

Chapter 3

说明：

1. \dot{x} 表示 x 对时间的一阶导数， \ddot{x} 表示 x 对时间的二阶导数。
2. 粗体字母表示矢量。

3-4

解：

设绳子加速度为 a ，圆盘角加速度为 β ，有：

$$\begin{cases} \frac{ms}{l}g - F = ma \\ Fr = \frac{1}{2}m'r^2\beta \\ r\beta = a \end{cases} \Rightarrow a = \frac{mgs}{(m + \frac{1}{2}m')l}$$

3-5

解：

- (1)

$$mg \cdot \frac{1}{2}l \sin \theta = \frac{1}{3}ml^2\beta \Rightarrow \beta = \frac{3g \sin \theta}{2l} = 5.20 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$$

- (2) 由能量守恒，有：

$$mg \cdot \frac{1}{2}l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}ml^2\omega^2$$

解得：

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\sqrt{2}l}} = 3.22 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

3-7

解：

• (1)

由角动量守恒：

$$J_A \omega_0 = (J_A + J_B) \omega_1$$

解得：

$$\omega_1 = \frac{J_A \omega_0}{J_A + J_B} = \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

• (2)

由角动量定理，有：

$$\begin{cases} H_A = J_A(\omega_1 - \omega_0) & = -2\pi \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \\ H_B = J_B \omega_1 - 0 & = 2\pi \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \end{cases}$$

3-8

解：

由角动量守恒，有：

$$\frac{1}{2} m' R^2 \omega_0 = (\frac{1}{2} m' R^2 + m u^2 t^2) \omega$$

解得：

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + \frac{2mu^2t^2}{m'R^2}}$$

得：

$$\phi = \int_0^t \omega dt = \frac{R\omega_0}{u\sqrt{\frac{2m}{m'}}} \arctan\left(\frac{ut}{R}\sqrt{\frac{2m}{m'}}\right)$$

3-9

解：

过程中，对O点角动量守恒：

$$mv_0d = (\frac{1}{3}m'L^2 + md^2)\omega$$

由动量定理：

$$F_x \cdot \Delta t = \frac{1}{2}m'L\omega + md\omega - mv_0$$

y 方向受力分析：

$$F_y - (m + m')g = \frac{1}{2}m'L\omega^2$$

得：

$$F_x = \frac{(\frac{1}{2}m'L + md)\frac{mdv_0}{\frac{1}{3}m'L^2 + md^2} - mv_0}{\Delta t}$$

$$F_y = (m + m')g + \frac{1}{2}m'L(\frac{mdv_0}{\frac{1}{3}m'L^2 + md^2})^2$$

3-11

解：

对O点角动量守恒：

$$m_2v_1l = -m_2v_2l + \frac{1}{3}m_1l^2\omega$$

细棒转动时：

$$\frac{1}{3}m_1l^2\beta = \mu m_1g\frac{l}{2}$$

得：

$$t = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2m_2(v_1 + v_2)}{\mu m_1g}$$

3-16

解： 子弹与棒的碰撞过程，由角动量守恒：

$$mv_0l = (\frac{1}{3}m_0l^2 + ml^2)\omega$$

摆动过程，能量守恒：

$$\frac{1}{2}(\frac{1}{3}m_0l^2 + ml^2)\omega^2 = mgl + \frac{1}{2}m_0gl$$

解得：

$$v_0 = \sqrt{(\frac{m_0}{3m} + 1)(\frac{m_0}{m} + 2)gl}$$

3-18

解：

- 到B点： 设相对速度为 v_B

$$\begin{cases} J_0\omega_0 &= (J_0 + mR^2)\omega_B \\ \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 &= \frac{1}{2}(J_0 + mR^2)\omega_B^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 - mgR \end{cases}$$

解得：

$$v_B = \sqrt{2gR + \frac{J_0\omega_0^2 R^2}{J_0 + mR^2}}$$

- 到C点： 设相对速度为 v_C

$$\begin{cases} J_0\omega_0 &= J_0\omega_B \\ \frac{1}{2}J_0\omega_0^2 &= \frac{1}{2}J_0\omega_B^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 - mg2R \end{cases}$$

解得：

$$v_C = 2\sqrt{gR}$$