# Algoritmo constructivo para el problema de asignación de asientos

Isabella Bermudez Gutiérrez<sup>1</sup>, Maria Alejandra Soriano<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidad de los Andes Cra. 1 #18a-12, La Candelaria, Bogotá i.bermudez@uniandes.edu.co

<sup>2</sup> Universidad de los Andes Cra. 1 #18a-12, La Candelaria, Bogotá ma.soriano@uniandes.edu.co

### Abstract

Due to the large number of airline flights these days, all the procedures involved in their operational management must be carefully optimized. This paper presents a novel approach to the seat assignment problem, which focuses on deciding where to seat passengers on different flights. Currently, most airlines solve this problem with a set of predefined rules that do not consider the probability of purchase based on historical frequency. Instead, the approach of this work is based on solving an assignment problem by means of a constructive algorithm, taking as objective function the maximization of the expected value of what the company would earn if it sells the seat and the maximization of the distance between passengers going in groups. Using a real database of flights of an airline, instances were generated for each of the flights. By applying our approach, a representative sample of these was solved and directly compared to the original airline solution. It was found that the optimization model could be solved satisfactorily in real time, and that the seat assignment obtained was of higher quality than that obtained by the predefined rules used by the airline with which it is compared.

## 1 Introduction

En la actualidad, el tráfico aéreo de pasajeros está experimentando un importante crecimiento. En 2016, el número de pasajeros del transporte aéreo en comparación al año 2004 se triplicó y superó en dos veces el número de pasajeros movilizados en 2009. En los últimos diez años, la tasa de crecimiento promedio anual de pasajeros origen-destino fue de 10,4%. Asimismo, la cantidad de aeronaves necesarias para atender esta demanda también se ha ido incrementando con el pasar de los años (Aeronáutica Civil, 2017), por lo que el problema de asignación se vuelve cada vez más importante para las aerolíneas, pues debido a estos órdenes de magnitud, es fundamental que tanto las aerolíneas como los aeropuertos sean altamente eficientes en cualquier trámite que involucre la gestión operativa de sus vuelos.

Este trabajo se centra en encontrar una buena solución para la asignación de los asientos de una aeronave. Sin perjuicio de su aplicabilidad, el trabajo se basa en el mapa del Airbus 320, por ser este uno de los tipos de aeronaves más conocidos y utilizados para vuelos comerciales, que resultan ser los más representativos de la industria.

La asignación óptima de asientos es un servicio altamente estratégico, en el que participan tres agentes diferentes, pasajeros, aerolíneas y aeropuertos, cada uno con intereses diferentes:

- Para los pasajeros que vuelan en grupo, una de las características más valoradas es que los miembros del grupo puedan viajar en asientos juntos. Además, los pasajeros valoran tener la opción de seleccionar el asiento (comprar el asiento), así como conocer el asiento asignado tras la compra. Por lo tanto, las aerolíneas se ven obligadas a administrar múltiples estrategias dentro de un solo mapa de asientos.
- Para las aerolíneas, es importante una buena asignación de asientos no solo para la satisfacción del cliente, sino también para aumentar la probabilidad de que los clientes compren asientos, ya que de esta forma pueden aumentar sus ganancias. En otras palabras, las aerolíneas buscan que

id-2 MIC/MAEB 2017

los pasajeros estén descontentos con la asignación dada, para que se vean obligados a comprar otro asiento. Esto afectaría la competitividad de la empresa y su capacidad para generar ingresos.

• Para las autoridades aeroportuarias, una buena asignación tiene un doble beneficio porque reducir el tiempo de abordaje conducirá a: (i) un aumento en el número de despegues, y (ii) los pasajeros potencialmente pasarán más tiempo en las áreas comerciales del aeropuerto.

# 2 Descripción del problema

Actualmente, existen aerolíneas que cuentan con cierto algoritmo de solución para la asignación de los puestos en cada vuelo que realizan. Estas metodologías consisten en un algoritmo constructivo básico definido por zonas de acuerdo con diferentes características de los asientos y objetivos por alcanzar. En este sentido, el problema consiste en asignar en el momento del check-in, la silla donde el pasajero viajará, teniendo en cuenta:

- 1. Debe dejar libre las sillas con un precio más alto por sus atributos (más espacio, lugar estratégico, etc).
- 2. Debe dejar libre las sillas que por histórico tiene más posibilidad de ser vendidas.
- 3. Debe considerar las sillas ya escogidas o compradas por los pasajeros con antelación.
- 4. Si una reserva tiene más de una persona, estos deben quedar en posiciones separadas (para obligar comprar al pasajero).
- 5. Debe considerar la restricción de peso y balance del avión.
- 6. Las 4 últimas filas de avión no cuentan con ventana y deben ser asignadas de último para reserva de uso operacional.

Ahora bien, estos algoritmos, así como el presentado en este documento, buscan la asignación de asientos en un avión Airbus 320. Sin embargo, con ciertas modificaciones no se descartaría la posibilidad de cambiar el tipo de avión para la aplicación de los algoritmos. En la Figura 1 se muestran algunas consideraciones importantes acerca del Airbus 320.

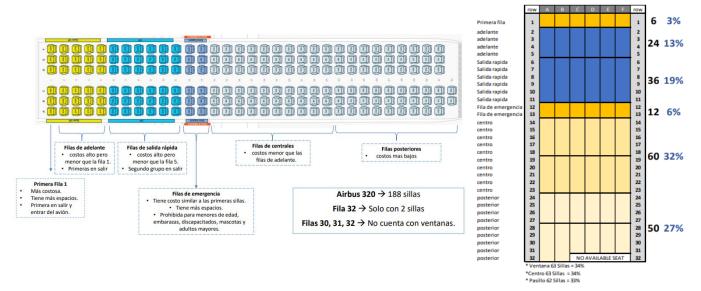
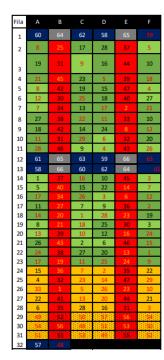


Figura 1. Airbus 320.

Con esto en mente, actualmente se tiene un modelo que busca maximizar los ingresos al asignar la posición del asiento en el avión, maximizar el balance en el avión y maximizar la distancia en la ubicación de pasajeros que van en grupos. Por lo tanto, en la *Figura 2* se muestra el actual orden de asignación que se utiliza para solucionar el problema.



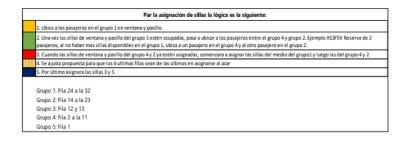


Figura 2. Asignación actual.

Esta metodología actualmente no genera una asignación lo suficientemente buena para la aerolínea. Por lo tanto, este documento busca presentar un nuevo algoritmo que logre mejorar todos los objetivos propuestos y tener un impacto positivo en las ganancias de la empresa.

# 3 Bibliografía revisada

La literatura ha presentado múltiples enfoques para resolver el problema que se presenta en este artículo. La mayor parte se ocupa del problema de asignación de asientos, buscando el número óptimo de asientos que se ofrecerán para cada clase de tarifa, con el fin de maximizar la gestión de ingresos. Algunos enfoques tempranos para la asignación de asientos consideraban modelos de optimización de red (Dror et al, 1988; Glover et al, 1982), donde las variables están asociadas con clases de pasajeros (no grupos en un vuelo, como abordaremos en este artículo). Se introdujeron modelos probabilísticos para la asignación de asientos utilizando estimaciones de demanda inciertas, por ejemplo, en Belobaba (1989), Brumelle y McGill (1993); Sawaki (1989). Sato y Sawaki (2009) presentaron un modelo probabilístico más reciente que considera la reposición para tarifas más bajas. Lee y Hersh (1993) abordaron un problema diferente pero relacionado: este trabajo formuló un modelo para decidir si aceptar o rechazar una solicitud de reserva de asiento en una clase de reserva determinada. El enfoque de Tajima y Misono (1999) formuló un problema de enteros de empaquetamiento conjunto para llenar la aeronave al considerar grupos de pasajeros de modo que los miembros del grupo estén sentados lo más cerca posible entre sí (que es lo contrario de lo que se hará en este documento).

Este artículo presenta un enfoque novedoso del problema de asignación de asientos, que consiste en decidir dónde ubicar a los diferentes pasajeros o grupos de pasajeros en una aeronave, de acuerdo con diferentes características como la tarifa, el tipo de la aeronave o el número de pasajeros en un grupo. Este problema está siendo resuelto actualmente por múltiples empresas a través de un conjunto de reglas predefinidas que buscan un conjunto de asientos que tienen ciertas características especiales. En este trabajo proponemos un modelo de optimización que parte de un algoritmo constructivo basado en una división por secciones de la aeronave. Este modelo permite encontrar una solución factible que trata de satisfacer dos objetivos principales: (1) asegurar la máxima distancia entre los pasajeros de un mismo grupo para incentivarlos a comprar, (2) tener en cuenta la probabilidad de compra por pasajeros para maximizar las ganancias de la aerolínea.

id-4 MIC/MAEB 2017

#### Formulación matemática del problema 4

Formalmente, el problema en cuestión se puede definir de la siguiente manera. Sea un conjunto de q pasajeros en un avión que consta de n asientos, cada pasajero  $i \in Q$  debe ser asignado a un asiento disponible  $j \in N$  en el vuelo. En este caso, buscamos la asignación de asientos que maximice los ingresos esperados de la aerolínea por la venta de asientos, dada la probabilidad  $p_i$  de que se venda el asiento jno asignado a un precio de venta  $v_i$ , y maximice la distancia  $d_i$  del pasajero i entre todos los miembros que hacen parte de su mismo grupo. La formulación matemática del problema se muestra a continuación.

$$maximizar \quad M \sum_{j \in N} \sum_{i \in Q} x_{ij} + \sum_{j \in N} v_j \cdot p_j + \sum_{i \in Q} d_i \cdot y_i$$
 (1)

Sujeto a,

$$\sum_{i \in Q} x_{ij} = 1 \ \forall j \in N \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \ \forall i \in Q \tag{3}$$

$$\sum_{i \in Q} x_{ij} = 1 \,\,\forall \, j \in N$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1 \,\,\forall \, i \in Q$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{i \in Q} x_{ij} = |Q|$$

$$(2)$$

$$(3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \tag{5}$$

Donde,

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, si \ el \ pasajero \ i \in Q \ es \ asignado \ al \ asiento \ j \in N. \\ 0, d. \ l. \ c. \end{cases} \tag{6}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, si \ el \ pasajero \ i \in Q \ viene \ en \ grupo. \\ 0, d. \ l. \ c. \end{cases}$$
 (7)

$$M \ll 0 \tag{8}$$

La función objetivo (1) maximiza el valor esperado de los ingresos de la aerolínea y la distancia entre los pasajeros que vienen en grupo. La restricción (2) garantiza que solo se asigne un pasajero a cada asiento y la restricción (3) garantiza que solo se asigne un asiento a cada pasajero. La restricción (4) asegura que el número total de pasajeros asignados sea el número total de pasajeros a asignar. Por otro lado, la variable de decisión del problema se define en la ecuación (6), mientras que los parámetros del modelo se presentan en las ecuaciones (7) y (8).

#### 5 Metodología

Para solucionar el problema de asignación de asientos, se propuso un algoritmo constructivo basado en una división por zonas priorizando el criterio de precio para la asignación. Esto significa que el avión se llena desde los asientos más baratos hasta los más caros, por lo que estos últimos siempre estarán disponibles para su compra (si el avión no está completamente lleno). Por ejemplo, si todos los asientos del avión están desocupados, el algoritmo constructivo comenzará a asignar pasajeros a los asientos centrales de la zona trasera, los cuales tienen un precio de nueve mil pesos (\$9.000 COP) (ver Figura 1),

una vez que esta zona se llena, se empezarán a llenar las sillas de la zona trasera ubicadas en la ventana y el pasillo, y así sucesivamente. En cuanto al criterio de equilibrio, la asignación realiza saltos entre columnas para asegurar una mejor distribución del peso.

Con esto en mente, comenzamos por bloquear todas las sillas que ya se habían comprado antes y durante el check-in, ya que estas no estarían disponibles para que el algoritmo las asigne. Asimismo, se separó a todos aquellos pasajeros que viajarán en grupo e individualmente, ya que este será un atributo importante a la hora de tratar de maximizar la distancia entre ellos.

Este algoritmo se inicia cuando el pasajero realiza el check-in. En ese momento, si el pasajero va a viajar solo, se le asigna en el orden de las zonas propuestos (ver Figura 1), según la disponibilidad de cada una de ellas. Esta disponibilidad está sujeta a asientos comprados previamente o a asignaciones ya realizadas con anticipación durante el check-in de otros pasajeros. Sin embargo, si se identifica que el individuo es parte de un grupo, entonces él, junto con todos los demás miembros, serán asignados de forma completamente aleatoria a los asientos restantes disponibles (vacíos). Esto se debe a que cuando vienen en grupo, antes que priorizar el precio del asiento, se da mayor importancia a maximizar la distancia entre ellos. Si bien se reconoce que asignarlos aleatoriamente no asegura una distancia máxima, se asume que al hacerlo así la probabilidad de que estén cerca es menor que la de estar separados, lo cual es útil para una primera solución al problema.

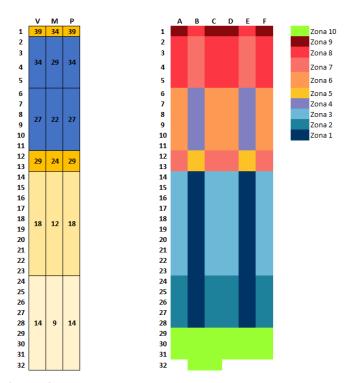


Figura 3. Precios y secciones para el algoritmo constructivo

Este algoritmo constructivo produce la asignación completa del avión, indicando dónde debe ubicarse cada pasajero.

## Algoritmo constructivo

**Input:** data frame S de pasajeros en un mismo vuelo (ID, fecha y numero de vuelo, fecha de compra del asiento, numero localizador de registros).

Output: matriz de asignación de todos los pasajeros en un Airbus320.

(1) **for** *i* **in** número de pasajeros

id-6 MIC/MAEB 2017

```
(2)
        if pasajero i compra el ticket antes o durante el check-in then
(3)
               Ocupar el asiento j comprado por el pasajero i.
(4)
        end if
(5) Next i
(6) ListaGrupos = {}
(7) for i in número de pasajeros
(8)
        for j = i + 1 to número de pasajeros
(9)
            if los pasajeros i y j pertenecen al mismo grupo y no han comprado asientos then
                CantidadPorAsignar = cantidad de pasajeros del mismo grupo del pasajero i.
(10)
(11)
            end if
(12)
        next i
(13) Agregar al pasajero i a la ListaGrupos con su respectiva cantidad de miembros.
(14) next i
(15) for i in número de pasajeros
        if el pasajero i esta en ListaGrupos then
(16)
(17)
            MejorAsignación = Asignar aleatoriamente a cada miembro del grupo de i, incluido i.
(18)
            MejorDistancia = Calcular distancia entre miembros del grupo.
(19)
        else:
(20)
               for z in zonas
(21)
               for w in AsientosDisponibles[z]
(22)
                               Asignar un asiento disponible w de la zona z al pasajero i.
(23)
                       Eliminar asiento w de la lista de AsientosDisponibles[z]
(24)
                               Break
(25)
                       next w
(26)
               next z
        end if
(27)
(28) Next i
  Return data frame con la asignación final de los asientos.
```

## 6 Experimentos computacionales

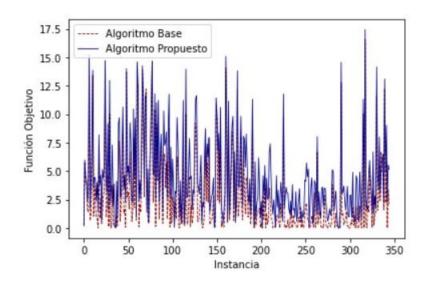
El algoritmo propuesto en este artículo fue codificado en el lenguaje de programación Python versión 5.1.5. Todos los experimentos se realizaron sobre un subconjunto representativo de la población, es decir, se seleccionaron aleatoriamente 76 muestras del conjunto de datos que contiene la información histórica de 345 vuelos programados en el mes de junio de 2022. El tamaño de la muestra representativa se estableció de acuerdo con un intervalo de confianza del 95% y un margen de error del 10%. Estas instancias están disponibles en <u>GitHub</u>.

Al ejecutar las instancias, la solución encontrada para cada una de ellas es una matriz como se muestra en la Figura 2. En este caso, es posible notar que la notación de la solución se da en números del 1 al 99. Esto se debe a que la aerolínea con la que el proyecto iniciado tiene una restricción en el software de asignación que impide tener tres dígitos almacenados en la solución. En este caso, los retornos obtenidos de la codificación Python para cada instancia se presentan en formato matricial, de manera que se puede evidenciar: (1) el orden en que los pasajeros fueron asignados a los asientos del avión en notación numérica de dos dígitos (1 a 99) debido a las restricciones del sistema operativo de la aerolínea; y (2) el código único del pasajero o grupo.

	Α	В	С	D	E	F		Α	В	С	D	E	F
0	84	11	12		13	78	0	W69VGI	CC - N6ZJ6V	CC - DD16XA		CC - N6ZJ6V	W69VGI
1	89	22	52	87	99	88	1	W69VGI	HYH33G	CC - JC3VRD	W69VGI	S3K1WR	W69VGI
2	59	20		60	6	81	2	CC-G81VSP	HGP34B		CC-G81VSP	VCIS3Q	W69VGI
3	60	38	19	57	2	61	3	BEVL9U	P7FUPS	HGP34B	VD47UT	S3K1WR	CC - G81VSP
4	49	82	62	33		4	4	P7FUPS	W69VGI	CC - G81VSP	P7FUPS		S3K1WR
5	63	64	65	66	<del>67</del>	68	5	CC-WCSLWT	CC-WCSLWT	CC-WCSLWT	CC - WCSLWT	CC-WCSLWT	CC-WCSLWT
6		44		69	40		6		P7FUPS		CC-G81VSP	P7FUPS	
7	36		52	13	94	31	7	P7FUPS		LBV86D	N323KB	DD16XA	BG2FKE
8	70	71	<del>72</del>	73	74	75	8	CC - Q7ZM9S	CC - Q7ZM9S	CC - SB6Z8G	CC-GEDB8X	CC - GEDB8X	CC - SB6Z8G
9	1	37	29	95	92		9	CC - VG8K5U	P7FUPS	BG2FKE	DD16XA	DD16XA	
10	51	55	17		7	53	10	LBV86D	F6M6QF	HGP34B		VCIS3Q	LBV86D
11		10	1		2	3	11		VCIS3Q	S3K1WR		CC - CGI8NR	CC - CGI8NR
12		9	35	43	48		12		VCIS3Q	P7FUPS	P7FUPS	P7FUPS	
13	28		4	21		93	13	BG2FKE	W69VGI	CC - G81VSP	HYH33G		DD16XA
14	34	14	41	27		85	14	P7FUPS	BY21RJ	P7FUPS	BG2FKE		W69VGI
15	5	6		32		24	15	CC - OH8BHE	CC - OH8BHE		BG2FKE		IHCVJB
16	30		47	77		80	16	BG2FKE	VCIS3Q	P7FUPS	W69VGI		W69VGI
17			90	8	7	8	17		DD16XA	W69VGI	VCIS3Q	CC~OH8BHE	CC - OH8BHE
18	96		9	<del>10</del>			18	DD16XA	Y5626L	CC - G81VSP	CC - W69VGI		
19	42		58	26	14	46	19	P7FUPS	HGP34B	VD47UT	BG2FKE	CC-G81VSP	P7FUPS
20	<del>1</del> 5		25		<del>16</del>		20	CC - W6M6HI	S3K1WR	IHCVJB		CC - R65V3V	
21	<del>17</del>	18	19	20	21		21	CC - W6M6HI	CC - UFWZ5H	CC - JEBBVN	CC - UFWZ5H	CC - UFWZ5H	
22	22	23	24	25	<del>26</del>	27	22	CC - UFWZ5H					
23	28	29			30	31	23	CC-UFWZ5H	CC UFWZ5H			CC UFWZ5H	CC-UFWZ5H
24	50	32	33	34	35	36	24	P7FUPS	CC UFWZ5H	CC - UFWZ5H	CC - UFWZ5H	CC - UFWZ5H	CC-UFWZ5H
25	16		83	37	38	39	25	HGP34B		W69VGI	CC - UFWZ5H	CC - UFWZ5H	CC-UFWZ5H
26	40	41	42	43	44	45	26	CC-UFWZ5H	CCUFWZ5H	CC-UFWZ5H	CC-UFWZ5H	CC - UFWZ5H	CC-UFWZ5H
27	39	45		46	56		27	P7FUPS	P7FUPS		CC-G81VSP	F6M6QF	
28	47	48	79	49	50	51	28	CC-ZE3DKQ	CC - ZE3DKQ	W69VGI	CC-OGZUJH	CC - BG2FKE	CC - BG2FKE
29	53	54	55		98	59	29	CC-WCSLWT	CC-WCSLWT	CC-WCSLWT		S3K1WR	BEVL9U
30	61	56	57	12	58	15	30	BEVL9U	CC-OGZUJH	CC-OGZUJH	N323KB	CC-OGZUJH	HGP34B
31	Х	76		Х	Х	Х	31	X	CC-OGZUJH		Х	X	X

**Figura 4.** Matriz con asignaciones en notación del 1 al 99 y Matriz con código único de pasajero/grupo (asignación tachadas significan asientos comprados).

Además de esta matriz, es posible calcular el valor de la función objetivo. Tal como se presenta en la formulación matemática, la función objetivo consiste en maximizar el valor esperado de los ingresos de la aerolínea. En otras palabras, la idea es liberar los asientos que tienen un precio esperado más alto para la aerolínea. De esta forma, se consideraría la probabilidad de comprar los asientos y su precio actual, lo que termina siendo un equilibrio entre dos de los principales objetivos de las aerolíneas. Para calcular su valor, primero es necesario detectar los asientos vacíos. Con esos asientos se conoce su precio y la probabilidad de ser comprado, por lo que el producto de ambos generaría su valor esperado. Finalmente, la función objetivo será la suma de todos estos valores esperados calculados para las sillas vacías al final de la tarea. Es importante señalar que la probabilidad de cada asiento se encontró con la información histórica proporcionada por la aerolínea con la que se está realizando el proyecto. Así, además de considerar el precio de venta, también quedarían libres los asientos que históricamente tienen más probabilidades de ser vendidos.



id-8 MIC/MAEB 2017

**Figure 5**. Comparación del algoritmo actual de la aerolínea (algoritmo base) y el algoritmo propuesto.

En este caso, la *Figura 3* muestra los valores que toma la función objetivo en las 350 instancias evaluadas para cada uno de los métodos. Como se puede observar, se obtienen mejores resultados de la función objetivo con el algoritmo constructivo propuesto.

# 7 Resultados y discusión

El algoritmo constructivo propuesto en este documento se comparó con el algoritmo de asignación de pasajeros que utiliza actualmente la aerolínea para asignar asientos en el check-in. Cabe señalar que, los experimentos se diseñaron en las mismas condiciones, manteniendo constantes las instancias seleccionadas aleatoriamente al inicio de la corrida, con el fin de poder realizar comparaciones y análisis basados en sobre los resultados De esta forma, se compilaron los resultados para las 76 instancias evaluadas para cada método (ver Tabla 1).

A partir del grafico presentado en la Figura 3, se puede evidenciar que el algoritmo constructivo brinda mejores resultados para la función objetivo del problema de maximizar el ingreso esperado, considerando el balanceo de la aeronave y la distancia entre grupos de pasajeros. Numéricamente, nuestro algoritmo propuesto fue exitoso en el 97.4% de los casos con una brecha promedio de -52.85%. El hecho de que los valores sean negativos significa que con el algoritmo propuesto se incrementó la función objetivo.

**Tabla 1**. Comparación de resultados de los algoritmos evaluados, el algoritmo actual de la aerolínea (algoritmo base) y el algoritmo propuesto

				_				
Instance	F0_Base	F0_Propuesto	GAP	_	Instance	F0_Base	F0_Propuesto	GAP
ima_1	0.25	0.41	-39.23%		ima_266	1.08	1.44	-25.09%
ima_10	3.56	7.11	-49.97%		ima_270	0.14	4.01	-96.46%
ima_103	0.15	0.12	24.79%		ima_278	0.37	1.73	-78.33%
ima_108	0.04	3.93	-98.90%		ima_28	4.65	8.49	-45.18%
ima_116	10.02	14.04	-28.62%		ima_285	1.30	3.12	-58.31%
ima_119	1.92	3.48	-44.79%		ima_294	0.31	4.38	-92.91%
ima_131	1.06	2.73	-61.25%		ima_296	0.83	2.13	-61.16%
ima_132	2.31	4.86	-52.36%		ima_299	0.23	1.52	-84.95%
ima_137	1.20	5.77	-79.22%		ima_30	10.01	10.75	-6.83%
ima_138	7.57	7.58	-0.10%		ima_302	0.54	2.55	-78.66%
ima_139	2.40	4.60	-47.83%		ima_313	0.47	2.48	-80.97%
ima_154	2.19	4.58	-52.18%		ima_315	2.31	5.91	-60.99%
ima_156	0.10	1.10	-91.11%		ima_316	10.05	11.49	-12.51%
ima_16	0.83	4.02	-79.41%		ima_325	2.08	3.23	-35.49%
ima_165	0.70	1.10	-35.76%		ima_327	3.40	8.05	-57.80%
ima_170	0.66	2.07	-68.29%		ima_329	1.21	2.81	-57.00%
ima_173	2.02	3.23	-37.57%		ima_33	3.75	7.58	-50.45%
ima_175	0.99	3.91	-74.69%		ima_335	2.42	2.72	-11.09%
ima_195	0.25	0.28	-11.00%		ima_337	4.95	4.51	9.80%
ima_20	2.51	4.57	-45.18%		ima_338	4.86	5.52	-12.09%
ima_200	0.03	0.92	-96.50%		ima_34	0.30	2.59	-88.46%
ima_203	2.86	5.60	-48.85%		ima_341	2.19	4.72	-53.52%
ima_207	1.32	5.27	-74.92%		ima_35	0.38	3.18	-88.06%
ima_209	0.74	2.71	-72.85%		ima_40	5.33	8.59	-37.99%
ima_212	0.86	4.07	-78.95%		ima_5	1.67	6.08	-72.54%
ima_222	0.00	1.44	-100.00%		ima_51	3.15	4.70	-33.00%
ima_223	2.14	5.53	-61.28%		ima_52	1.67	2.42	-31.07%
ima_234	1.60	2.66	-40.02%		ima_54	6.71	8.41	-20.16%
ima_235	0.17	1.02	-82.83%		ima_57	7.87	10.54	-25.28%
ima_240	0.29	3.92	-92.53%		ima_60	0.69	0.96	-28.35%
ima_241	0.00	0.56	-100.00%		ima_62	12.52	13.37	-6.37%
ima_246	0.00	0.40	-100.00%		ima_64	2.12	4.23	-49.83%
ima_251	1.96	3.98	-50.77%		ima_67	13.89	14.06	-1.22%
ima_252	2.18	5.43	-59.87%		ima_70	9.99	11.76	-15.08%
ima_253	0.75	4.07	-81.49%		ima_75	2.24	3.68	-39.29%
ima_254	0.78	5.80	-86.63%		ima_78	14.65	15.31	-4.31%
ima_258	1.08	5.09	-78.83%		ima_85	4.96	10.92	-54.58%
ima_263	0.46	1.10	-58.10%		ima_97	8.74	13.23	-33.91%
_					_			

## 8 Conclusión

El algoritmo propuesto en este artículo fue un algoritmo que buscaba maximizar el valor esperado de los ingresos de la aerolínea, considerando la maximización de la distancia entre los pasajeros de un mismo grupo y el balanceo de la aeronave. Los resultados mostraron mejoras significativas que llevan a concluir que los algoritmos constructivos son capaces de llegar a buenas soluciones que superan a los métodos convencionales utilizados en las aerolíneas actuales. Estadísticamente, se demostró que el algoritmo es sólido y consistente cuando se ejecuta con diferentes instancias.

## References

Aeronáutica Civil. (2017). La Aviación en Cifras. Tomado de https://www.aerocivil.gov.co/Potada/revi.pdf

Belobaba P (1989) Application of a probabilistic decision model to airline seat inventory control. Operations Research 37:183–197.

id-10 MIC/MAEB 2017

Brumelle SL, McGill JI (1993) Airline seat allocation with multiple nested fare classes. Operations Research 41:127–137.

- Dror M, Trudeau P, Ladany SP (1988) Network models for seat allocation on flights. Transportation Research Part B 22:239–250.
- Glover F, Glover R, Lorenzo J, McMillan C (1982) The passenger-mix problem in the scheduled airline. Interfaces 12:73–80.
- Lee TC, Hersh M (1993) A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings. Transportation Science 27:252–265
- Sato K, Sawaki K (2009) A multiple class seat allocation model with replenishment. Journal of Operations Research Society of Japan 52:355–365
- Sawaki K (1989) An analysis of airline seat allocation. Journal of Operations Research Society of Japan 32:411–419.
- Tajima A, Misono S (1999) Using a set packing formulation to solve airline seat allocation/reallocation problems. Journal of Operations Research Society of Japan 42:32–44