

Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий,
механики и оптики
Факультет компьютерных технологий и управления
Кафедра информатики и прикладной математики

Домашнее задание №1
По дисциплине «Моделирование»
Вариант 10/12

Выполнил студент группы Р3217
Пышный Максим Александрович

Санкт-Петербург
2016

Постановка задачи и исходные данные

В ходе данной работы требуется изучить метод Марковских случайных процессов и его применение для исследования систем массового обслуживания с однородным потоком заявок. Основными этапами исследования являются разработка моделей исследуемых систем, проведение расчетов по разработанным моделям и обработка результатов. В итоге следует сделать выбор наилучшего варианта организации системы из двух вариантов в соответствии с заданным критерием эффективности.

Параметры структурной и функциональной организации систем

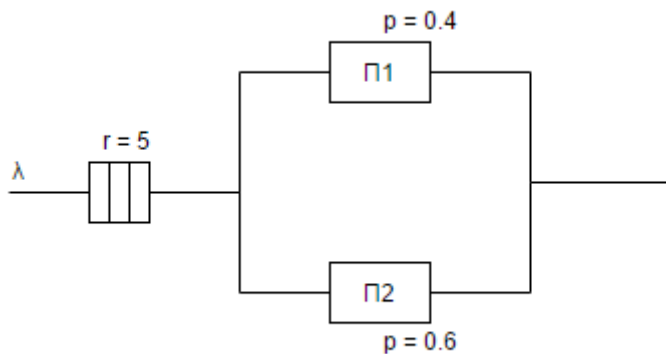
Вариант	СИСТЕМА_1		СИСТЕМА_2		Критерий эффективности
	П	ЕН	П	ЕН	
10	2	5	2	1/3	минимальная суммарная длина очередей заявок

Параметры нагрузки

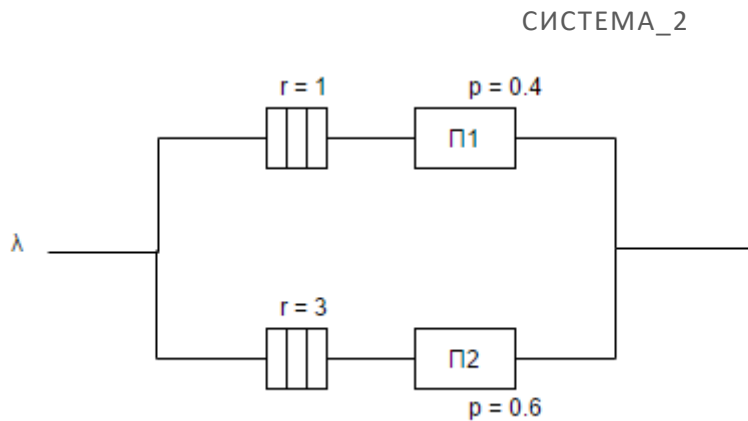
Вариант	Интенсивность потока	Ср. Длит. Обслуживания	Вероятность занятия прибора		
	λ (1/с)	В (с)	П1	П2	П3
12	0,2	25	0,4	0,5	0,1

Описание исследуемых систем

СИСТЕМА_1



- Двухканальная СМО: 2 обслуживающих прибора;
- Поток поступления заявок однородный;
- Емкость накопителя у обоих приборов одна и равна 5.



- Двухканальная СМО: 2 обслуживающих прибора;
- Емкость первого накопителя равна 1, второго - 3.

Способ кодирования и перечень состояний

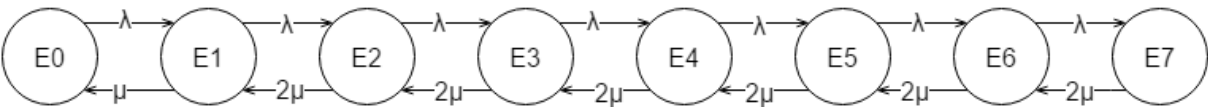
Для СИСТЕМЫ_1 номер состояния соответствует числу заявок в системе. Для СИСТЕМЫ_2 П1 - количество заявок, поступивших к первому прибору (с учетом накопителя), П2 - количество заявок, поступивших ко второму прибору (с учетом накопителя).

СИСТЕМА_1		СИСТЕМА_2	
Код	Число заявок	Код	П1/П2
E0	0	E0	0/0
E1	1	E1	0/1
E2	2	E2	0/2
E3	3	E3	0/3
E4	4	E4	0/4
E5	5	E5	1/0
E6	6	E6	1/1
E7	7	E7	1/2
		E8	1/3
		E9	1/4
		E10	2/0
		E11	2/1
		E12	2/2
		E13	2/3
		E14	2/4

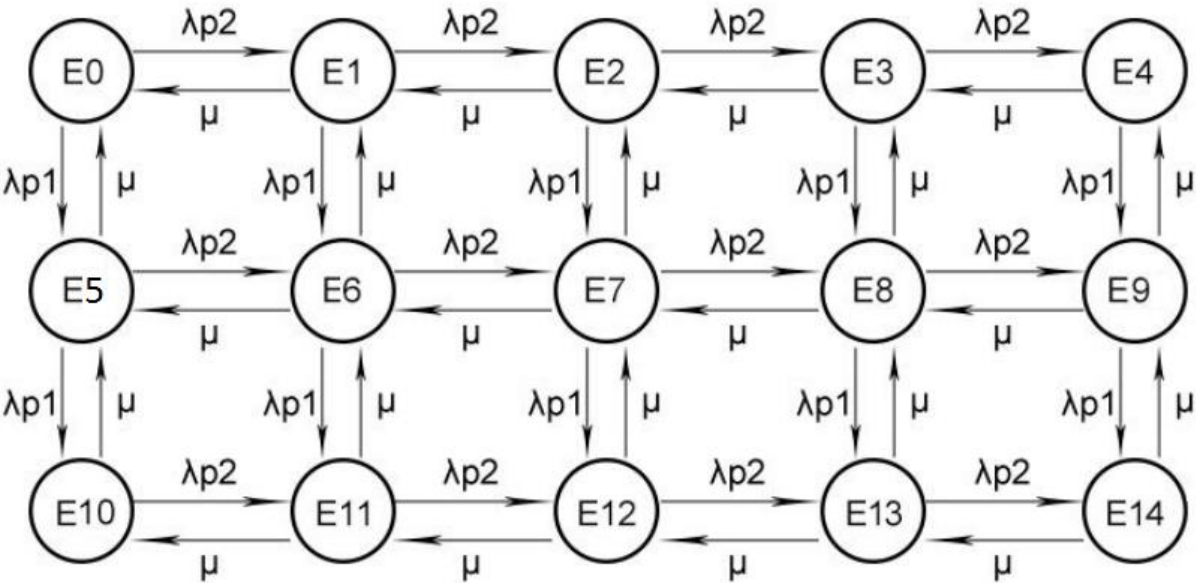
Результаты работы

Размеченный граф переходов

СИСТЕМА_1



СИСТЕМА_2



Матрицы интенсивностей переходов

СИСТЕМА_1

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	S0	λ						
1	μ	S1	λ					
2		2μ	S2	λ				
3			2μ	S3	λ			
4				2μ	S4	λ		
5					2μ	S5	λ	
6						2μ	S6	λ
7							2μ	S7

$$S0 = -\lambda;$$

$$S1 = -(\mu + \lambda);$$

$$S2 = -(2\mu + \lambda);$$

$$S3 = -(2\mu + \lambda);$$

$$S4 = -(2\mu + \lambda);$$

$$S5 = -(2\mu + \lambda);$$

$$S6 = -(2\mu + \lambda);$$

$$S7 = -2\mu.$$

СИСТЕМА_2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	S0	λp_2				λp_1									
1	μ	S1	λp_2				λp_1								
2		μ	S2	λp_2				λp_1							
3			μ	S3	λp_2				λp_1						
4				μ	S4					λp_1					
5	μ					S5	λp_2				λp_1				
6		μ				μ	S6	λp_2				λp_1			
7			μ				μ	S7	λp_2				λp_1		
8				μ				μ	S8	λp_2				λp_1	
9					μ				μ	S9					λp_1
10						μ					S10	λp_2			
11							μ				μ	S11	λp_2		
12								μ				μ	S12	λp_2	
13									μ				μ	S13	λp_2
14										μ				μ	S14

$$S0 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1)$$

$$S1 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + \mu)$$

$$S2 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + \mu)$$

$$S3 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + \mu)$$

$$S4 = -(\lambda p_1 + \mu)$$

$$S5 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + \mu)$$

$$S6 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + 2\mu)$$

$$S7 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + 2\mu)$$

$$S8 = -(\lambda p_2 + \lambda p_1 + 2\mu)$$

$$S9 = -(\lambda p_1 + 2\mu)$$

$$S10 = -(\lambda p_2 + \mu)$$

$$S11 = -(\lambda p_2 + 2\mu)$$

$$S12 = -(\lambda p_2 + 2\mu)$$

$$S13 = -(\lambda p_2 + 2\mu)$$

$$S14 = -2\mu$$

Стационарные вероятности состояний

Номер состояния	СИСТЕМА_1		СИСТЕМА_2	
	Обозначение	Вероятность	Обозначение	Вероятность
0	P0	0,0025	p0	0,0012
1	P1	0,0062	p1	0,0035
2	P2	0,0154	p2	0,0106
3	P3	0,0384	p3	0,0319
4	P4	0,0961	p4	0,0956
5	P5	0,2403	p5	0,0024
6	P6	0,6007	p6	0,0071
7	P7	0,0025	p7	0,0213
8	-	-	p8	0,0638
9	-	-	p9	0,1913
10	-	-	p10	0,0047
11	-	-	p11	0,0142
12	-	-	p12	0,0425
13	-	-	p13	0,1275
14	-	-	p14	0,3825

Характеристики СИСТЕМЫ_1

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Нагрузка	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$\gamma = \lambda / \mu$	5,0000
Загрузка	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$\rho = p1+2*p2+2*p3+2*p4+2*p5+2*p6+2*p7$	1,9967
Длина очереди	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$l = p3+2*p4+3*p5+4*p6+5*p7$	4,3452
Число заявок	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$m = p1+2*p2+3*p3+4*p4+5*p5+6*p6+7*p7$	6,3419
Время ожидания	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$w = l / \lambda'$	54,4102
Время пребывания	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$u = m / \lambda'$	79,4127
Вероятность потери	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$\pi = p7$	0,6007
Производительность	П1	-	
	П2	-	
	Сумм.	$\lambda' = \lambda * (1 - \pi)$	0,0799

Характеристики СИСТЕМЫ_2

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Нагрузка	П1	$y1=\lambda * q1/\mu$	2,000
	П2	$y2=\lambda * q2/\mu$	3,000
	Сумм.	$y=y1+y2$	5,000
Загрузка	П1	$\rho1=p5+p6+p7+p8+p9+p10+p11+p12+p13+p14$	0,857
	П2	$\rho2=p1+p2+p3+p4+p6+p7+p8+p9+p11+p12+p13+p14$	0,992
	Сумм.	$\rho=(\rho1+\rho2)/2$	0,925
Длина очереди	П1	$l1=p10+p11+p12+p13+p14$	0,571
	П2	$l2=p3+p8+p13+2*(p4+p9+p14)+3*(p5+p10+p15)$	2,529
	Сумм.	$L=l1+l2$	3,100
Число заявок	П1	$m1=p5+p6+p7+p8+p9+2p10+2p11+2p12+2p13+2p14$	1,429
	П2	$m2=p1+2p2+3p3+4p4+p6+2p7+3p8+4p9+p11+2p12+3p13+4p14$	3,521
	Сумм.	$M=m1+m2$	4,950
Время ожидания	П1	$w1=l1/\lambda'1$	16,665
	П2	$w2=l2/\lambda'2$	63,748
	Сумм.	$w=\lambda'1*w1/\lambda'+\lambda'2*w2/\lambda'=L/\lambda'$	41,920
Время пребывания	П1	$u1=m1/\lambda'1$	41,668
	П2	$u2=m2/\lambda'2$	88,748
	Сумм.	$u=M/\lambda'$	66,921
Вероятность потери	П1	$\pi1=p10+p11+p12+p13+p14$	0,571
	П2	$\pi2=p4+p9+p14$	0,669
	Сумм.	$\pi=q1*\pi1+q2*\pi2$	0,630
Производительность	П1	$\lambda'1=\lambda*q1*(1-\pi1)$	0,034
	П2	$\lambda'2=\lambda*q2*(1-\pi2)$	0,040
	Сумм.	$\lambda'=\lambda'1+\lambda'2$	0,074

Сравнительный анализ исследуемых систем

В ходе исследования моделей построенных систем, можно сделать вывод о том, что оптимальной системой для заданного критерия (минимальная суммарная длина очередей заявок) является СИСТЕМА_2.

Вывод

Суммарная длина очереди СИСТЕМЫ_1 = 4,3452, в то время, как суммарная длина очереди СИСТЕМЫ_2 =3,1.