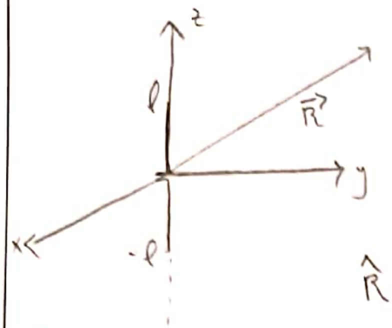
۱	تاریخ تحویل: 02 / 1 / 18	نام درس: آنتن ۱ تکلیف سری سوم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

۱- می‌خواهیم میدان را در دوقطبی به طول $2l$ را به دست آوریم.



$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R} \int_{V'} \vec{J}(\vec{R}') e^{jk\hat{R}\cdot\vec{R}'} dv'$$

$$\hat{R} = \sin\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\theta\sin\varphi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z} \qquad \vec{R}' = z'\hat{z}$$

$\hat{R}\cdot\vec{R}' = z'\cos\theta$, همانگونه که در درس آمد فرض می‌توانیم جریان را سینوسی می‌گیریم. پس $\vec{J}(\vec{R}')$ را می‌توان به $\vec{I}(z')$ تبدیل نمود $\Longleftarrow$

$$\vec{I}(z') = \underbrace{I_0}_{\text{دامنه}} \sin(k(l-|z'|))\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R} \int_{-l}^{l} I_0 \sin(k(l-|z'|))\, e^{jkz'\cos\theta}\,\hat{z}\,dz' \qquad \sin x = \frac{e^{jx}-e^{-jx}}{2j}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{4\pi R} \int_{-l}^{l} \frac{e^{jk(l-|z'|)} - e^{-jk(l-|z'|)}}{j2}\, e^{jkz'\cos\theta}\,\hat{z}\,dz'$$

$$= \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j} \Big\{ \int_{-l}^{0} e^{jkl+jkz'+jkz'\cos\theta} dz' - \int_{-l}^{0} e^{-jkl-jkz'+jkz'\cos\theta} dz'$$
$$+ \int_{0}^{l} e^{jkl-jkz'+jkz'\cos\theta} dz' - \int_{0}^{l} e^{-jkl+jkz'+jkz'\cos\theta} dz' \Big\}\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j} \Big\{ \frac{e^{jkl} e^{jkz'(1+\cos\theta)}}{jk(1+\cos\theta)}\Big|_{-l}^{0} + \frac{e^{-jkl} e^{-jkz'(1-\cos\theta)}}{jk(1-\cos\theta)}\Big|_{-l}^{0}$$
$$- \frac{e^{jkl} e^{-jkz'(1-\cos\theta)}}{jk(1-\cos\theta)}\Big|_{0}^{l} - \frac{e^{-jkl} e^{jkz'(1+\cos\theta)}}{jk(1+\cos\theta)}\Big|_{0}^{l} \Big\}\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j} \Big\{ \frac{e^{jkl}(1-e^{-jkl(1+\cos\theta)})}{jk(1+\cos\theta)} + \frac{e^{-jkl}(1-e^{jkl(1-\cos\theta)})}{jk(1-\cos\theta)}$$
$$+ \frac{e^{jkl}(-e^{-jkl(1-\cos\theta)}+1)}{jk(1-\cos\theta)} + \frac{e^{-jkl}(-e^{jkl(1+\cos\theta)}+1)}{jk(1+\cos\theta)} \Big\}\,\hat{z}$$

عبارات را دو به دو با یکدیگر جمع خواهیم کرد.

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

نام درس: آنتن ۱
تکلیف سری سوم

تاریخ تحویل: 02/1/18

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j}\left\{ \frac{e^{jkl} - e^{-jkl\cos\theta}}{jk(1+\cos\theta)} + \frac{e^{-jkl} - e^{jkl\cos\theta}}{jk(1+\cos\theta)} + \frac{e^{-jkl} - e^{-jkl\cos\theta}}{jk(1-\cos\theta)} \right.$$

$$\left. + \frac{e^{+jkl} - e^{jkl\cos\theta}}{jk(1-\cos\theta)} \right\}\hat{z} \Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j}\left\{ \frac{2\cos(kl) - 2\cos(kl\cos\theta)}{jk(1+\cos\theta)} + \right.$$

$$\left. \frac{2\cos(kl) - 2\cos(kl\cos\theta)}{jk(1-\cos\theta)} \right\}\hat{z} = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j}\left\{ 2jk(1-\cos\theta)[\cos(kl) - \cos(kl\cos\theta)] + 2jk(1+\cos\theta)[\cos(kl)\right.$$

$$\left. - \cos(kl\cos\theta)] \right\} \times \frac{1}{-k^2(1-\cos^2\theta)}\hat{z} \Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{8\pi R j} \cdot 4jk[\cos kl - \cos(kl\cos\theta)]$$

$$\times \frac{1}{-k^2 \sin^2\theta}\hat{z} \Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = -\frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R k}\,\frac{[\cos(kl) - \cos(kl\cos\theta)]}{\sin^2\theta}\hat{z}$$

$$\xrightarrow{\hat{z} = \cos\theta\hat{R} - \sin\theta\hat{\theta}} \vec{A}(\vec{R}) = -\frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R k}\left[\frac{\cos(kl) - \cos(kl\cos\theta)}{\sin^2\theta}\right](\cos\theta\hat{R} - \sin\theta\hat{\theta})$$

$$\xrightarrow{A_t = A_\theta} A_t = A_\theta = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R k}\,\frac{\cos kl - \cos(kl\cos\theta)}{\sin\theta}\hat{\theta}$$

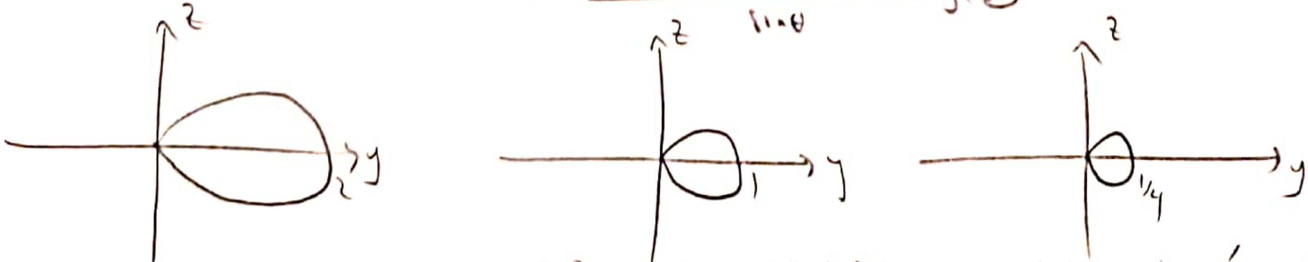
$$E_\theta = -j\omega A_t = -j\omega A_\theta = -\frac{j\omega\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R k}\,\frac{\cos(kl) - \cos(kl\cos\theta)}{\sin\theta}\hat{\theta}$$

$$\xrightarrow[k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}]{\frac{\omega\mu_0}{k} = Z_0} E_\theta = \frac{jZ_0 I_0 e^{-jkR}}{2\pi R}\left[\frac{\cos(kl\cos\theta) - \cos(kl)}{\sin\theta}\right]\hat{\theta}$$

$$l = \lambda/2 \Rightarrow E_\theta = \frac{jZ_0 I_0 e^{-jkR}}{2\pi R}\left[\frac{\cos(\pi\cos\theta) + 1}{\sin\theta}\right] \quad (1)$$

$$l = \lambda/4 \Rightarrow E_\theta = \quad '' \quad \left[\frac{\cos(\pi/2\cos\theta) + 0}{\sin\theta}\right] \quad (2)$$

$$l = \lambda/8 \Rightarrow E_\theta = \quad '' \quad \left[\frac{\cos(\pi/4\cos\theta) + 1/\sqrt{2}}{\sin\theta}\right] \quad (3)$$



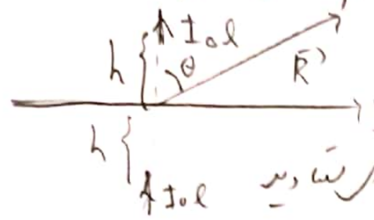
شمایل‌ها به صورت زیبایی در MATLAB نیز رسم و پیوست شده‌اند.

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

نام درس: آنتن ۱ (طالب شیرمرد)

تاریخ تحویل: 02/1/18

2- ما خواهیم مقاومت تابشی دوقطبی کوچک بالای صفحه زمین را به دست آوریم. برای این کار ابتدا یک ترسیم خواهیم داشت.



در درس دیدیم: $\vec{A}(\vec{R}) = \dfrac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R}\displaystyle\int_{V'} \vec{J}(\vec{R}') e^{jk\hat{R}\cdot\vec{R}'} dv'$ ← بردار تابش

$\vec{R}' = z'\hat{z}$, $\hat{R} = \sin\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\theta\sin\varphi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z} \to \hat{R}\cdot\vec{R}' = z'\cos\theta$

$$\vec{J}(\vec{R}')dv' \equiv I\,d\vec{z}' \Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \mu_0 \int \frac{I_0 e^{-jkR} e^{jkz'\cos\theta}}{4\pi R}\hat{z}\,dz'$$

$$= \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R} I_0 \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} (1 + jkz'\cos\theta + \dots)\,dz'\,\hat{z} = \frac{\mu_0 (I_0 l)}{4\pi R} e^{-jkR}\hat{z}$$

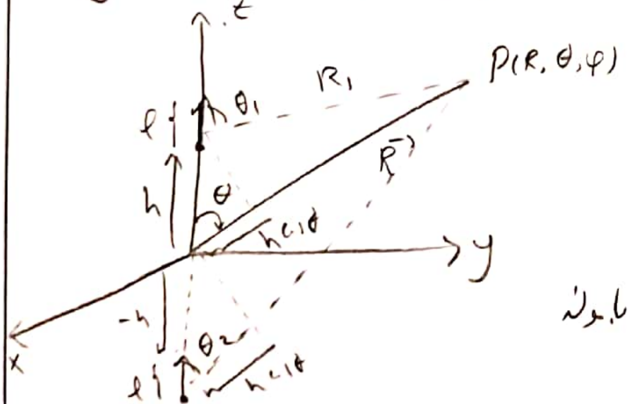
$$\longrightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\hat{z}, \quad A_\theta\hat{\theta} = -\frac{\mu_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\,\hat{\theta}$$

$$E_{\theta_{dip}} = -j\omega A_\theta = \frac{j\omega\mu_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta, \quad C = I_0 l, \quad k = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

$$\Rightarrow E_{\theta\,dip} = \frac{jkZ_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta, \quad C = I_0 l$$

همانگونه که در درس دیدیم، هنگامی که از تئوری تصاویر استفاده می‌کنیم (اثر زمین) Array Factor پدید می‌آید.



در E_θ خواهیم داشت:

$\theta_1 = \theta_2 = \theta$

$R_1 = R - h\cos\theta \qquad R_2 = R + h\cos\theta$

مثل محاسباتی که بالا انجام دادیم در ترم نمایی با جمله $l\cos\theta$ ظاهر می‌شود پس خواهیم داشت:

$$E_\theta = \frac{jkZ_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\left(e^{jkh\cos\theta} + e^{-jkh\cos\theta}\right) = \frac{2jkZ_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta$$

$$\times \cos(kh\cos\theta) \Rightarrow E_\theta = \frac{2jkZ_0 C e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\cos(kh\cos\theta), \quad C = I_0 l$$

حال سراغ مقاومت تابشی خواهیم رفت.

$P_{rad} = \displaystyle\int U(\theta,\varphi)\,d\Omega, \quad d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \sin\theta\,d\theta\,d\varphi$

$U(\theta,\varphi) = R^2 W_{rad}\cdot\hat{R}, \quad W_{rad} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\{E\times H^*\} = \frac{1}{2}\left|\frac{E^2}{Z_0}\right|\hat{R}$

$$U(\theta,\varphi) = R^2 \times \frac{1}{2}\frac{|E|^2}{Z_0}\hat{R}\cdot\hat{R} = \frac{R^2}{2}\frac{|E|^2}{Z_0}, \quad P_{rad} = \int U(\theta,\varphi)\, d\Omega \Rightarrow$$

$$P_{rad} = \frac{R^2}{2Z_0}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{4k^2 Z_0^2 C^2}{16\pi^2 R^2} \sin^3\theta \cos^2(kh\cos\theta)\, d\theta\, d\varphi$$

$$\Rightarrow P_{rad} = \frac{k_0^2 Z_0 C^2}{4\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3\theta \cos^2(kh\cos\theta)\, d\theta$$

با توجه به این که در اینجا زمین نداریم تقارن نداریم
لذا $\int_{\pi/2}^{\pi} \cdots = 0$ می‌شود لذا ضریب کران را Modify کردم.

تغییر متغیر $U = \cos\theta$:

$$\Rightarrow P_{rad} = \frac{k_0^2 Z_0 C^2}{4\pi}\int_0^1 (1-U^2)\cos^2(khU)\, dU$$

$$\int_0^1 (1-U^2)\cos^2(khU)\, dU = \int_0^1 \underbrace{\cos^2(khU)}_{\frac{1+\cos(2khU)}{2}}\, dU - \int_0^1 U^2\cos^2(khU)\, dU$$

$$= \frac{\sin(2hkU)}{4hk} + U/2 \Big|_0^1 - \int_0^1 U^2\cos^2(khU)\, dU = \frac{1}{2} + \frac{\sin(2hk)}{4hk}$$

محاسبات سنگین

$$- \int_0^1 U^2\cos^2(khU)\, dU = \frac{1}{2} + \frac{\sin(2hk)}{4hk} + \left[(3-6h^2k^2)\sin(2kh) - 6kh\cos(2kh)\right.$$

جزء به جزء

$$\left. - 4h^3k^3\right] \times \frac{1}{24k^3h^3} = \frac{1}{2} + \frac{\sin(2kh)}{4kh} + \frac{\sin(2kh)}{8k^3h^3} - \frac{\sin(2kh)}{4kh} - \frac{\cos(2kh)}{4k^2h^2}$$

$$- \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2}$$

$$\Rightarrow P_{rad} = \frac{k^2 Z_0 C^2}{4\pi}\left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right]$$

می‌دانیم: $P_{rad} = \frac{1}{2}R_{rad} I_0^2$

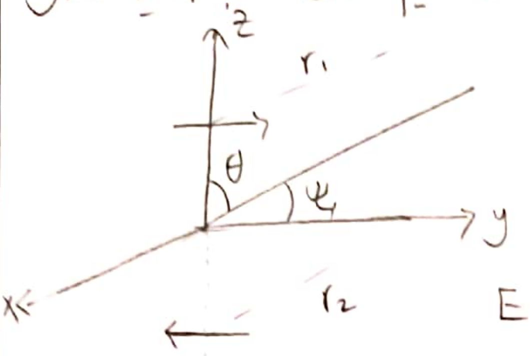
$$\Rightarrow \frac{k^2 Z_0 I_0^2 \ell^2}{4\pi}\left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] = \frac{1}{2}R_{rad} I_0^2$$

$$\Rightarrow R_{rad} = \frac{k^2 Z_0 \ell^2}{2\pi}\left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right] \xrightarrow{k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow k^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2}}$$

$$\Rightarrow R_{rad} = 2\pi Z_0 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \left[\frac{1}{3} - \frac{\cos(2kh)}{(2kh)^2} + \frac{\sin(2kh)}{(2kh)^3}\right]$$

5	تاریخ تحویل: 02/1/18	نام درس: آنتن ۱ تکلیف سری سوم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

3 - در این مسأله دوقطبی بسیار کوچک افقی بالای صفحه زمین داریم. می‌دانیم وقتی دوقطبی با زمین موازی است جریان تصویر آن 180° فرق خواهد کرد.



$$\cos\psi = \sin\theta \sin\varphi \qquad E_{\psi_{Dipole}} = j Z_0 \frac{k I_0 l e^{-jkr_1}}{4\pi r_1} \sin\psi$$

$$E_{\psi_r} = \frac{-j Z_0 k I_0 l e^{-jkr_2}}{4\pi r_2} \sin\psi \qquad E_{\psi_{tot}} = E_{\psi_{Dipole}} + E_{\psi_r}$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \theta \Rightarrow \sin(\psi) = \sin(\pi/2 - \theta) = \cos\theta \qquad \hat{\psi} = -\hat{\theta}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{\psi=\frac{\pi}{2}} = \frac{-j k Z_0 I_0 l e^{-jkR}}{4\pi R} \cos\theta\, \hat{\theta}$$

چون که به خاطر این که اثر زمین وجود دارد، مانند آرایه سری که در آن بیان می‌شود (همین مسأله قبل)

$$\vec{E}_{\psi_{tot}} = j Z_0 \frac{I_0 l e^{-jkR}}{4\pi R} \sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi}\ \underbrace{[2j \sin(kh\cos\theta)]}_{AF}$$

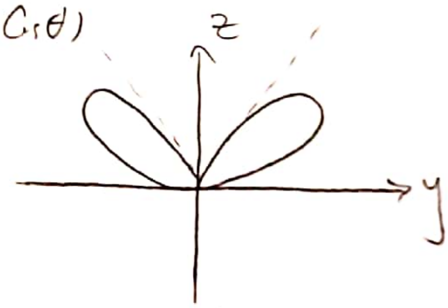
$\varphi = 90°$

$$\vec{E}_{tot\ \varphi=90°} = j Z_0 \frac{\cancel{k} I_0 l e^{-jkR}}{4\pi R} \cos\theta\, [2j \sin(kh\cos\theta)]$$

$$\Rightarrow \vec{E}_{tot\ \varphi=90°} = -\frac{Z_0 I_0 l e^{-jkR}}{2\pi R} \cos\theta \sin(kh\cos\theta)$$

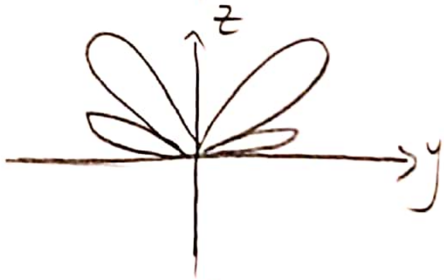
$$h = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-Z_0 I_0 l e^{-jkR}}{2\pi R} \cos\theta \sin(\pi\cos\theta)$$

zeros: $\theta = 0,\ \theta = \pi/2, -\pi/2$



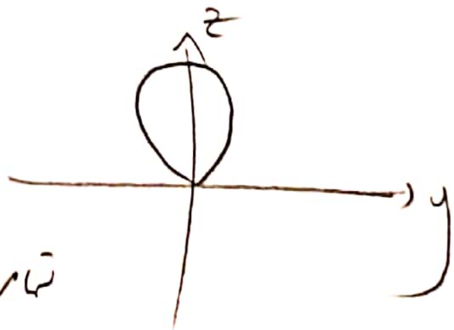
$$h = \lambda \Rightarrow E = \frac{-Z_0 I_0 l e^{-jkR}}{2\pi R} \cos\theta(\sin(2\pi\cos\theta))$$

zeros: $\theta = 0,\ \theta = \pi/2\ \ \theta = -\pi/2,\ \theta = \pi/3, \theta = \frac{\pi}{3}$



$$h = \frac{\lambda}{8} \Rightarrow \vec{E} = \frac{-Z_0 I_0 l e^{-jkR}}{2\pi R} \cos\theta(\sin(\frac{\pi}{4}\cos(\theta))$$

Zeros: $\theta = \pi/2, -\pi/2$

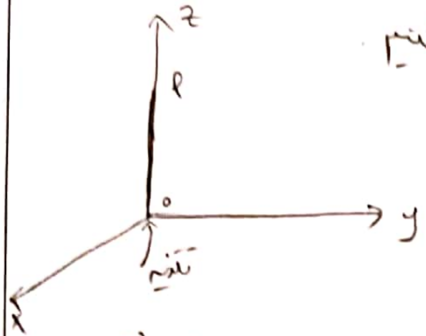


تمام شکل‌ها جهت زیبایی با MATLAB نیز رسم شده‌اند.

4- ابتدا مشخصات مسأله را برای فهم بهتر یادداشت می‌کنیم.

$I(z') = I_0 e^{-jk_z z'}\hat{z} \quad 0 < z' < l \qquad l$: طول آنتن

با توجه به اینکه آنتن در مبدأ تغذیه می‌شود، آن را از ۰ تا l رسم می‌کنیم.



$$\vec{A}'(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R}\int_{v'} \vec{J}'(\vec{R}')\, e^{jk\hat{R}\cdot\vec{R}'}\,dv', \quad R' = z'\hat{z}$$

$$\hat{R} = \sin\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\theta\sin\varphi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z}, \quad \hat{R}\cdot\vec{R}' = z'\cos\theta$$

$$\vec{J}'(\vec{R}')\,dv' \to I(z')\,dz' \Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R}\int_0^l I_0 e^{-jk_z z'} e^{jkz'\cos\theta}\,dz'\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{A}'(\vec{R}') = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{4\pi R}\int_0^l e^{-jz'(k_z - k\cos\theta)}\,dz' = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{4\pi R}\left[-\frac{e^{-jz'(k_z-k\cos\theta)}}{j(k_z-k\cos\theta)}\right]_0^l \hat{z}$$

$$\to \vec{A}'(\vec{R}') = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{4\pi R(j(k_z - k\cos\theta))}\left[1 - e^{-jl(k_z-k\cos\theta)}\right]\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{4\pi R j(k_z-k\cos\theta)}\, e^{-\frac{jl}{2}(k_z-k\cos\theta)} \underbrace{\left(e^{jl_{/2}(k_z-k\cos\theta)} - e^{-jl_{/2}(k_z-k\cos\theta)}\right)}_{2j\sin(l_{/2}(k_z-k\cos\theta))}$$

$$\to \vec{A}(\vec{R}) = \left(\frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R(k_z - k\cos\theta)}\, e^{-\frac{jl}{2}(k_z-k\cos\theta)} \sin(l_{/2}(k_z - k\cos\theta))\right)\hat{z}$$

$\hat{z} = \cos\theta\hat{R} - \sin\theta\hat{\theta}$ از مولفه‌ی در راستای $\hat{R}$ صرف‌نظر می‌کنیم، $\quad \vec{E}' = -j\omega A_t, \quad A_t = A_\theta$

$$A_t = \frac{\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R(k_z - k\cos\theta)}\, e^{-\frac{jl}{2}(k_z-k\cos\theta)} \sin(l_{/2}(k_z - k\cos\theta))\sin\theta\;\hat{\theta}$$

$$\to \vec{E}' = E_\theta\hat{\theta} = +\frac{j\omega\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R(k_z - k\cos\theta)}\, e^{-\frac{jl}{2}(k_z-k\cos\theta)} \sin(l_{/2}(k_z - k\cos\theta))\sin\theta\,\hat{\theta}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \vec{E}' = +\frac{j\omega\mu_0 e^{-jkR} I_0}{2\pi R\left(\frac{2\pi}{\lambda_z} - \frac{2\pi}{\lambda}\cos\theta\right)}\, e^{-j\pi(l_{/\lambda_z} - l_{/\lambda}\cos\theta)}\cdot \sin\left(\pi\left(l_{/\lambda_z} - \frac{l}{\lambda}\cos\theta\right)\right)\sin\theta\,\hat{\theta}$$

$$\to \vec{E}' = +\frac{j\omega\mu_0 l e^{-jkR} I_0}{4\pi R}\cdot e^{-j\pi(l_{/\lambda_z} - l_{/\lambda}\cos\theta)}\, \mathrm{Sinc}(l_{/\lambda_z} - l_{/\lambda}\cos\theta)\sin\theta\,\hat{\theta}$$

تاریخ تحویل: 02/1/18

نام درس: آنتن ۱ تکلیف سری سوم

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

$$k=\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0},\quad z_0=\sqrt{\tfrac{\mu_0}{\epsilon_0}} \Rightarrow \bar{E}'=+j\frac{kz_0\,l\,e^{-jkR}I_0}{4\pi R}\,e^{-j\pi(l/\lambda_z-l/\lambda\cos\theta)}\operatorname{sinc}\left(\frac{l}{\lambda_z}-\frac{l}{\lambda}\cos\theta\right)\sin\theta\,\hat{\theta}$$

$$\Rightarrow \bar{E}'=\frac{jz_0\,l\,e^{-jkR}I_0}{2R\lambda}\,e^{-j\pi(l/\lambda_z-l/\lambda\cos\theta)}\operatorname{sinc}\left(l/\lambda_z-l/\lambda\cos\theta\right)\sin\theta\,\hat{\theta}$$

از روی صورت ها، امواج صفحه‌ای میدانیم که: $\bar{H}'=\frac{\hat{n}\times\bar{E}'}{z_0}$. پس داریم:

$$\bar{H}'=\frac{j\,l\,e^{-jkR}I_0}{2R\lambda}\,e^{-j\pi(l/\lambda_z-l/\lambda\cos\theta)}\operatorname{sinc}\left(l/\lambda_z-\frac{l}{\lambda}\cos\theta\right)\sin\theta\,\hat{\varphi}$$

$$l=6\lambda,\ k=k_z \Rightarrow \bar{E}'=\frac{3jz_0e^{-jkR}I_0}{R}\,e^{-j\pi(\frac{l}{\lambda}(1-\cos\theta))}\operatorname{sinc}\left(\frac{l}{\lambda}(1-\cos\theta)\right)\sin\theta\,\hat{\theta}$$

نرمالیزه

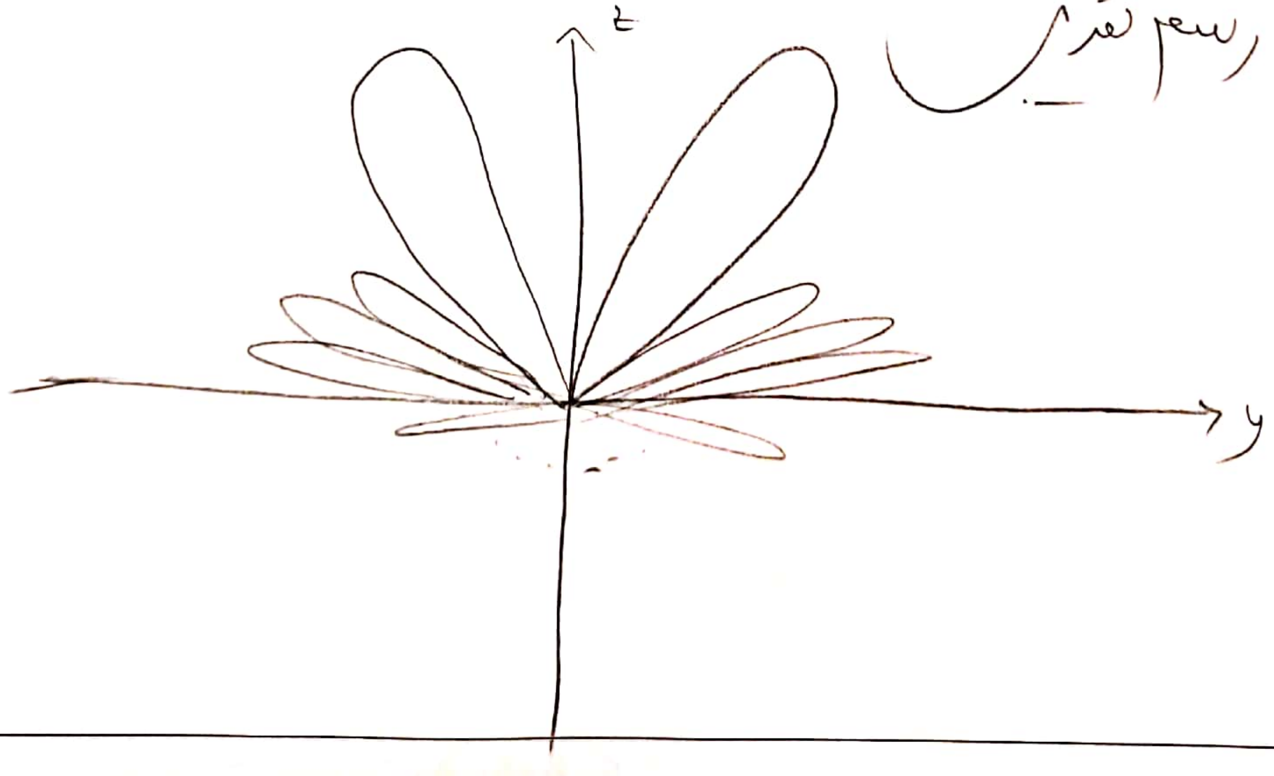
$$\stackrel{\downarrow}{=}|E|=|\sin\theta|\,|\operatorname{sinc}(6(1-\cos\theta))|$$

با توجه به متقارن بودن $|\operatorname{sinc}(6(1-\cos\theta))|$, $|\sin\theta|$ می‌توان استنتاج کرد که الگوی تابشی متقارن است. صفر ها را می‌یابیم.

$\sin\theta=0\to\theta=0,\pi\quad,\ |\operatorname{sinc}(6(1-\cos\theta))|=0\to 6(1-\cos\theta)=n\quad,\ n\in\mathbb{Z},\ n\neq 0$

$\to\cos\theta=1-n/6\to\theta=\pm\arccos(1-n/6)\longrightarrow$ all zeros: $0,\pi,\arccos(5/6),\arccos(-5/6)$, $-\arccos(5/6),-\arccos(-5/6),\ldots\ldots,\arccos(1/6),\arccos(-1/6),-\arccos(1/6)$, $-\arccos(-1/6),\pi/2,-\pi/2\Rightarrow 24$ zeros.

رسم تقریبی



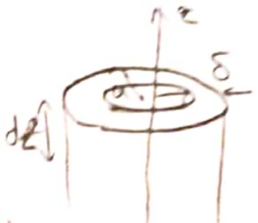
سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

نام درس: آنتن ۱
تکلیف درس سوم

تاریخ تحویل: 02/1/18

5- الف)

Prove: $R_{ohmic} = \frac{R_s}{2\pi a}\frac{\lambda}{4}$, $R_s = \frac{1}{\sigma\delta}$ مقاومت سطحی



می‌دانیم: $I(z') = I_0 \sin(k(l-|z'|))$, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $l = \lambda/4$

$$I(z') = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}\times\frac{\lambda}{4} - \frac{2\pi}{\lambda}|z'|\right) = I_0 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}|z'|\right)$$

$$\Rightarrow I(z') = I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}|z'|\right) = I_0 \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z'\right) \qquad R = \rho\frac{L}{A} \Rightarrow dR = \frac{\rho}{A}dl$$

$\underline{dz' = dl}$, $dR = \frac{\rho}{A}\times dz' = \frac{1}{\sigma A}dz' = \frac{1}{2\pi a\sigma\delta}dz'$

$$P = \frac{1}{2}RI^2 \Rightarrow dP = \frac{1}{2}I^2 dR \ , \quad P = \int_{-l}^{l}\frac{I_0^2}{2}\cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}z'\right)\frac{1}{2\pi a\sigma\delta}dz'$$

$$= \frac{I_0^2}{4\pi a\sigma\delta}\int_{-l}^{l}\cos^2\left(\frac{2\pi}{\lambda}z'\right)dz' = \frac{l I_0^2}{4\pi a\sigma\delta} = \frac{\lambda I_0^2}{16\pi a\sigma\delta} \quad \xrightarrow{P = \frac{1}{2}R_{ohmic}I_0^2}$$

$$\frac{1}{2}R_{ohmic}I_0^2 = \frac{\lambda I_0^2}{16\pi a\sigma\delta} \Rightarrow R_{ohmic} = \frac{\lambda}{8\pi a\sigma\delta} \quad \xrightarrow{R_s = \frac{1}{\sigma\delta}}$$

$$R_{ohmic} = \frac{R_s}{2\pi a}\frac{\lambda}{4}$$

ب) در این حالت برای R_{dc} داریم:

$$R_{dc} = \rho\frac{L}{A} = \frac{1}{\sigma A}2l = \frac{1}{\sigma\pi a^2}2l = \frac{\lambda}{2\sigma\pi a^2}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi a^2}R_s\delta \qquad \frac{R_{ohmic}}{R_{dc}} = \frac{\frac{R_s}{2\pi a}\frac{\lambda}{4}}{\frac{\lambda}{4\pi a^2}R_s} = \frac{\frac{R_s\lambda}{8\pi a}}{\frac{\lambda R_s\delta}{2\pi a^2}} = \frac{a}{4\delta}$$

با توجه به این که δ مقدار بسیار کوچکی نسبت به a است می‌توان نتیجه گرفت: $R_{ohmic} > R_{dc}$

6- انجام نشد.

Question 1 Plots

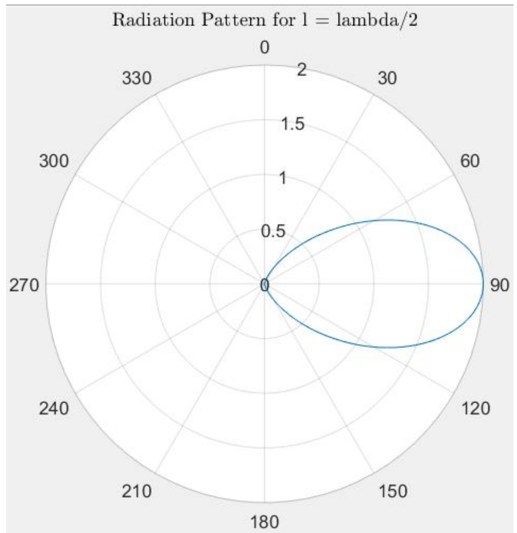


Figure 1: Radiation pattern for $l = \frac{\lambda}{2}$

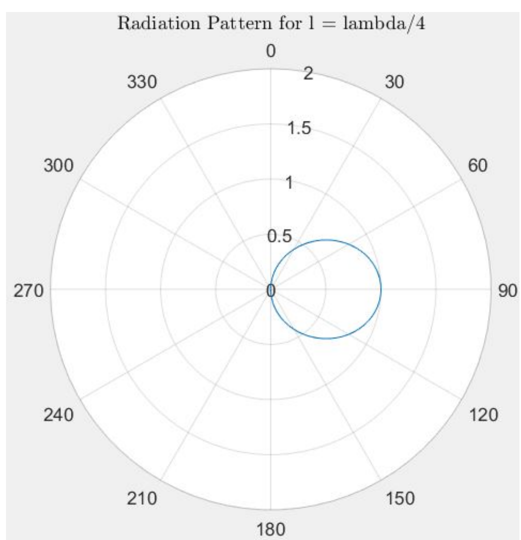


Figure 2: Radiation pattern for $l = \frac{\lambda}{4}$

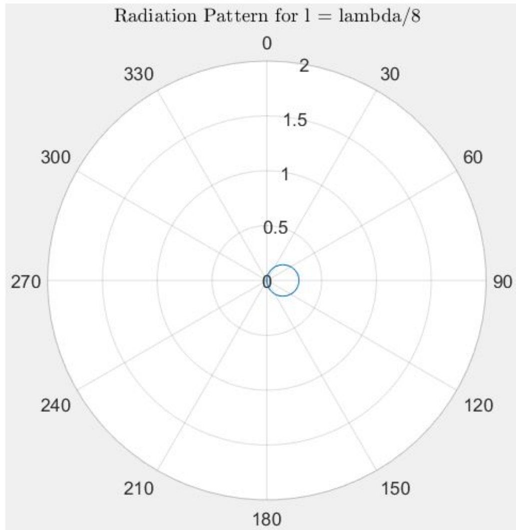


Figure 3: Radiation pattern for $l = \frac{\lambda}{8}$

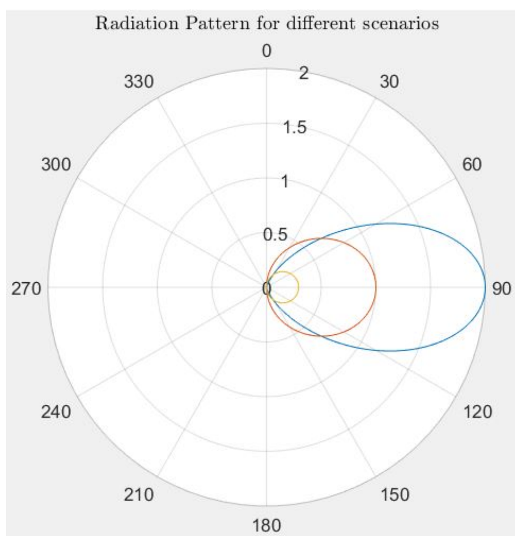


Figure 4: All Radiation patterns in one plot

Question 3 Plots

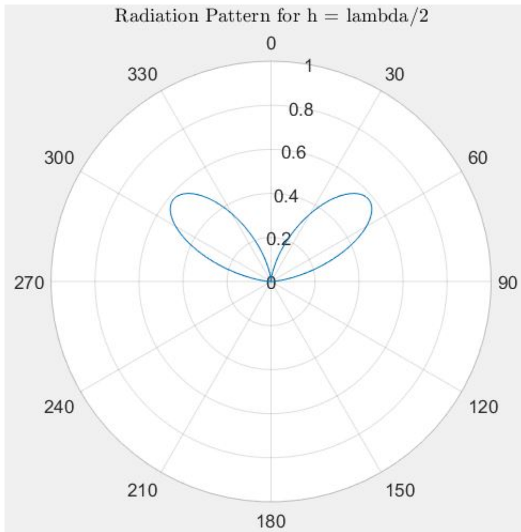


Figure 5: Radiation pattern for $l = \frac{\lambda}{2}$

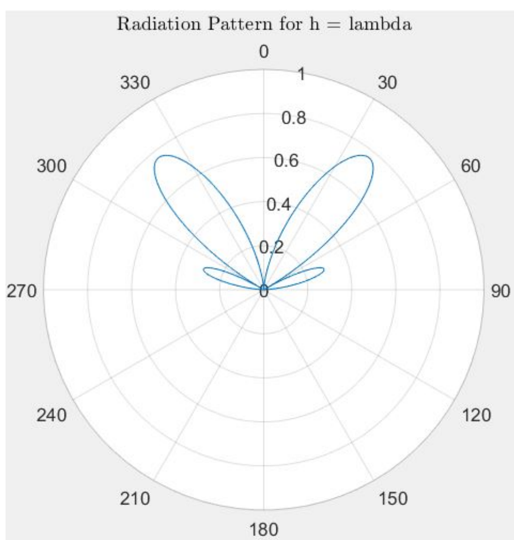


Figure 6: Radiation pattern for $l = \lambda$

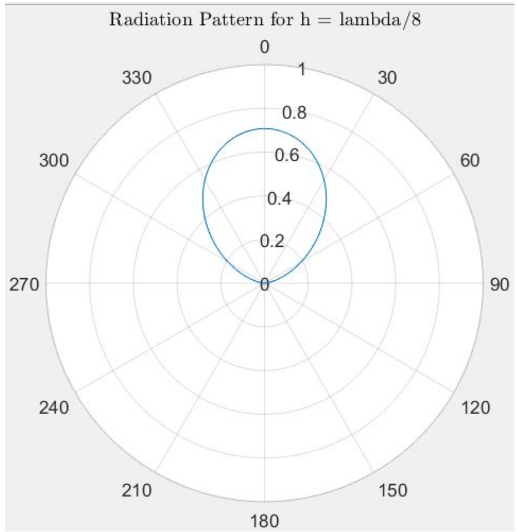


Figure 7: Radiation pattern for $h = \frac{\lambda}{8}$

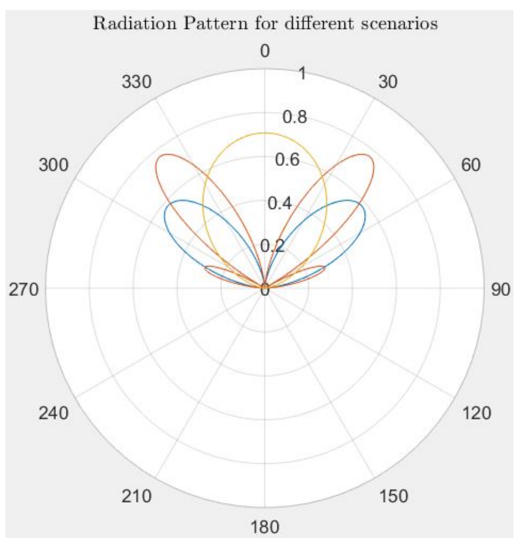


Figure 8: All Radiation patterns in one plot

Question 4 Plot

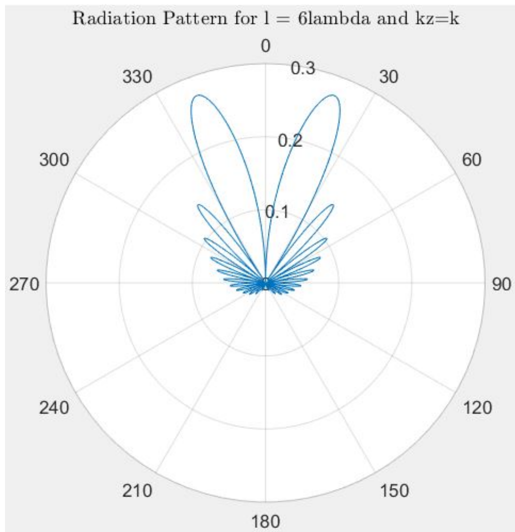


Figure 9: Radiation pattern for $l = 6\lambda$ and $k_z = k$