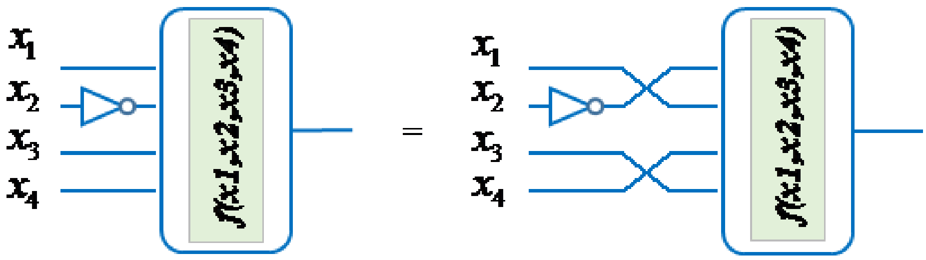
З огляду на практичну доцільність, як правило надають перевагу спеціальним класам булевих функцій, зокрема симетричним функціям (СФ) [1–3]. Завдяки своїм широким функціональним можливостям симетричні функції моделюють чималу кількість обчислювальних компонентів, зокрема, n-входові 1-розрядні суматори бінарних кодів чи схеми (не)парності, компаратори, пристрої виявлення помилок, декодери завадостійких кодів тощо. З іншого боку, для синтезу симетричних функцій можна використати спеціальні, не властиві у загальному випадку часткові підходи, які переважно дають кращі результати щодо реалізації цифрових компонентів [4–6]. Важливість таких функцій вперше було визнано у роботі [1], де були введені основні поняття, визначення та розглянуті властивості СФ. Для практики інтерес викликають задачі декомпозиції СФ і задачі синтезу оптимальних логічних схем на їх основі [7–14]. Булева функція $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ є симетричною відносно змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$, якщо для будь-якої підстановки

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \ldots & k \\ x_1 & x_2 & \ldots & k \end{pmatrix}$$

буде справедлива рівність

$$f(x_1, \ldots, x_k, x_{k+1}, \ldots, x_n) = f(x_{j_1}, \ldots, x_{j_k}, x_{j_{k+1}}, \ldots, x_{j_n})$$

Зазвичай симетрія стосується перестановок параметрів об'єктів, які залишають його незмінним. Вони дають уявлення про структуру об'єкта, який може бути використаний для полегшення обчислень на ньому. Перестановки також можуть слугувати орієнтиром для збереження цієї структури, коли об'єкт певним чином трансформується. Таким чином симетрія для булевих функцій є перестановки змінних з можливим доповненням, які залишають значення функцій незмінними (рис. 1).



$$f(x_1, \overrightarrow{x_2}, x_3, x_4) = f(x_1, \overrightarrow{x_2}, x_3, x_4)$$

Рис. 1: Ілюстрація симетрії булевої функції.

Така властивість симетричних функцій дозволяє здійснювати оптимізацію логічного синтезу при проектування цифрових схем.