

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики
Факультет компьютерных технологий и управления
Кафедра информатики и прикладной математики

Домашнее задание №2
По дисциплине «Моделирование»
Вариант 10/12

Выполнил студент группы Р3217
Пышный Максим Александрович

Санкт-Петербург
2016

Постановка задачи и исходные данные

Цель задания

Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования приоритетных моделей – систем массового обслуживания (СМО) с неоднородным потоком заявок

Этапы задания

1. Построение и описание исследуемой системы массового обслуживания.
2. Разработка Марковской модели исследуемой системы.
3. Проведение расчетов разработанной модели и получение результатов
4. Анализ полученных результатов.
5. Детальный анализ зависимостей характеристик системы при изменении нагрузки.

Вариант задания:

- Количество классов заявок (K) = 2
- Число обслуживающих приборов (P) = 2
- Емкости накопителей (EH) = 1/1
- Поступившая заявка занимает любой свободный прибор с равной вероятностью (ВЗП)
- Дисциплина обслуживания (ДО) - с относительными приоритетами (ОП)
- Порядок назначения приоритетов (ПНП): 1–2 (заявки класса 1 имеют приоритет по отношению к заявкам класса 2)
- Поступающая заявка любого класса при отсутствии свободного места в накопителе данного класса теряется (ДБ);

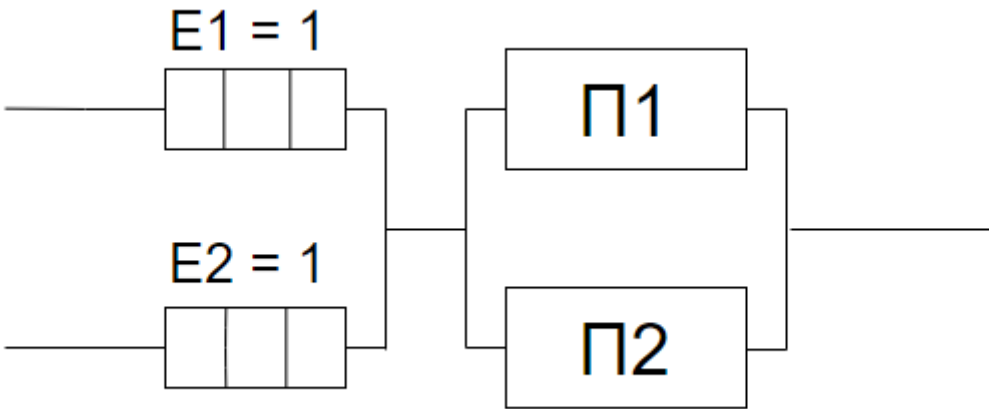
Вариант	Интенсивность потока, c^{-1}			Ср. длит. обслуживания, с		
	λ_1	λ_2	λ_3	b_1	b_2	b_3
12	0,2	1.0	0,5	0,5	0,2	0,1

Перечень состояний

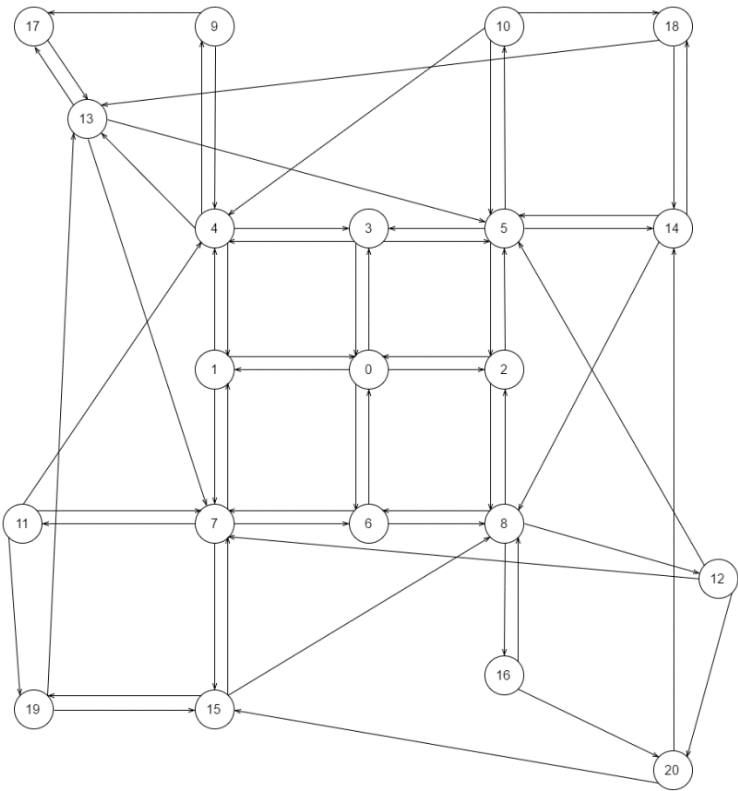
Код состояния	Н1	Н2	П1	П2
0	0	0	0	0
1	0	0	0	1
2	0	0	0	2
3	0	0	1	0
4	0	0	1	1
5	0	0	1	2
6	0	0	2	0
7	0	0	2	1
8	0	0	2	2
9	1	0	1	1
10	1	0	1	2

Код состояния	Н1	Н2	П1	П2
11	1	0	2	1
12	1	0	2	2
13	0	2	1	1
14	0	2	1	2
15	0	2	2	1
16	0	2	2	2
17	1	2	1	1
18	1	2	1	2
19	1	2	2	1
20	1	2	2	2

Модель



Граф переходов



Матрица интенсивностей переходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	S0	l1	l2	l1			l2														
1	m1	S1			l1			l2													
2	m2		S2			l1			l2												
3	m1			S3	l1	l2															
4		m1		m1	S4					l1				l2							
5			m1	m2		S5					l1				l2						
6	m2						S6	l1	l2												
7		m2					m1	S7				l1				l2					
8			m2				m2		S8				l1				l2				
9					2m1					S9								l2			
10					m2	m1					S10								l2		
11					m2			m1				S11								l2	
12						m2		m2					S12								l2
13						m1		m1						S13				l1			
14						m2			m1						S14				l1		
15								m2	m1							S16				l1	
16									2m2								S16				l1
17														2m1				S17			
18														m2	m1				S18		
19														m2		m1				S19	
20															m2	m2					S20

Вероятности состояний:

Состояние	Вероятность
0	0,5869
1	0,0583
2	0,1175
3	0,0583
4	0,0052
5	0,0117
6	0,1175
7	0,0117
8	0,0237
9	0,0002
10	0,0003
11	0,0003
12	0,0004
13	0,0016
14	0,0017
15	0,0017
16	0,0023
17	0,0003
18	0,0001
19	0,0001
20	0,0001

Расчеты по исходным данным

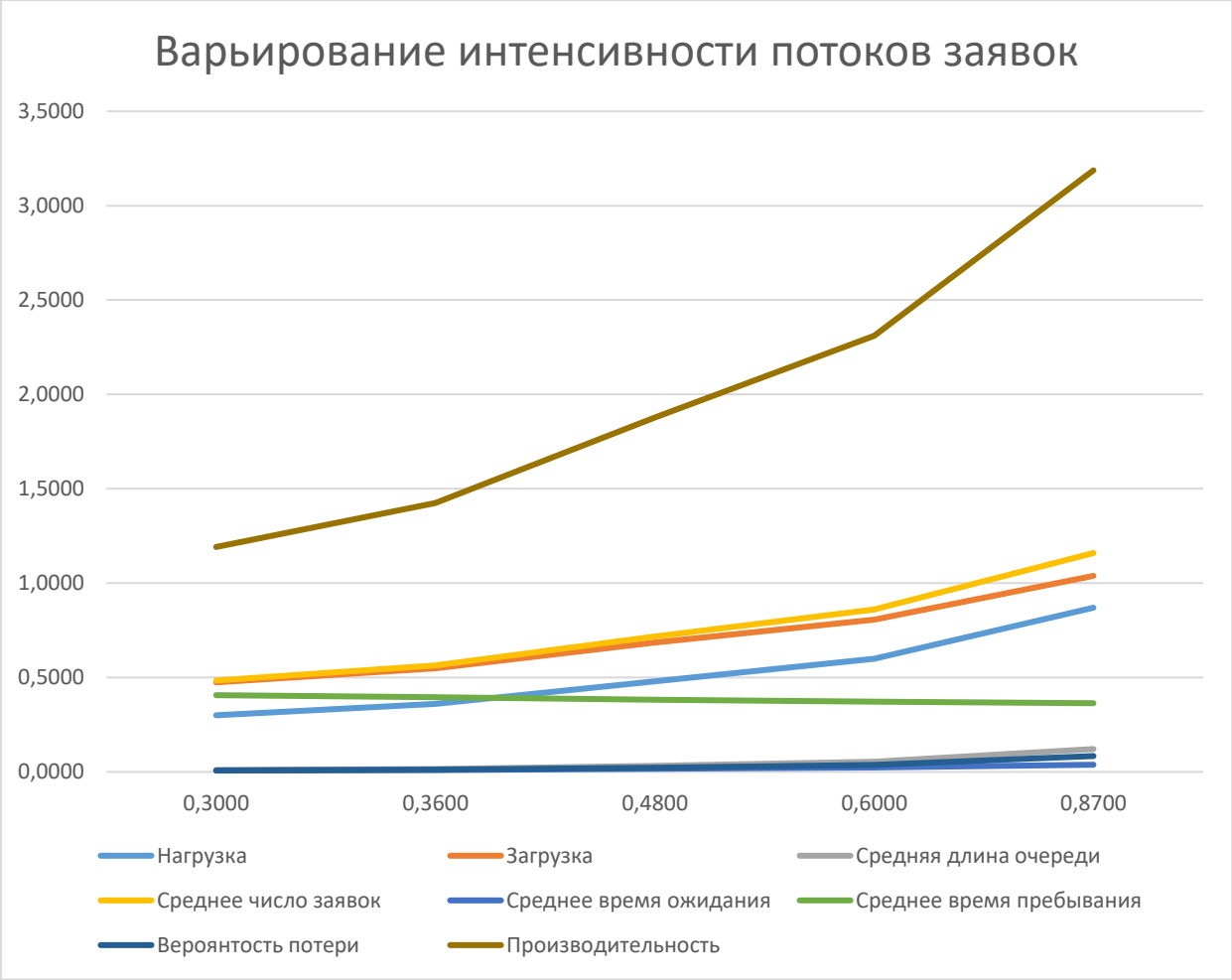
Характеристика	Класс заявок	Формула	Значение характеристики
Нагрузка	1	$y_1 = \lambda_1 / \mu_1$	0,1000
	2	$y_2 = \lambda_2 / \mu_2$	0,2000
	сумм	$y = y_1 + y_2$	0,3000
Загрузка	1	$\rho_1 = \Sigma p(L_1)$	0,1050
	2	$\rho_2 = \Sigma p(L_2)$	0,1983
	сумм	$R = \rho_1 + \rho_2$	0,3033
Средняя длина очереди	1	$l_1 = \Sigma k p(H_1(k))$	0,0018
	2	$l_2 = \Sigma k p(H_2(k))$	0,0079
	сумм	$l = l_1 + l_2$	0,0098
Среднее число заявок	1	$m_1 = \rho_1 + l_1$	0,1068
	2	$m_2 = \rho_2 + l_2$	0,2062
	сумм	$m = m_1 + m_2$	0,3130
Среднее время ожидания	1	$w_1 = l_1 / \lambda_1'$	0,0092
	2	$w_2 = l_2 / \lambda_2'$	0,0080
	сумм	$w = w_1 \lambda_1' / \lambda' + w_2 \lambda_2' / \lambda'$	0,0082
Среднее время пребывания	1	$u_1 = m_1 / \lambda_1'$	0,5351
	2	$u_2 = m_2 / \lambda_2'$	0,2079
	сумм	$u = \lambda_1' u_1 / \lambda' + \lambda_2' u_2 / \lambda'$	0,2627
Вероятность потери	1	$\pi_1 = \Sigma P_1 * p(\max k(\Pi_1))$	0,0018
	2	$\pi_2 = \Sigma P_2 * p(\max k(\Pi_2))$	0,0079
	сумм	$\pi = (\lambda_1 \pi_1 + \lambda_2 \pi_2) / (\lambda_1 + \lambda_2)$	0,0069
Производительность	1	$\lambda'1 = q_1(1 - \pi_1) * \lambda$	0,1996
	2	$\lambda'2 = q_2(1 - \pi_2) * \lambda$	0,9921
	сумм	$\lambda' = \lambda'1 + \lambda'2$	1,1917

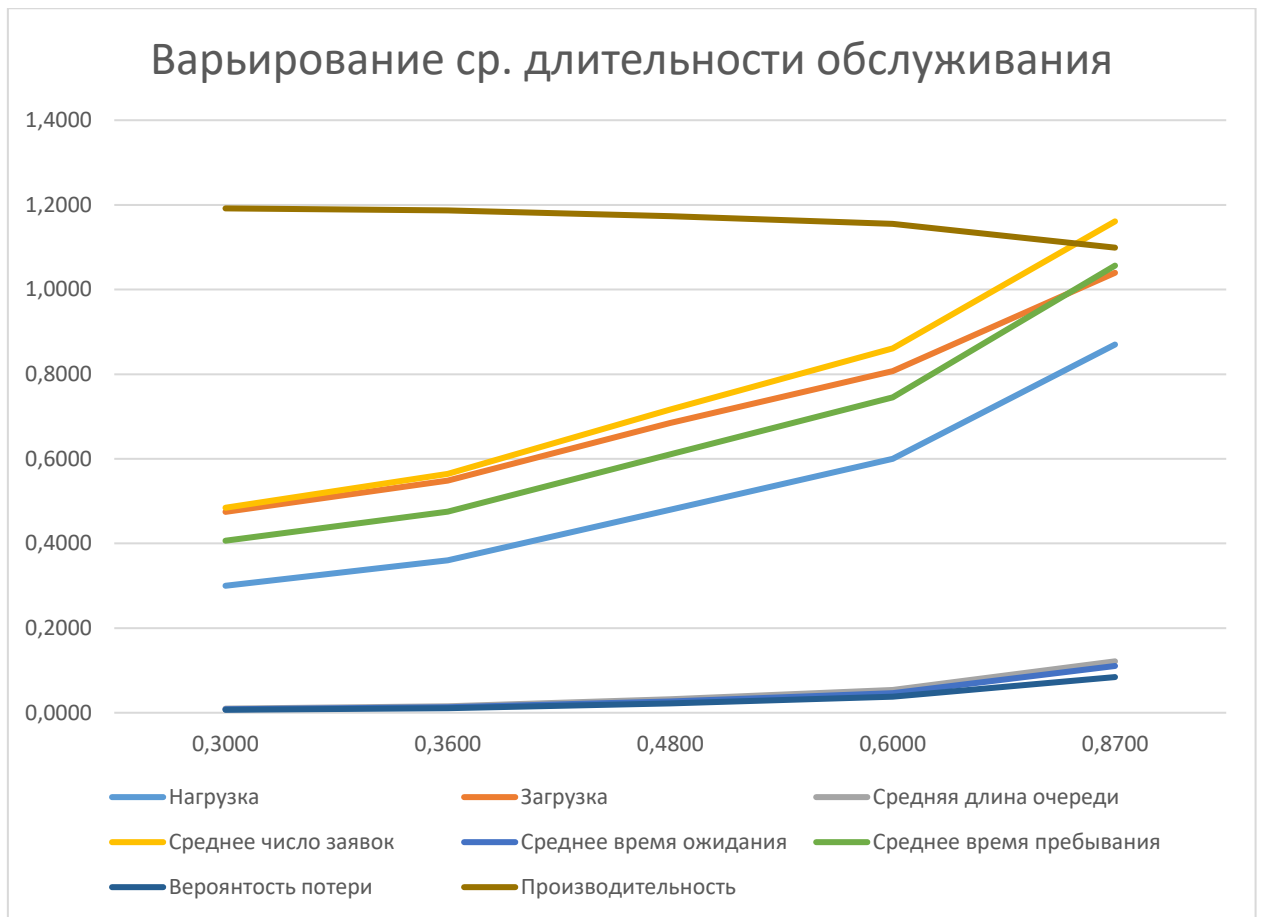
Результаты варьирования параметров:

При увеличении базовых параметров в: 1.2, 1.6, 2 и 2.9 раз

Характеристика	Класс заявок	Интенсивности потоков заявок				Ср. длительности обслуживания			
Нагрузка	1	0,1200	0,1600	0,2000	0,2900	0,1200	0,1600	0,2000	0,2900
	2	0,2400	0,3200	0,4000	0,5800	0,2400	0,3200	0,4000	0,5800
	Сумм.	0,3600	0,4800	0,6000	0,8700	0,3600	0,4800	0,6000	0,8700
Загрузка	1	0,1261	0,1679	0,2083	0,2931	0,1259	0,1678	0,2083	0,2930
	2	0,2367	0,3114	0,3822	0,5235	0,2366	0,3109	0,3822	0,5247
	Сумм.	0,3628	0,4793	0,5905	0,8166	0,3625	0,4788	0,5905	0,8177
Длина очереди	1	0,0029	0,0060	0,0106	0,0254	0,0029	0,0060	0,0106	0,0254
	2	0,0126	0,0255	0,0430	0,0958	0,0125	0,0255	0,0430	0,0960
	Сумм.	0,0155	0,0316	0,0536	0,1212	0,0154	0,0315	0,0536	0,1214
Число заявок	1	0,1290	0,1739	0,2189	0,3185	0,1288	0,1739	0,2189	0,3185
	2	0,2493	0,3369	0,4252	0,6193	0,2491	0,3364	0,4252	0,6206
	Сумм.	0,3783	0,5109	0,6441	0,9378	0,3779	0,5103	0,6441	0,9391
Ср. время	1	0,0121	0,0190	0,0267	0,0449	0,0143	0,0304	0,0534	0,1305

оказания	2	0,0106	0,0164	0,0225	0,0365	0,0127	0,0261	0,0450	0,1062
	Сумм.	0,0109	0,0168	0,0232	0,0380	0,0130	0,0269	0,0464	0,1105
Ср. время пребывания	1	0,5391	0,5468	0,5530	0,5635	0,6457	0,8747	1,1059	1,6340
	2	0,2104	0,2161	0,2222	0,2362	0,2522	0,3452	0,4443	0,6865
	Сумм.	0,2656	0,2721	0,2788	0,2942	0,3183	0,4349	0,5577	0,8546
Вероятность потери	1	0,0029	0,0060	0,0106	0,0254	0,0029	0,0060	0,0106	0,0254
	2	0,0126	0,0255	0,0430	0,0958	0,0125	0,0255	0,0430	0,0960
	Сумм.	0,0110	0,0223	0,0376	0,0840	0,0109	0,0222	0,0376	0,0842
Производительность	1	0,2393	0,3181	0,3958	0,5653	0,1994	0,1988	0,1979	0,1949
	2	1,1849	1,5591	1,9140	2,6222	0,9875	0,9745	0,9570	0,9040
	Сумм.	1,4242	1,8772	2,3097	3,1875	1,1869	1,1733	1,1549	1,0989





Вывод:

При увеличении интенсивности потока заявок все характеристики возрастают.

При увеличении времени обслуживания значения всех характеристик возрастают значения всех характеристик, за исключением производительности, поскольку вводится дополнительное время на обработку заявки.