * Evidencia: Ejecuta un plan de solución para un problema que involucra información cuantitativa o esquemática



Pregunta: Un cliente utiliza el Plan A para enviar un paquete. La tarifa base es de \$30.000 y el costo por kilogramo adicional es de \$2.000. Si el costo total de su envío fue de \$42.000, ¿cuántos kilogramos adicionales pesaba el paquete?

- A. 4 kg B. 6 kg C. 12 kg D. 21 kg

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

- **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:** (¿Qué datos tienes? ¿Cuál es el objetivo exacto?)

- **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:** (¿Qué modelo o ecuación representa la situación?)

- **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:** (Resuelve tu ecuación o ejecuta tu plan de cálculo.)

- **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:** (¿La respuesta tiene sentido? ¿Cómo la compruebas?)

Pausa para Pensar: En la Fase 2, ¿qué fue más importante: crear una fórmula compleja o simplemente reorganizar los datos conocidos para encontrar un valor desconocido?



**Pregunta #2**

- **Contexto:** Reutilizando el patrón de siembra del proyecto de jardinería de la pregunta 25 de tu prueba.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - * Competencia: Formulación y Ejecución.
 - * Afirmación: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - * Evidencia: Ejecuta un plan de solución para un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.

Pregunta: En el proyecto de jardinería se siembran 2 plantas la semana 1, 4 la semana 2, 6 la semana 3, y así sucesivamente (se añaden 2 plantas cada semana). Si el proyecto dura exactamente 5 semanas, ¿cuál es el número total de plantas sembradas al final del proyecto?

- A. 10 plantas B. 20 plantas C. 30 plantas D. 40 plantas

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

- **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:** (¿Cuál es el patrón de siembra semanal? ¿Qué significa "número total"?)

- **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:** (¿Qué plan seguirás? ¿Listarás los valores y sumarás, o usarás una fórmula?)

- **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:** (Ejecuta tu plan.)

- **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:** (Revisa tu suma o cálculo. ¿Es un resultado razonable?)

Pausa para Pensar: Compara la Fase 3 de este problema con la del anterior. ¿En cuál fue más importante el orden de las operaciones para no cometer un error?





Bloque 2: Nivel Medio

Pregunta #3

- **Contexto:** Reutilizando la tabla de socios de la biblioteca de la pregunta 20 de tu prueba.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - * Competencia: Formulación y Ejecución.
 - * Afirmación: Frente a un problema que involucra información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - * Evidencia: Diseña planes para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática.

Pregunta: La tabla muestra que el número de socios nuevos que renuevan su membresía cada mes sigue un patrón de crecimiento constante (una progresión aritmética). Si este patrón se mantiene, ¿en qué mes se alcanzará una cantidad acumulada de 116 socios?

| Mes | Cantidad de socios (acumulada) |
|-----|--------------------------------|
| 1 | 8 |
| 2 | 20 |
| 3 | 32 |
| 4 | 44 |

- A. En el mes 8
- B. En el mes 9
- C. En el mes 10
- D. En el mes 12

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

- **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:** (¿Cuál es la cantidad de socios nuevos por mes? ¿Qué valor buscas?)
- **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:** (¿Cuál es la cantidad de socios nuevos por mes? ¿Qué valor buscas?)
- **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:** (Plantea y resuelve tu modelo para encontrar el mes.)
- **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:** (Sustituye el mes que encontraste en tu modelo para verificar que da 116.)

Pausa para Pensar: ¿Qué tan crucial fue la Fase 2 (Estrategia y Modelación) en este problema? ¿Qué hubiera pasado si hubieras intentado resolverlo solo "sumando" repetidamente?



**Pregunta #4**

- **Contexto:** Reutilizando la situación de la batería de la pregunta 35 de tu prueba.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - * Competencia: Formulación y Ejecución.
 - * Afirmación: Frente a un problema que involucra información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - * Evidencia: Resuelve un problema que involucra información cuantitativa o esquemática.

Pregunta: La carga C (en porcentaje) de una batería sigue la expresión $C = 100 - 4t$, donde t es el tiempo en minutos. Al mismo tiempo, un panel solar carga la batería siguiendo la expresión $P = 2t$. ¿En qué minuto t el porcentaje de carga de la batería será igual a la carga proporcionada por el panel?

- A. En el minuto 12.5 B. En el minuto 16.6 C. En el minuto 25 D. En el minuto 50

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

- **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:** (¿Qué representan C y P? ¿Cuál es la condición que debes cumplir?)
-
-

- **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:** (¿Qué ecuación representa la condición "será igual"?)
-
-

- **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:** (Resuelve la ecuación para t .)
-
-

- **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:** (Comprueba tu valor de t en ambas expresiones originales.)
-
-

Pausa para Pensar: En la Fase 3, ¿qué paso algebraico fue el más importante para aislar la variable t ? ¿Hubo algún riesgo de cometer un error de signo?





Bloque 3: Nivel Alto

Pregunta #5

- **Contexto:** Reutilizando la situación de los salarios de la pregunta 46 de tu prueba.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - * Competencia: Formulación y Ejecución.
 - * Afirmación: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - * Evidencia: Diseña planes para la solución de problemas que involucran información cuantitativa o esquemática.

Pregunta: El salario del Trabajador 1 comienza en \$65 y aumenta \$5 constantes cada año. El salario del Trabajador 2 comienza en \$62 y su aumento anual se incrementa en \$2 cada año (es decir, el primer aumento es de \$4, el segundo de \$6, etc.). ¿En qué año el salario total del Trabajador 2 superará por primera vez al del Trabajador 1?

- A. En el año 4 B. En el año 5 C. En el año 6 D. Nunca lo superará.

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

- **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:** (¿Cómo se calcula el salario de cada trabajador año a año?)
-
-

- **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:** (¿Cuál es la mejor estrategia? ¿Crear una tabla comparativa año por año, o plantear dos funciones y una desigualdad?)
-
-

- **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:** (Desarrolla tu tabla o resuelve tu modelo hasta encontrar el año clave.)
-
-

- **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:** (Desarrolla tu tabla o resuelve tu modelo hasta encontrar el año clave.)
-
-

Pausa para Pensar: Este problema tiene dos posibles planes en la Fase 2. ¿Cuál elegiste y por qué lo consideraste más eficiente o seguro para ti?

**Pregunta #6**

- **Contexto:** Reutilizando la situación de la caja de cartón de la pregunta 19 de tu prueba.
- **Etiqueta de Especificaciones:**
 - * Competencia: Formulación y Ejecución.
 - * Afirmación: Frente a un problema que involucre información cuantitativa, plantea e implementa estrategias que lleven a soluciones adecuadas.
 - * Evidencia: Resuelve un problema que involucre información cuantitativa o esquemática.

Pregunta: Una empresa debe fabricar una caja con forma de prisma rectangular y base cuadrada. El material para la base y la tapa cuesta \$10 por cm^2 , y el material para las cuatro caras laterales cuesta \$5 por cm^2 . Si la caja debe tener un volumen de 1.000 cm^3 y se busca que el costo total del material sea exactamente \$3.000, ¿cuál debe ser la altura de la caja?

- A. 5 cm B. 10 cm C. 15 cm D. 20 cm

Tu Espacio de Trabajo - Aplica las 4 Fases:

- **FASE 1 - DECONSTRUCCIÓN:** (¿Cuáles son las variables (lado L , altura h)? ¿Cuáles son las dos condiciones principales (volumen y costo)?)

- **FASE 2 - ESTRATEGIA Y MODELACIÓN:** (¿Cómo formulas las dos ecuaciones (una para el volumen, otra para el costo)? ¿Cómo las combinarás para resolver el sistema?)

- **FASE 3 - EJECUCIÓN Y CÁLCULO:** (Ejecuta tu plan. Este paso es complejo y requiere cuidado algebraico.)

- **FASE 4 - VALIDACIÓN Y SELECCIÓN:** (Una vez que encuentres L y h , verifica que cumplen AMBAS condiciones de volumen y costo.)

Pausa para Pensar: Este es un problema de sistema de ecuaciones no lineales. ¿Cuál fue el mayor desafío en la Fase 3 (Ejecución): la manipulación algebraica o la cantidad de pasos a seguir?





Mi Autoevaluación y Reflexión Final

¡Has llegado al final de la parte práctica! Este es el momento más importante para tu crecimiento. La verdadera mejora no viene solo de resolver problemas, sino de analizar cómo los resuelves. Sé honesto contigo mismo al usar esta rúbrica; es una herramienta para ti, para que descubras tus superpoderes y las áreas que puedes pulir.

Rúbrica de Autoevaluación

Evalúa tu desempeño general en los 6 ejercicios de este componente, asignándote un puntaje de 1 a 5 para cada una de las 4 Fases del Razonamiento Matemático.

| Criterio / Fase del Razonamiento | Descripción de mi desempeño | Mi Puntaje (1-5) |
|--|--|------------------|
| Fase 1: DECONSTRUCCIÓN (Mi capacidad para entender el problema) | 1: Me sentí perdido. Me costó identificar los datos clave o entender qué me pedían exactamente. 5: Entendí perfectamente cada enunciado, identifiqué todos los datos, variables y la condición clave del problema sin dificultad. | _____ |
| Fase 2: ESTRATEGIA Y MODELACIÓN (Mi capacidad para diseñar un plan) | 1: No supe qué hacer. Me bloqueé y no pude plantear una ecuación o un plan de cálculo claro. 5: Pude diseñar un modelo matemático (una ecuación, una tabla, etc.) y anticipar los pasos necesarios para resolver el problema de forma lógica. | _____ |
| Fase 3: EJECUCIÓN Y CÁLCULO (Mi capacidad para realizar las operaciones) | 1: Cometí errores de cálculo, de despeje de variables o de signo que me llevaron a una respuesta incorrecta. 5: Ejecuté mi plan con precisión. Mis cálculos fueron ordenados y correctos, y seguí los pasos que había planeado. | _____ |
| Fase 4: VALIDACIÓN Y SELECCIÓN (Mi capacidad para comprobar y elegir) | 1: Al obtener un número, marqué la opción sin verificar si era lógico o si respondía a la pregunta. 5: Me tomé un momento para comprobar mi resultado (reemplazando en la ecuación, por ejemplo) y asegurarme de que mi respuesta fuera coherente con el problema. | _____ |



Mi Plan de Acción Personalizado

Ahora, con base en tu autoevaluación, responde estas preguntas para crear tu propio plan de mejora.

- Mi mayor fortaleza, la fase en la que me siento más seguro, es:

- La fase del razonamiento matemático en la que debo enfocarme más la próxima vez es:

- Una acción concreta que haré para mejorar en esa fase es:



¡Felicitaciones!

Has completado un riguroso entrenamiento de razonamiento matemático.

Más allá de las respuestas correctas o incorrectas, lo que has logrado hoy es invaluable: has practicado y analizado un proceso mental completo. Desde decodificar un problema hasta validar tu solución, cada fase que has trabajado es una herramienta poderosa que te acompañará mucho más allá de la prueba Saber 11. Recuerda que la confianza en matemáticas no nace de saberlo todo, sino de tener un método seguro al cual recurrir cuando enfrentas un problema. "Las 4 Fases del Razonamiento Matemático" son ahora tu mapa. Has demostrado tener la disciplina para seguirlo y la autocritica para ver en qué puntos del camino puedes mejorar. Sigue practicando, sigue reflexionando y, sobre todo, sigue confiando en tu capacidad para pensar de manera ordenada y estratégica.

¡El éxito es el resultado de un proceso bien ejecutado, y tú estás dominando ese proceso!