

Министерство образования и науки Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИНФОРМАЦИОННЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики Группа Р3340

Лабораторная работа №10  
Исследование математической модели  
электромеханического объекта управления  
Вариант - 9

Выполнила Сорокина Т. В. (подпись)  
(фамилия, и.о.)

Проверил \_\_\_\_\_ (подпись)  
(фамилия, и.о.)

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г. Санкт-Петербург, 20\_\_г.

Работа выполнена с оценкой \_\_\_\_\_

Дата защиты "\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_г.

**Цель работы:** изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

### Исходные данные

Функциональная схема типичного электромеханического объекта представлена на рисунке 1. На рисунке 2 представлена структурная схема ЭМО. В таблице 1 представлены исходные данные, необходимые для выполнения данной лабораторной работы.

В работе рассматривается электромеханический объект управления, выходным сигналом которого является угловое перемещение ИМ, а управляющим сигналом - входное напряжение УПУ. Измерение угловой скорости осуществляется на валу двигателя. Момент сопротивления  $M_{см}$ , приложенный к валу ИМ, выступает в качестве возмущающего воздействия.

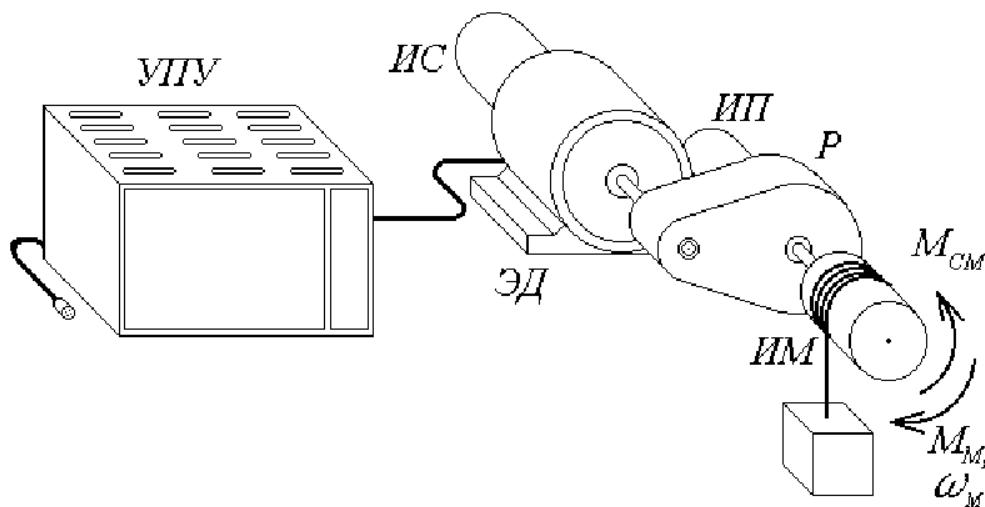


Рисунок 1 – Функциональная схема типичного электромеханического объекта

Таблица 1 – Исходные данные

$U_n, В$	$n_0, об/мин$	$I_n, А$	$M_n, Н·м$	$R, Ом$	$T_я, мс$	$J_d, кг·м^2$	$T_y, мс$	$i_p$	$J_m, кг·м^2$
27	2440	0.38	0.04	32	6	$5.5 \cdot 10^{-6}$	3	40	0.03

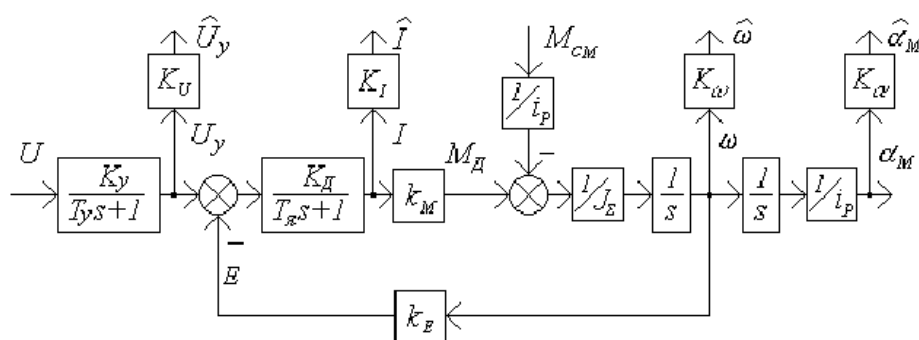


Рисунок 2 – Структурная схема ЭМО

# 1 Расчет параметров математической модели ЭМО

Выполним расчет параметров для полной модели ЭМО:

$$n_0 = 2440 \text{ об/мин} = 255,52 \text{ рад/с}$$

$$K_e = \frac{U_n}{\omega_0} = \frac{27}{255,52} = 0,106 [\text{В}^* \text{с} / \text{рад}] \quad (1)$$

$$K_d = \frac{1}{R} = 0,031 [\text{См}] \quad (2)$$

$$K_m = \frac{M_n}{I_n} = \frac{0,04}{0,38} = 0,105 [\text{Н}^* \text{м} / \text{А}] \quad (3)$$

$$K_y = \frac{U_n}{U_m} = \frac{27}{10} = 2,7 [\text{В}] \quad (4)$$

$$J_p = 0,2 J_d = 0,2 * 5,5 * 10^{-6} = 1,1 * 10^{-6} [\text{кг}^* \text{м}^2] \quad (5)$$

$$J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_m}{i_p^2} = 5,5 * 10^{-6} + 1,1 * 10^{-6} + \frac{0,03}{40^2} = 0,00002535 [\text{кг}^* \text{м}^2] \quad (6)$$

$$\frac{1}{J_\Sigma} = 39447,73 \quad (7)$$

Для упрощенной модели:

$$K = \frac{K_y}{K_e * i_p} = \frac{2,7}{0,106 * 40} = 0,637 [\text{рад} / \text{с}] \quad (8)$$

$$K_f = \frac{R}{K_m * K_e * i_p^2} = \frac{32}{0,105 * 0,106 * 40^2} = 1,797 [\text{Ом}^* \text{А}^* \text{рад} / (\text{Н}^* \text{м}^* \text{В}^* \text{с})] \quad (9)$$

$$T_m = \frac{R * J_\Sigma}{K_m * K_e} = \frac{0,00002535 * 32}{0,105 * 0,106} = 0,073 [\text{Ом}^* \text{А}^* \text{рад}^* \text{кг}^* \text{м}^2 / (\text{Н}^* \text{В}^* \text{с})] \quad (10)$$

## 2 Математическое моделирование полной модели ЭМО

На рисунке 3 представлена структурная схема полной модели ЭМО, составленная по схеме, изображенной на рисунке 2.

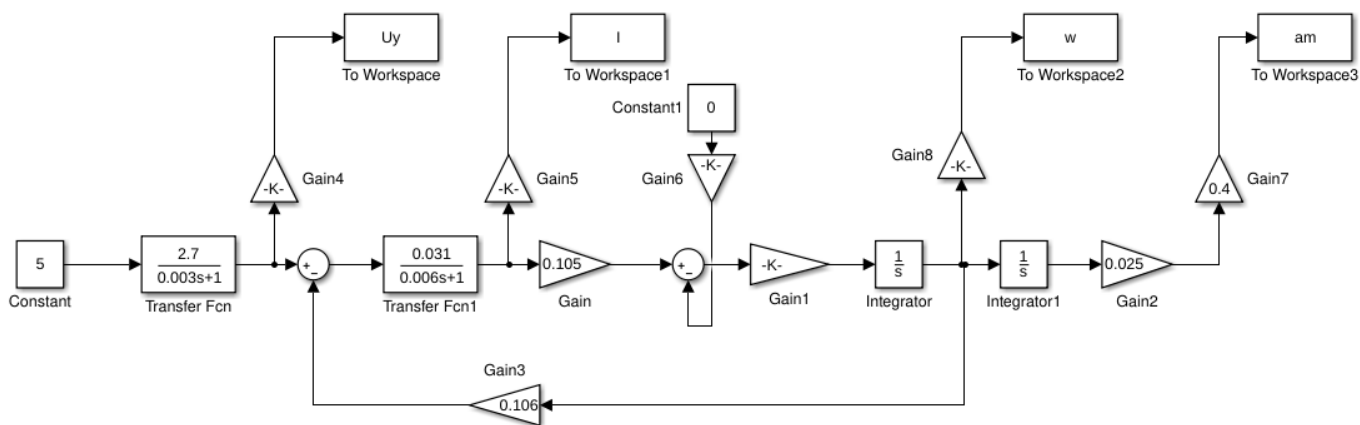


Рисунок 3 – Структурная схема полной модели ЭМО

Коэффициенты передачи измерительных устройств  $K_U$ ,  $K_\omega$ ,  $K_I$ ,  $K_\alpha$  выберем таким образом, чтобы максимальное значение измеряемого сигнала соответствовало уровню 10 В на выходе измерительного устройства.

$$K_U = 0,74$$

$$K_\omega = 0,079$$

$$K_I = 28,5$$

$$K_\alpha = 7,45$$

Выполним построение графиков переходных процессов при  $M_{cm}=0$  и  $U=5$  В. На рисунках 4-7 представлены графики переходных процессов.

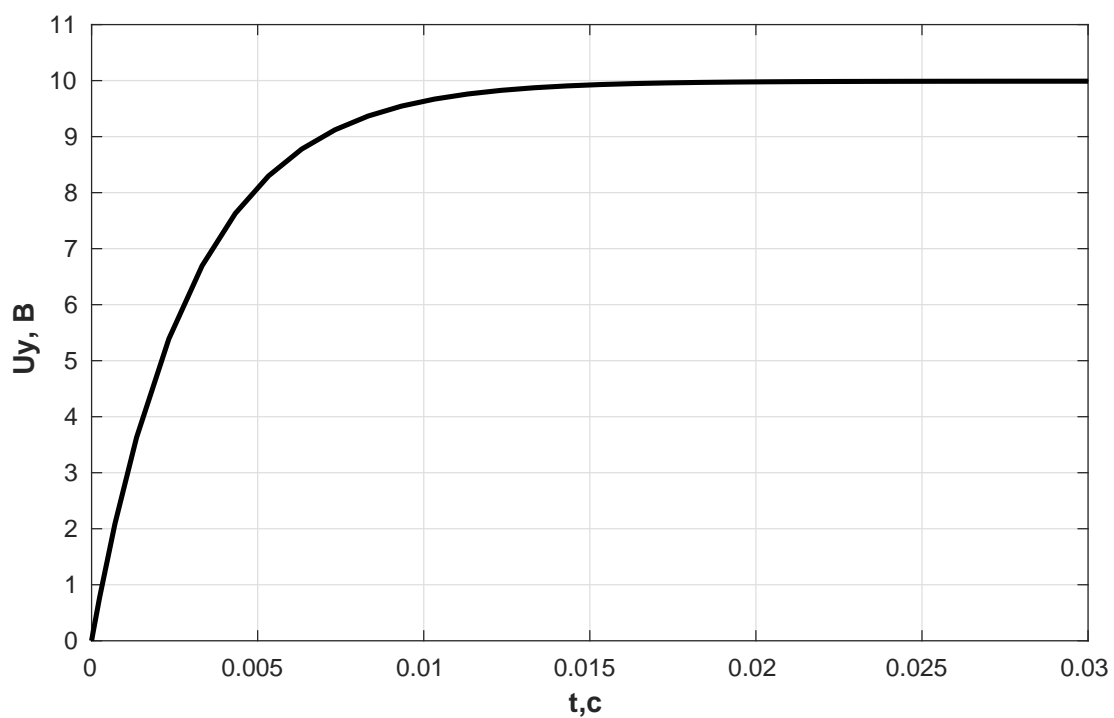


Рисунок 4 – Переходный процесс по напряжению

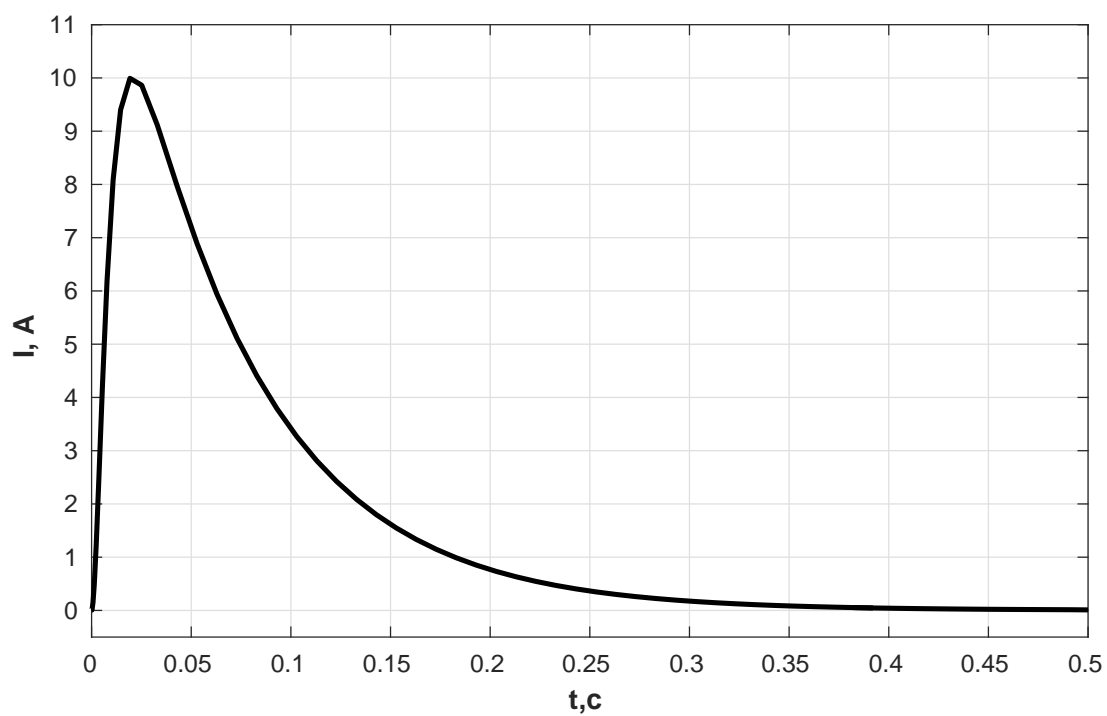


Рисунок 5 – Переходный процесс по току

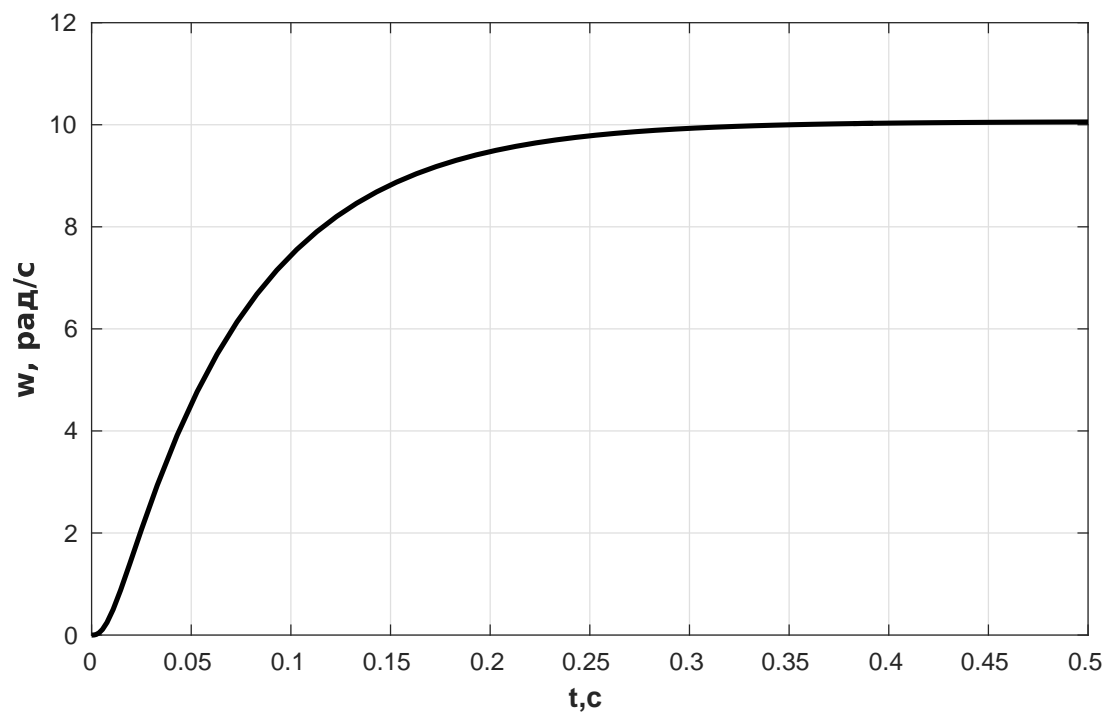


Рисунок 6 – Переходный процесс по угловой скорости

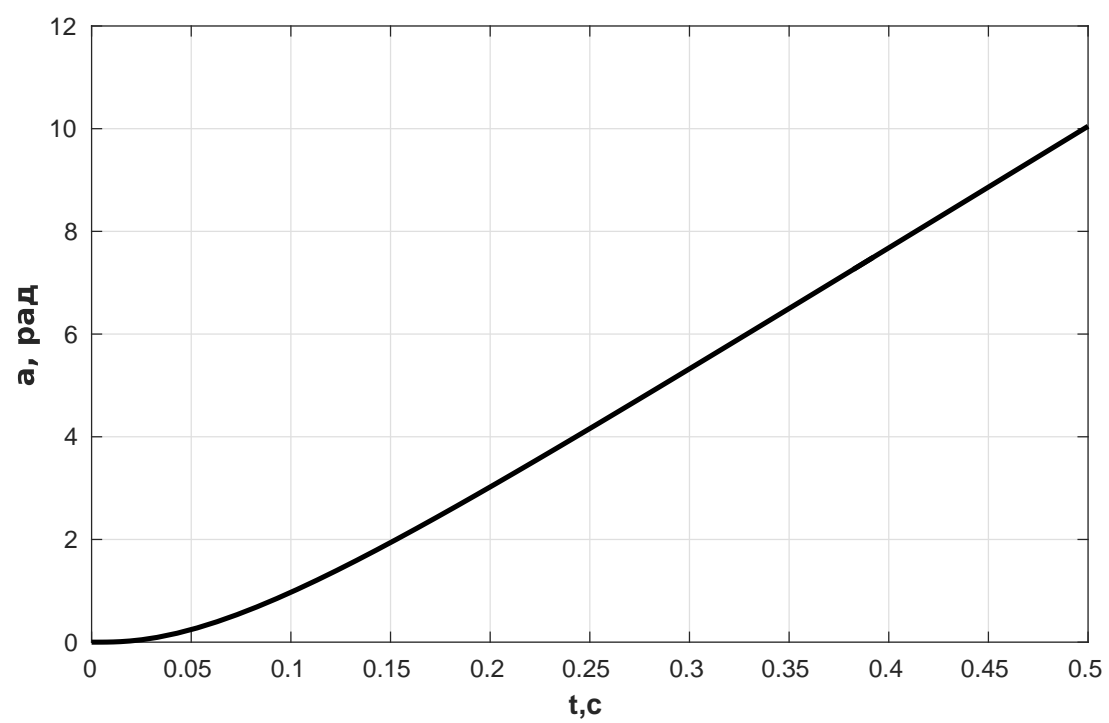


Рисунок 7 – Переходный процесс по углу поворота

### 3 Исследование влияния момента сопротивления на вид переходных процессов

Требуется получить графики переходных процессов при различных значениях момента сопротивления  $M_{cm}$ . Диапазон изменения  $M_{cm}$ : от 0 до  $i_p * M_n = 40 * 0,04 = 1,6$  Н\*м. Графики переходных процессов представлены на рисунках 8 - 11.

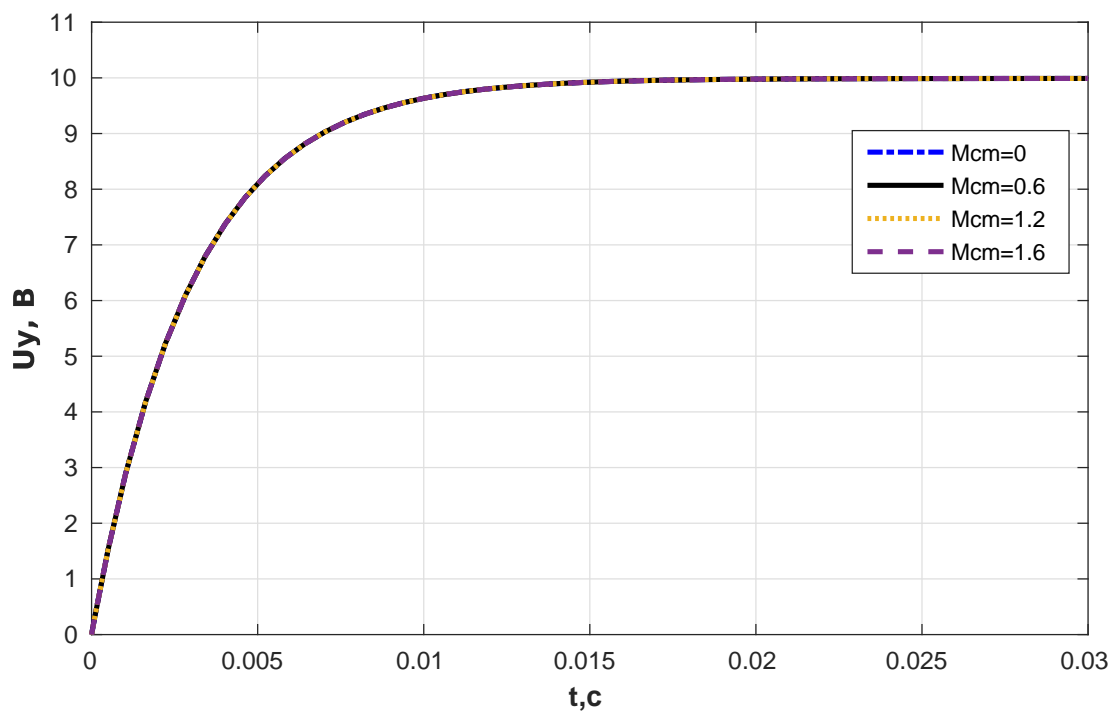


Рисунок 8 – Переходные процессы по напряжению

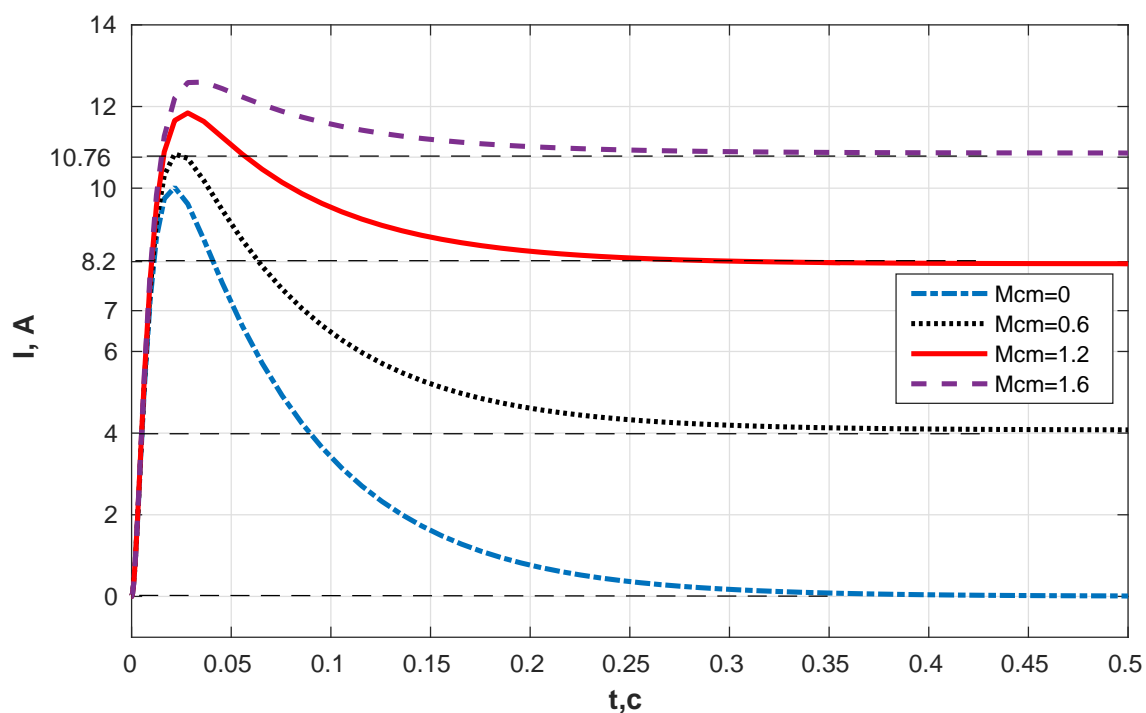


Рисунок 9 – Переходные процессы по току

Определим по графикам время переходного процесса и установившиеся значения тока.

При  $M_{cm}=0$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $I_{уст}=0$ .

При  $M_{cm}=0.6$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $I_{уст}=4$ .

При  $M_{cm}=1.2$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $I_{уст}=8.2$ .

При  $M_{cm}=1.6$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $I_{уст}=10.76$ .

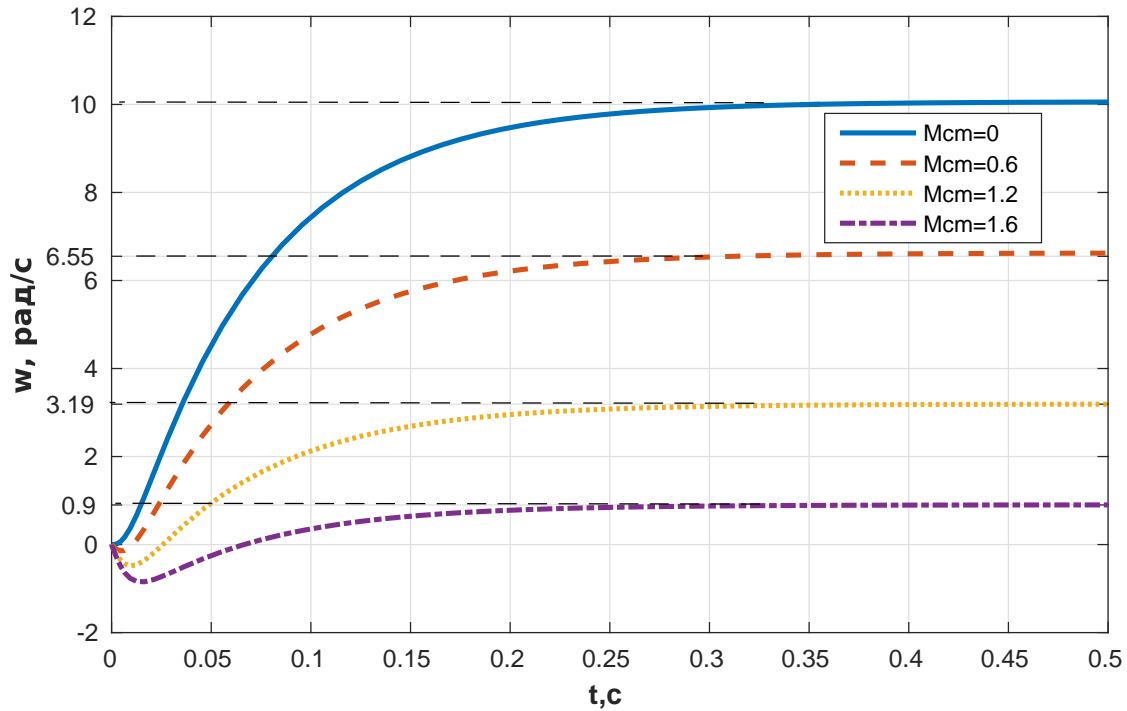


Рисунок 10 – Переходные процессы по угловой скорости

Определим по графикам время переходного процесса и установившиеся значения скорости.

При  $M_{cm}=0$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $\omega_{уст}=10$ .

При  $M_{cm}=0.6$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $\omega_{уст}=6.55$ .

При  $M_{cm}=1.2$ :  $t_{п}=0,25$  с,  $\omega_{уст}=3.19$ .

При  $M_{cm}=1.6$ :  $t_{п}=0,25$  с,  $\omega_{уст}=0.9$ .



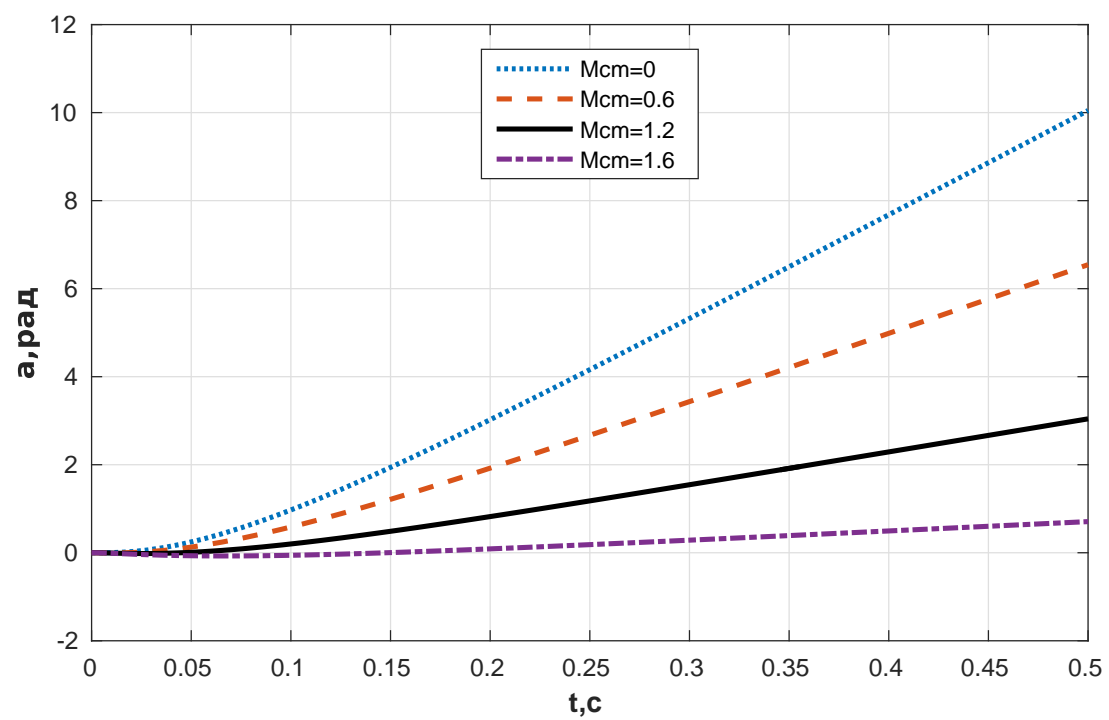


Рисунок 11 – Переходные процессы по углу поворота

## 4 Влияние момента инерции нагрузки на вид переходных процессов

Требуется изменять момент инерции нагрузки в диапазоне  $\pm 50\%$  от заданного значения. То есть будем изменять значения момента инерции нагрузки в пределах от  $0,015 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  до  $0,045 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

На рисунках 12 - 15 представлены графики переходных процессов при различных значениях  $J_m$ .

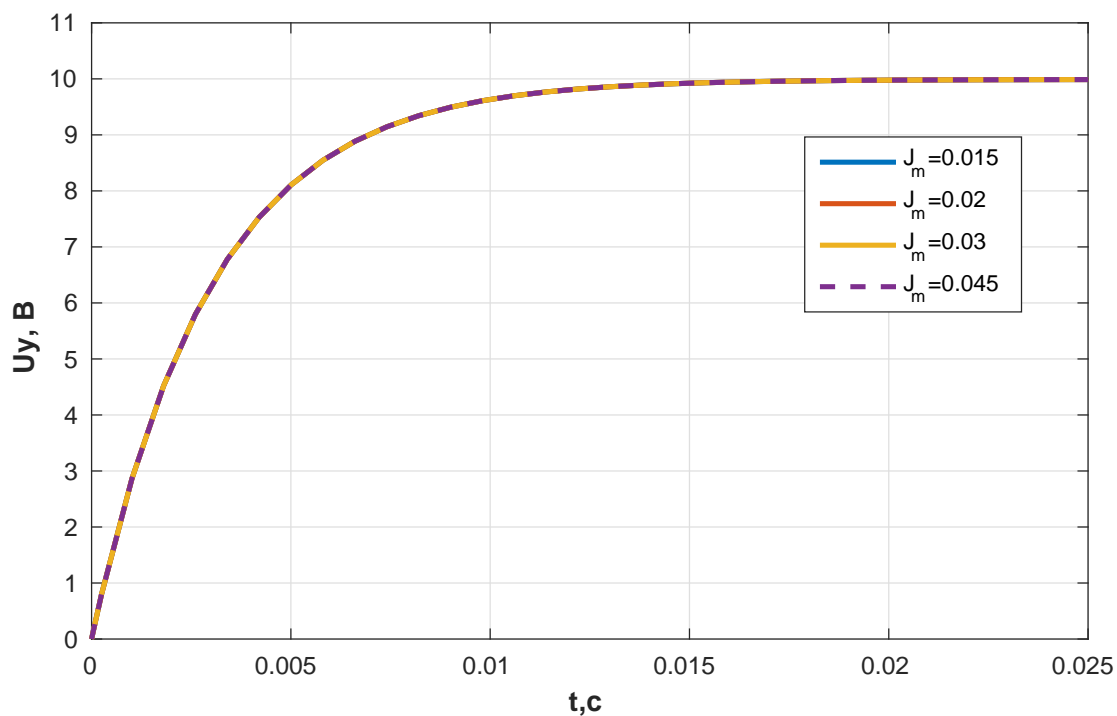


Рисунок 12 – Переходные процессы по напряжению

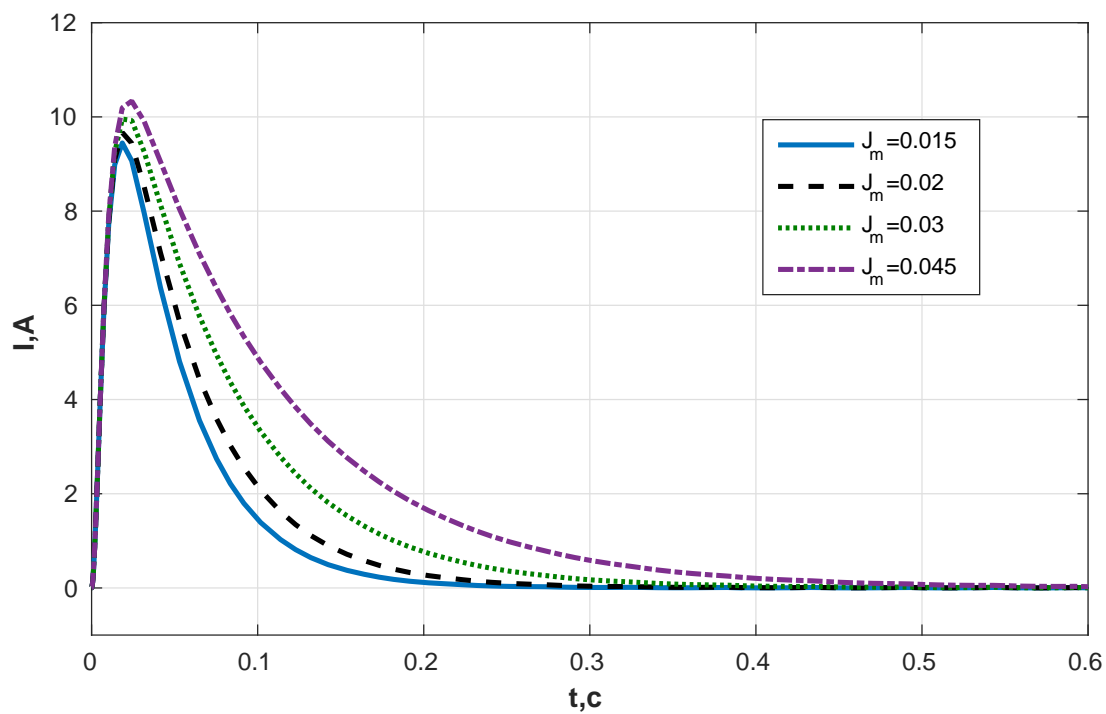


Рисунок 13 – Переходные процессы по току

Определим по графикам время переходного процесса и установившееся значения тока.

При  $J_m=0,015$ :  $t_{п}=0,25$  с,  $I_{уст}=0$ .

При  $J_m=0,02$ :  $t_{п}=0,3$  с,  $I_{уст}=0$ .

При  $J_m=0,03$ :  $t_{п}=0,35$  с,  $I_{уст}=0$ .

При  $J_m=0,045$ :  $t_{п}=0,45$  с,  $I_{уст}=0$ .

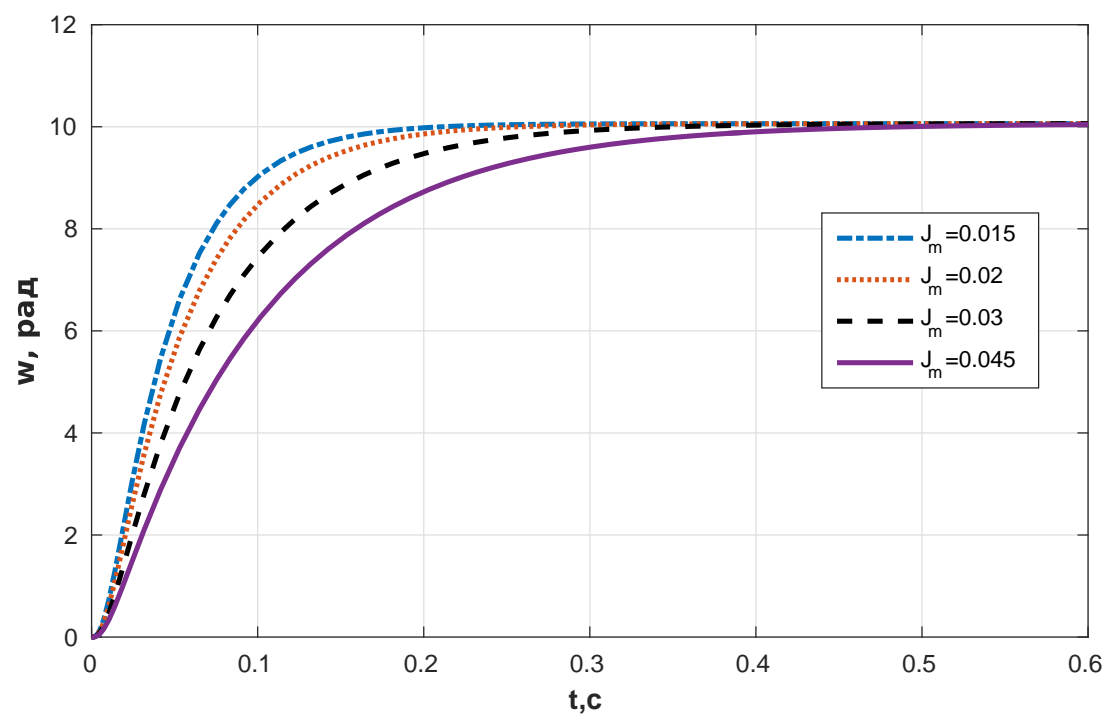


Рисунок 14 – Переходные процессы по угловой скорости

Определим по графикам время переходного процесса и установившееся значения скорости.

При  $J_m=0,015$ :  $t_{п}=0,2$  с,  $\omega_{уст}=10$ .

При  $J_m=0,02$ :  $t_{п}=0,25$  с,  $\omega_{уст}=10$ .

При  $J_m=0,03$ :  $t_{п}=0,35$  с,  $\omega_{уст}=10$ .

При  $J_m=0,045$ :  $t_{п}=0,45$  с,  $\omega_{уст}=10$ .

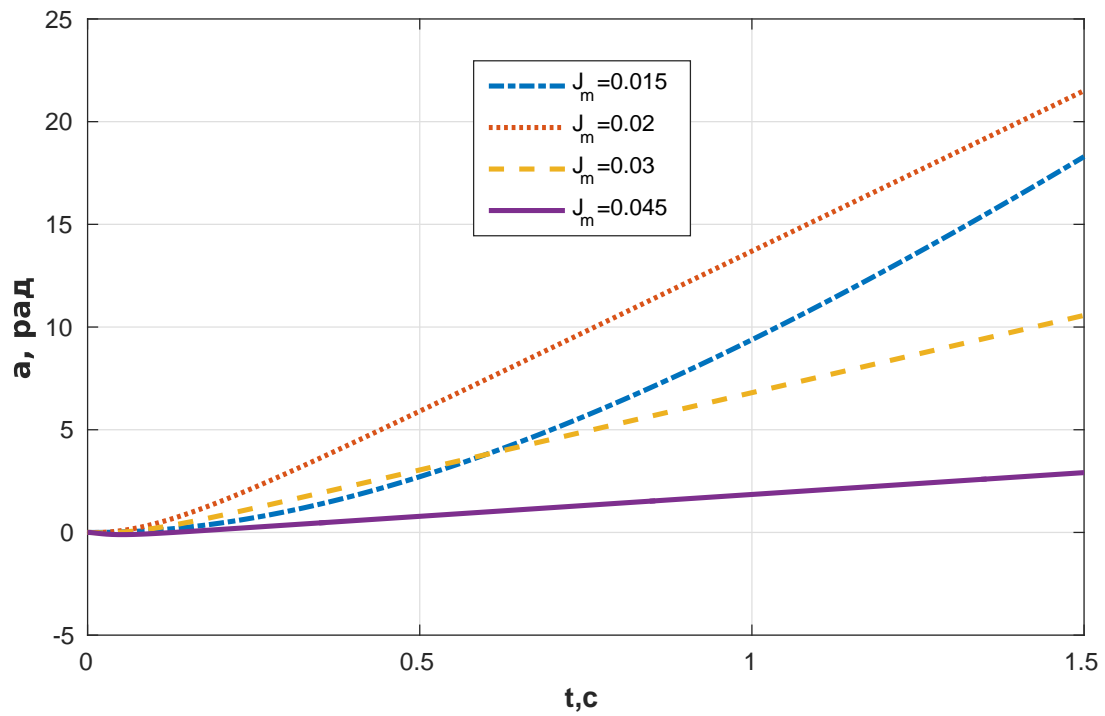


Рисунок 15 – Переходные процессы по углу поворота

## 5 Исследование влияния передаточного отношения редуктора на вид переходных процессов

Будем изменять передаточное отношение редуктора в диапазоне  $\pm 75\%$  от заданного значения. То есть  $i_p$  изменяется от 10 до 70.

На рисунках 16 - 19 представлены графики переходных процессов, при  $M_{cm}=0$ .

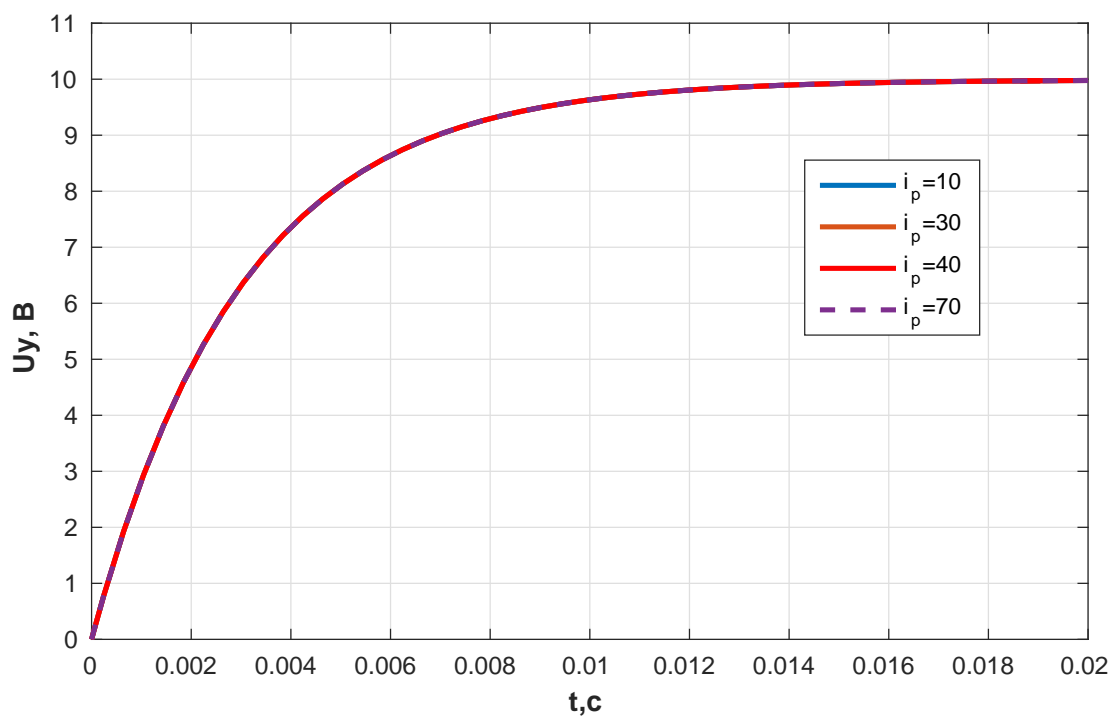


Рисунок 16 – Переходные процессы по напряжению

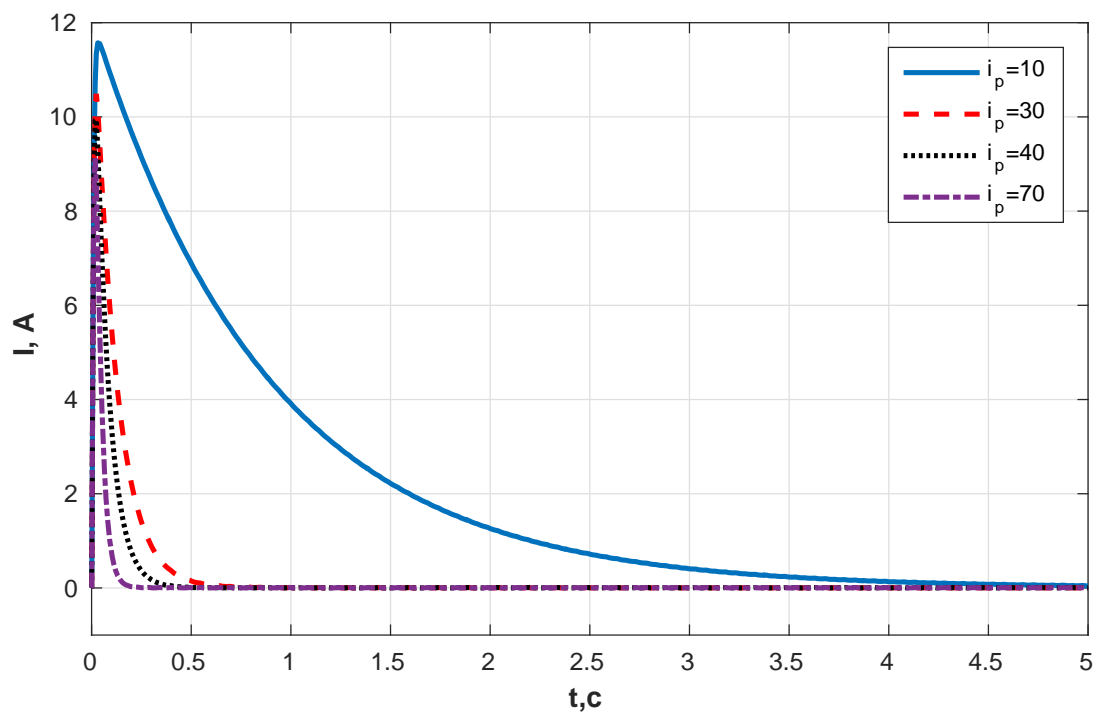


Рисунок 17 – Переходные процессы по току

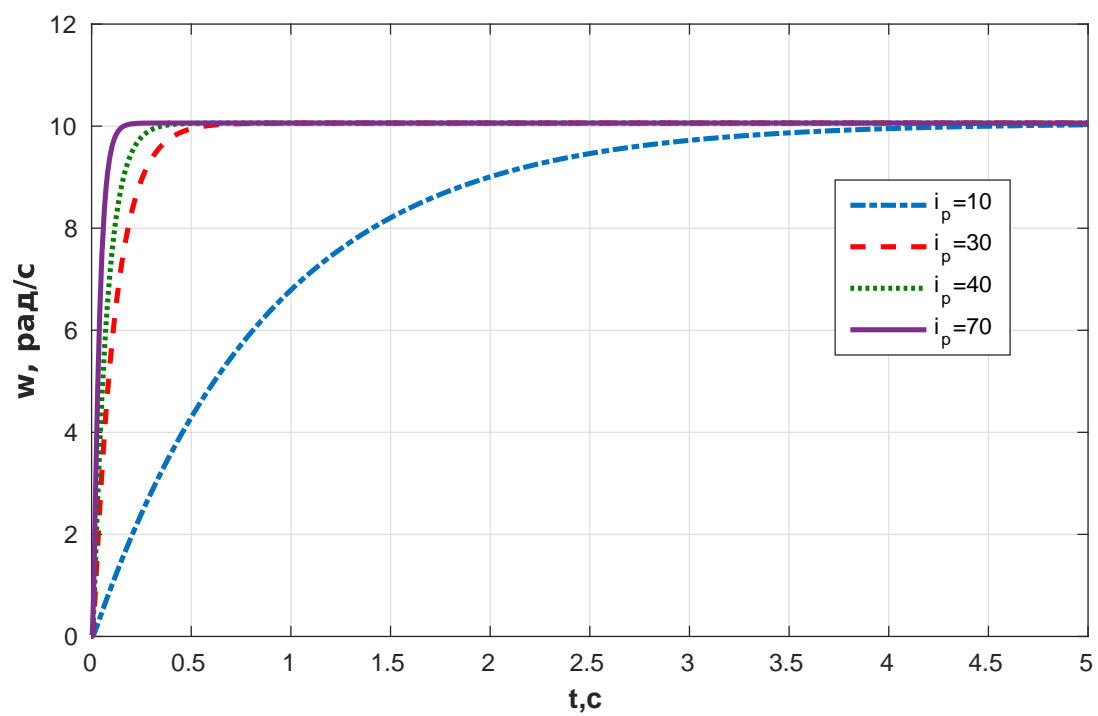


Рисунок 18 – Переходные процессы по угловой скорости

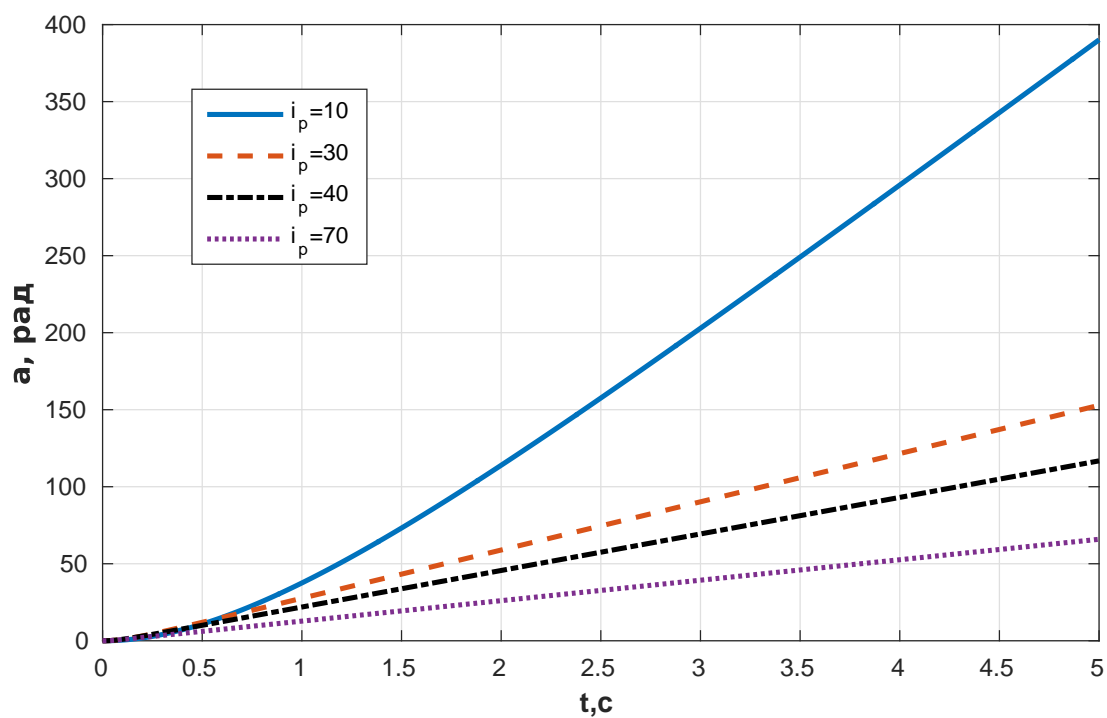


Рисунок 19 – Переходные процессы по углу поворота

На рисунках 20 - 23 представлены переходные процессы, при  $M_{cm}=0.8$  (половина максимального значения момента, вычисленного в пункте 3)

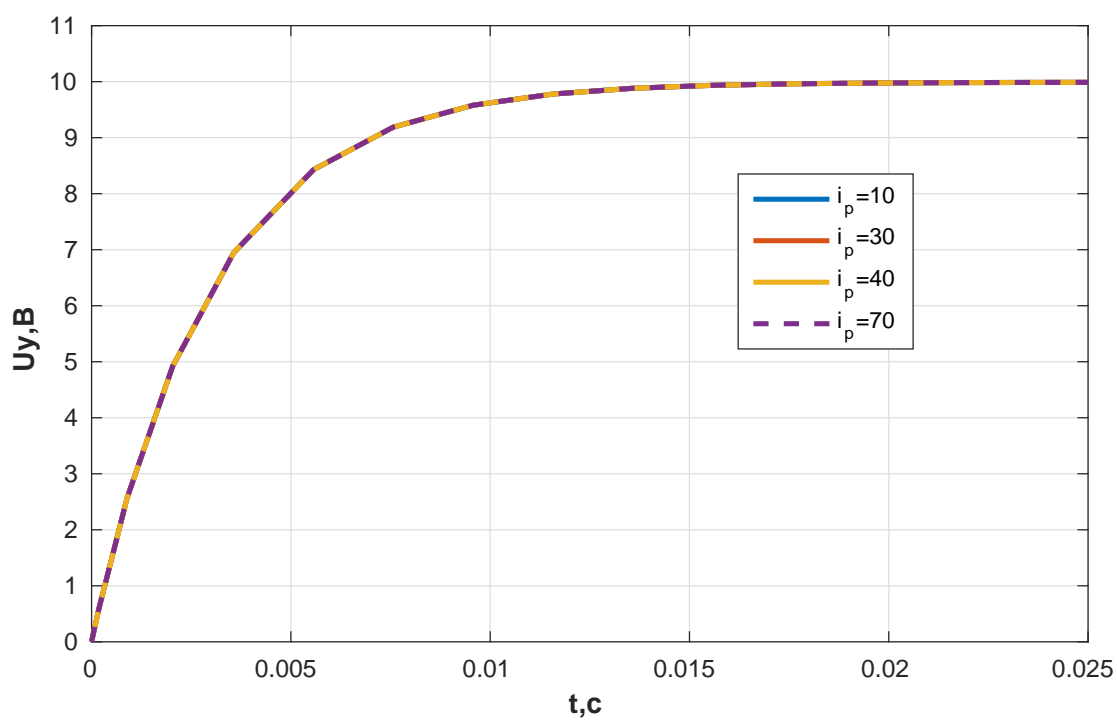


Рисунок 20 – Переходные процессы по напряжению

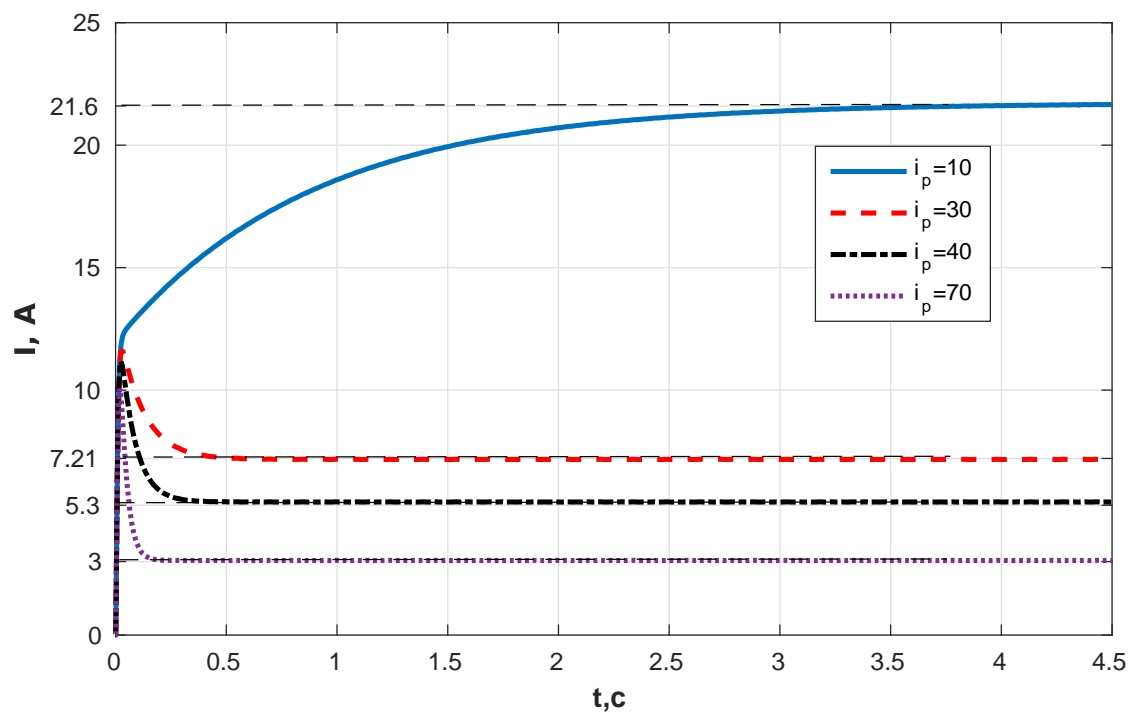


Рисунок 21 – Переходные процессы по току

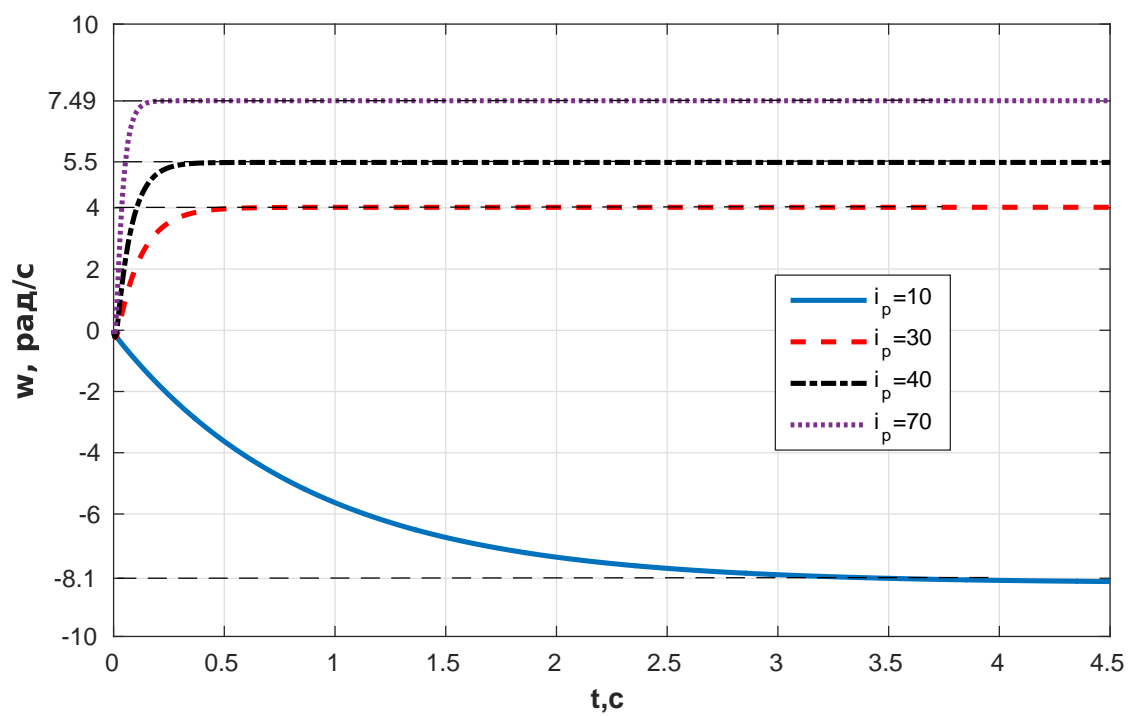


Рисунок 22 – Переходные процессы по угловой скорости



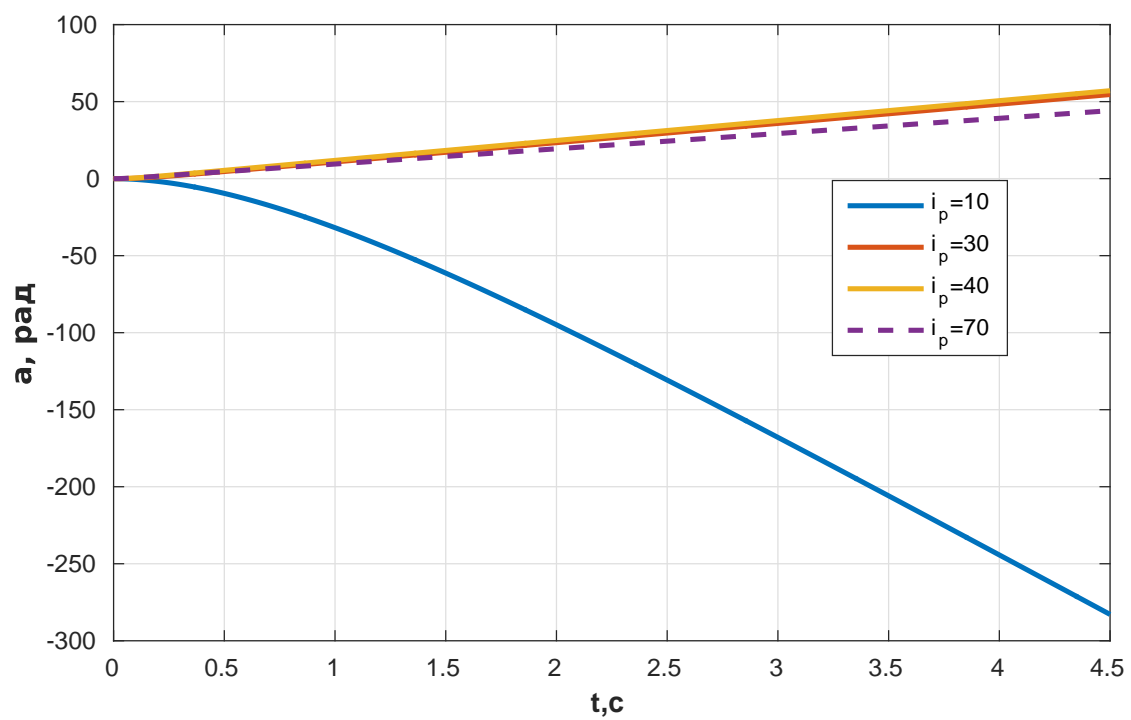


Рисунок 23 – Переходные процессы по углу поворота

## 6 Получение графиков переходных процессов при меньших значениях постоянных времени $T_y$ и $T_\alpha$

$T_y$  и  $T_\alpha$  уменьшим на порядок, получим:  $T_y=0,003/10=0,0003$ ;  $T_\alpha=0,006/10=0,0006$ . Выполним построение графиков переходных процессов при полученных значениях  $T_y$  и  $T_\alpha$ , которые представлены на рисунке 24. Для более наглядного представления, все графики переходных процессов указаны на одном рисунке.

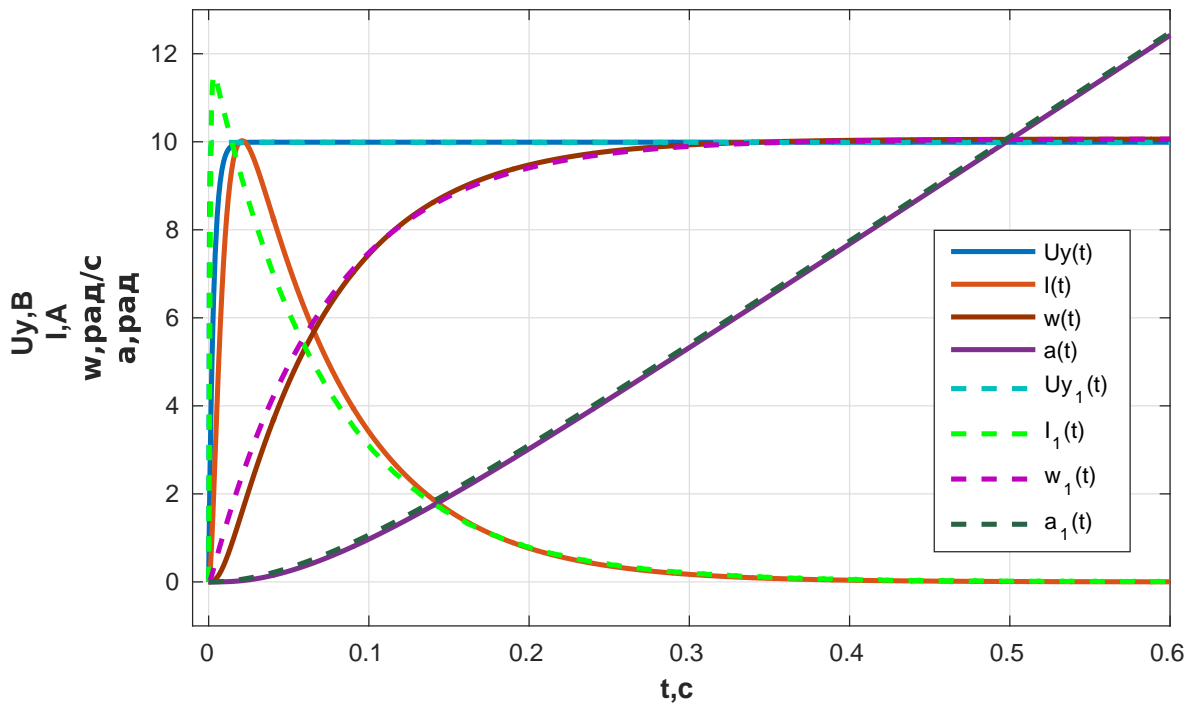


Рисунок 24 – Графики переходных процессов при различных значениях  $T_y$  и  $T_\alpha$

Из рисунка 24, можно заключить, что при уменьшении значений постоянных времени  $T_y$  и  $T_\alpha$  на один порядок, значение тока увеличилось, а все остальные параметры: напряжение, угловая скорость и угол поворота, остались практически неизменными. Так же можно сделать вывод, что при уменьшении значений постоянных времени, время переходного процесса и установившиеся значения угловой скорости и тока остались неизменными.

## 7 Математическое моделирование приближенной модели ЭМО

На рисунке 25 представлена структурная схема упрощенной модели ЭМО.

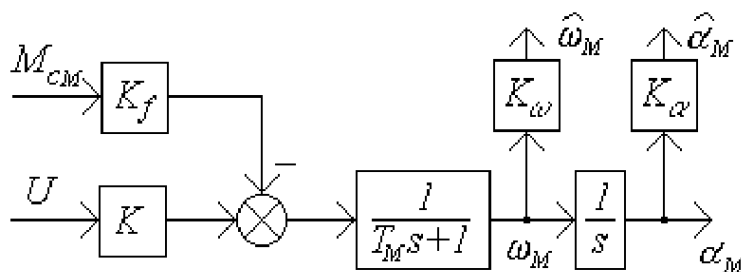


Рисунок 25 – Структурная схема упрощенной модели ЭМО

На рисунке 26 представлена схема моделирования упрощенной модели ЭМО.

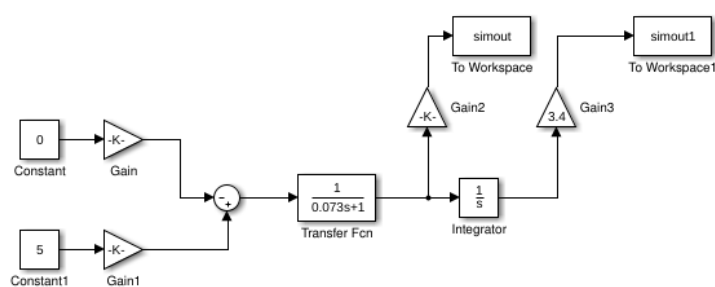


Рисунок 26 – Схема моделирования упрощенной модели ЭМО

На рисунках 27 и 28 соответственно представлены переходные процессы по угловой скорости и углу поворота.

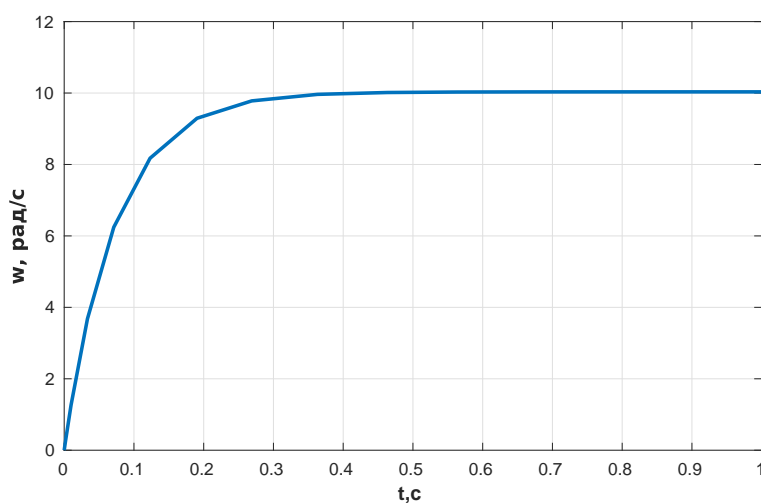


Рисунок 27 – Переходный процесс по угловой скорости

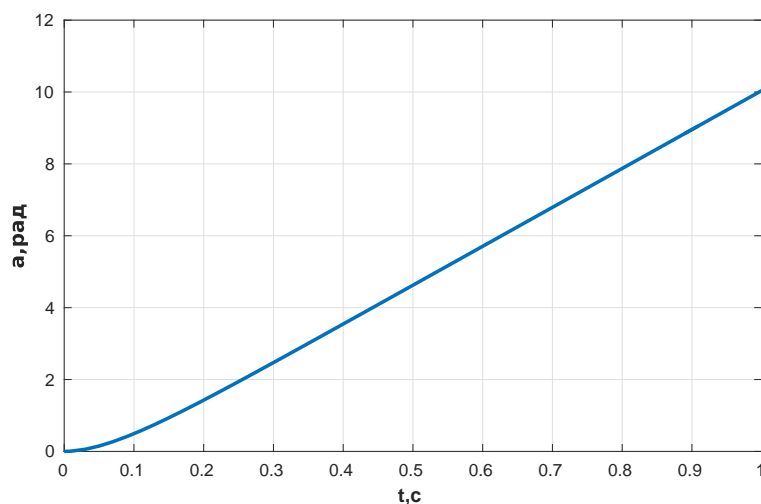


Рисунок 28 – Переходный процесс по углу поворота

Проанализируем погрешности, вызванные упрощением модели ЭМО.

Сопоставим результаты исследования с данными, полученными в пункте 2. На рисунке 29 представлены сравнительные графики переходных процессов по угловой скорости, с данными полученными в пункте 2.

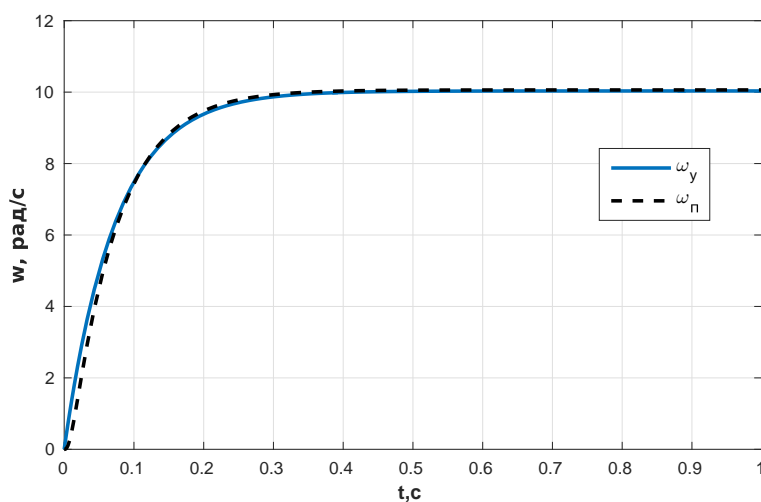


Рисунок 29 – Сравнительные графики переходных процессов по угловой скорости

Из графиков видно, что время переходного процесса на обоих графиках совпадает. Сопоставим результаты исследования с данными, полученными в пункте 6. На рисунке 30 представлены сравнительные графики переходных процессов по угловой скорости, с данными полученными в пункте 6.

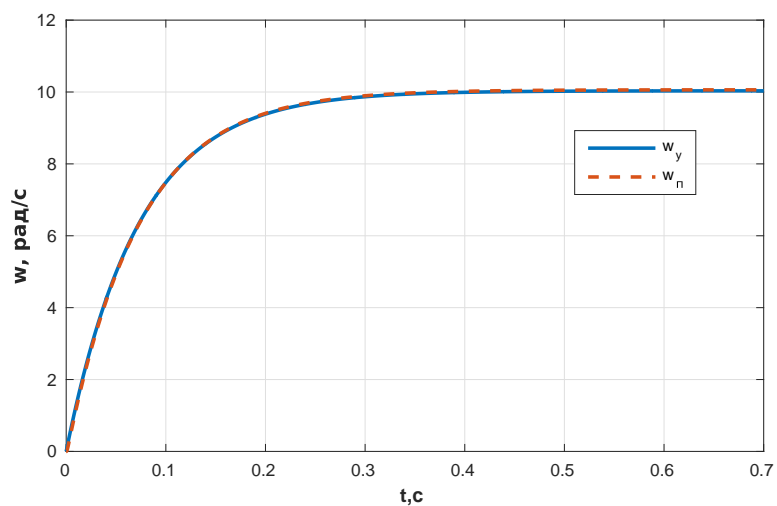


Рисунок 30 – Сравнительные графики переходных процессов по угловой скорости

Из представленного выше графика можно сделать вывод, что при уменьшении постоянных времени на один порядок, различия между полной и упрощенной моделями становится незначительным.

## 8 Вывод математических моделей вход-состояние-выход для полной и упрощенной схем моделирования ЭМО

Для полной модели ЭМО. Запишем следующие уравнения, характеризующие работу ЭМО. Данные уравнения были взяты из теории к этой лабораторной работе.

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ M_D - M_C = K_M I - M_C = J_\Sigma \dot{\omega} \\ T_Y \dot{U}_Y + U_Y = K_Y U \\ T_J \dot{I} + I = K_D (U_Y - K_E \omega) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{\alpha} = \omega \\ \dot{\omega} = \frac{K_M}{J_\Sigma} I - \frac{1}{J_\Sigma} M_C \\ \dot{U}_Y = -\frac{1}{T_Y} U_Y + \frac{K_Y}{T_Y} U \\ \dot{I} = -\frac{K_E K_D}{T_J} \omega - \frac{1}{T_J} I + \frac{K_D}{T_J} U_Y \end{cases} \quad (11)$$

Положим, X - вектор состояния

$$X = [\alpha \quad \omega \quad I \quad U_Y]^T \quad (12)$$

U - вектор входных воздействий

$$U = [U \quad M_C]^T \quad (13)$$

Получим следующую модель Вход-Состояние-Выход (ВСВ):

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ y = CX \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{K_M}{J_\Sigma} & 0 \\ 0 & -\frac{K_E K_D}{T_J} & -\frac{1}{T_J} & \frac{K_D}{T_J} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_\Sigma} \\ 0 & 0 \\ \frac{K_Y}{T_Y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_C \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_Y \end{bmatrix} \end{cases} \quad (14)$$

Выполним подстановку рассчитанных значений и получим матрицы модели вход-состояние-выход:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \\ \dot{U}_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4142 & 0 \\ 0 & -0,548 & -166,67 & 5,17 \\ 0 & 0 & 0 & -333,3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -39447,73 \\ 0 & 0 \\ 900 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ M_C \end{bmatrix} \\ \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \omega \\ I \\ U_Y \end{bmatrix} \end{cases} \quad (15)$$

Для приближенной модели ЭМО.

Используя структурную схему приближенной модели ЭМО, представленную на рисунке 25, получим формулы:

$$\dot{\omega} = \frac{KU - K_f M_c - \omega}{T_m} = 8,726U - 24,62M_c - 13.699\omega \quad (16)$$

$$x = \begin{bmatrix} 0 & 1/T_m \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K/T_m \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} K_f/T_m \\ 0 \end{bmatrix} M_c \quad (17)$$

Выполним подстановку рассчитанных значений:

$$x = \begin{bmatrix} 0 & -13.699 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8.726 \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} -24.62 \\ 0 \end{bmatrix} M_c \quad (18)$$

$$y = [0 \quad 1] \quad (19)$$

## Вывод

В данной лабораторной работе было проведено исследование характеристик электро-механического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения. Был произведен расчет параметров для полной и упрощенной математической модели ЭМО.

Было проведено математическое моделирование для полной модели ЭМО, в ходе которого были получены графики переходных процессов при различных значениях: момента сопротивления, момента инерции нагрузки, передаточного отношения редуктора. Из этого можно сделать вывод, что при различных значениях: момента сопротивления, момента инерции нагрузки, передаточного отношения редуктора, графики переходного процесса по напряжению совпадают.

При увеличении момента сопротивления максимальные значения тока возрастают, а значения угловой скорости и угла поворота - уменьшаются.

При увеличении момента инерции нагрузки увеличиваются значения тока, а значения угловой скорости и угла поворота - уменьшаются.

При увеличении передаточного отношения редуктора максимальные значения тока и значения угла поворота - уменьшаются, а значения угловой скорости возрастают.

При уменьшении значений постоянных времени  $T_y$  и  $T_j$  на один порядок, значение тока увеличилось, а все остальные параметры: напряжение, угловая скорость и угол поворота, остались практически неизменными. Так же можно сделать вывод, что при уменьшении значений постоянных времени, время переходного процесса и установившиеся значения угловой скорости и тока остались неизменными.

При сравнении графиков переходных процессов упрощенной и полной модели ЭМО, можно заметить, что графики переходного процесса (по угловой скорости и угла поворота) полной модели практически совпадает с графиками переходного процесса (по угловой скорости и угла поворота) упрощенной модели.