北京化工大学 2019——2020 学年第一学期

《应用数理统计》考试试卷

一、填空题(每空 3 分，共 24 分)

1．设总体 X 服从参数为 $\lambda(>0)$ 的 Poisson 分布，$X_1,\cdots,X_n$ 是来自该总体的样本，则样本的联合分布律为 $P(X=k)=\dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ $k=0,1,\cdots n$.

2．设样本的频数分布为

X	0	1	2	3	4
频数	1	3	2	1	2

则其样本均值 $\bar{X}=$ 2. $X\sim t(n)$ $P(X>C)$.

3．设随机变量 $X\sim t(n), Y\sim F(1,n)$, 若常数 c 满足 $P(X>c)=0.1$，则 $P(Y>c^2)=$________.

4．设 $X\sim N(2,1)$，Y_1,Y_2,Y_3,Y_4 相互独立且均服从 $N(0,4)$，X 与 Y_1,Y_2,Y_3,Y_4 相互独立，令 $T=4(X-2)\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{4}Y_i^2}$，且满足 $P(|T|>k)=0.01$，则 $k=$________.

$\sim N(2,1)$ $\frac{X-\mu}{\sigma}=\frac{X-2}{1}\sim N(0,1)$.

5．设总体 X 服从二项分布 $B(5,p)(0<p<1)$，$(0,1,3,2,2,4)$ 是来自该总体的样本观测值，则参数 p 的极大似然估计值为 0.4. $EX=\theta$.

6．设总体 X 服从参数为 $\lambda(>0)$ 的指数分布 $\exp(\lambda)$，$X_1,\cdots,X_n$ 是样本，$\bar{X}$ 是样本均值. 若 $C\bar{X}^2$ 为 $D(X)$ 的无偏估计量，则常数 $C=$________. C_1+C_2

7．设总体 $X\sim N(\mu,16)$，$X_1,\cdots,X_{36}$ 是来自该总体的样本，$\bar{X}$ 是样本均值，如果 $(\bar{X}-1,\bar{X}+1)$ 为 μ 的置信区间，则置信度为 1.5. 36.

8．设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,其中 μ，σ^2 未知，$X_1,\cdots,X_n$ 是来自该总体的样本，S^{*2} 是修正样本方差. 欲检验 $H_0:\sigma^2=1, H_1:\sigma^2\neq 1$, 在显著水平 α 下，H_0 的接受域为________.

$\mu\ \sigma^2\ \sigma=2$ $N\ \sigma^2\ \sigma=3$

二、(10 分)设 $X_1,\cdots,X_9$ 是来自总体 $X\sim N(2,4)$ 的样本，$Y_1,\cdots,Y_{17}$ 是来自总体 $Y\sim N(3,9)$ 的样本，且两样本相互独立，令 $F=\sum_{i=1}^{9}(X_i-2)^2\Big/\sum_{i=1}^{17}(Y_i-\bar{Y})^2$，其中 $\bar{Y}=\sum_{i=1}^{17}Y_i\Big/17$，求 $P(0.0836<F<0.945)$ 之值.

三、(15 分)总体 X 的概率密度函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\beta\alpha^{\beta}}{x^{\beta+1}}, & x\geq\alpha\\ 0, & x<\alpha\end{cases}$，其中参数 $\alpha>0,\beta>1$, 设 $X_1,\cdots,X_n$ 是来自该总体的样本.

（1）当 $\alpha=1$ 时，求未知参数 β 的矩估计量;

（2）当 $\alpha=1$ 时，求未知参数 β 的极大似然估计量;

（3）当 $\beta=2$ 时，求未知参数 α 的极大似然估计量.

四、(9 分)设总体 X 满足 $E(X)=\mu$ 和 $D(X)=\sigma^2(\sigma^2>0)$，从总体中分别抽取容量为 n_1,n_2 的两个独立样本，样本均值分别为 $\overline{X}_1,\overline{X}_2$，试证：对于任意满足 $a+b=1$ 的常数 a 和 b，$T=a\overline{X}_1+b\overline{X}_2$ 都是 μ 的无偏估计量；并确定常数 a,b，使方差 $D(T)$ 达到最小.

五、(12 分)比较甲乙两种棉花品种的优劣，假设用它们纺出的棉纱强度分别服从正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$，$N(\mu_2,\sigma_2^2)$，试验者分别从这两种棉纱中抽取样本容量 $n_1=100,\ n_2=50$ 的样本，测得样本均值分别为 $\overline{x}=5.6,\ \overline{y}=5.2,$ 修正样本方差分别为 $s_1^{*2}=4,\ s_2^{*2}=2.56$.设两样本相互独立. 试在显著性水平 α=0.05 下检验假设 $H_0:\mu_1\le\mu_2, H_1:\mu_1>\mu_2$.

（1）若 σ_1^2=2.2^2，$\sigma_2^2=1.8^2$.

（2）若 σ_1^2=σ_2^2 未知.

六、(10 分)某船厂的历史资料显示，生产的船只销往 A,B,C,D,E 地区的比例分别为 20%,28%,8%,12%和 32%。在今年生产的船只中，观测了 500 艘，发现销往上述地区的船只分别为 110,138,43,66,143.用 χ^2 拟合检验法在显著性水平 α=0.05 下检验销售比例是否改变.

七、(20 分)以家庭为单位，某种商品年需求量 y 与该商品价格 x 之间的一组调查数据如下表：

价格 x(元)	5	2	2	2.3	2.5	2.6	2.8	3	3.3	3.5
需求量 y(千克)	1	3.5	3	2.7	2.4	2.5	2	1.5	1.2	1.2

设 y 与 x 之间满足一元线性回归模型：$y=\beta_0+\beta_1x+\varepsilon,\varepsilon\sim N(0,\sigma^2)$.

（1）求回归系数 β_0,β_1 的最小二乘估计 $\hat{\beta}_0,\hat{\beta}_1$，并写出 y 对 x 的回归方程；

（2）求 σ^2 的无偏估计，和判定系数 r^2；

（3）求 β_1 的置信度为 95%的置信区间；

（4）对回归方程的显著性进行检验($\alpha=0.05$).

（5）当 $x_0=4$ 时，求 y_0 的预测值.

附表：可能用到的标准正态分布，χ^2-分布，t-分布和 F-分布的下侧分位数：

1. $\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

x	0.645	1	1.5	1.645	1.96	2
$\Phi(x)$	0.7405	0.8413	0.9332	0.95	0.975	0.9772

2. $P\{\chi^2(n)<\chi^2_\alpha(n)\}=\alpha$： $\chi^2_{0.95}(4)=9.488,\ \chi^2_{0.95}(5)=11.07.$

3. $P\{t(n)<t_\alpha(n)\}=\alpha$： $t_{0.99}(4)=3.7469,\ t_{0.995}(4)=4.6041,$

$t_{0.975}(8)=2.306,\ t_{0.975}(9)=2.2622,$ $t_{0.975}(10)=2.2281.$

4. $P\{F(n_1,n_2)<F_\alpha(n_1,n_2)\}=\alpha$： $F_{0.95}(1,8)=5.32,\ F_{0.95}(1,9)=5.12,$

$F_{0.95}(16,9)=2.99,\ F_{0.95}(9,16)=2.54,$ $F_{0.99}(16,9)=4.92,\ F_{0.99}(9,16)=3.78.$