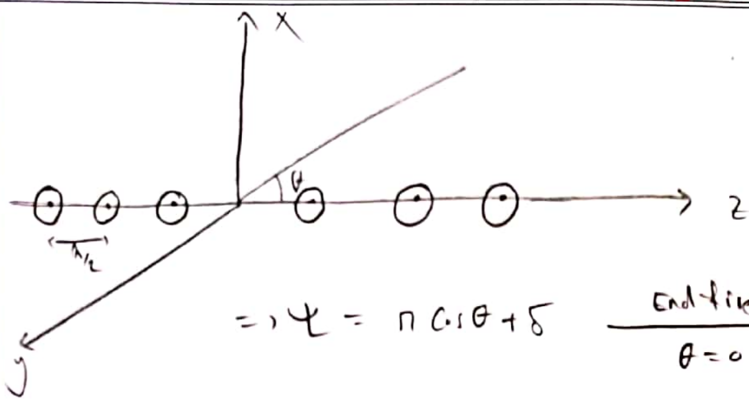
1	تاریخ تحویل: 02/2/14	نام درس: آنتن ۱ تکلیف سری ششم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

۱- ابتدا شکل آرایه را مجددا رسم می‌کنیم.



اختلاف فاز برای حالت End fire.

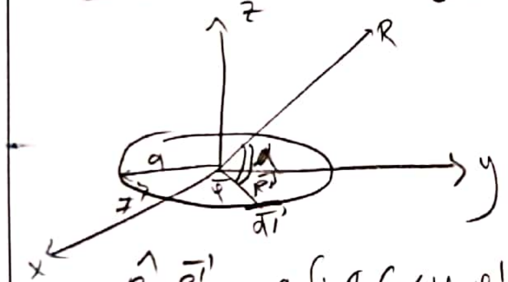
$$\psi = kd\cos\theta + \delta \quad , \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} , \ d = \frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow \psi = \pi\cos\theta + \delta \xrightarrow[\theta=0]{\text{End fire}} \psi = \pi + \delta \xrightarrow[\text{برای ماکزیمم}]{\psi=0} \delta = -\pi$$

$$\Rightarrow \psi = kd\cos\theta + \delta = \pi\cos\theta - \pi = \pi(\cos\theta - 1) \quad , \quad AF = \frac{\sin N\psi/2}{\sin(\psi/2)}$$

$$= \frac{\sin 3\psi}{\sin\psi/2} = \frac{\sin(3\pi(\cos\theta-1))}{\sin(\frac{\pi}{2}(\cos\theta-1))}$$

اینجا عناصر آرایه حلقه‌های کوچک هستند. در حل ابتدای درس میدان حلقه کوچک به شکل زیر گرفته شد.



$$|\vec{R} - \vec{R'}| = \vec{R} - \hat{R}\cdot\vec{R'}$$

$$\hat{R} = \sin\theta\cos\varphi\,\hat{x} + \sin\theta\sin\varphi\,\hat{y} + \cos\theta\,\hat{z}$$

$$\vec{R'} = \cos\varphi'\,\hat{x} + \sin\varphi'\,\hat{y} \qquad d\vec{l'} = a\,d\varphi'\,\hat{\varphi'}$$

$$\hat{R}\cdot\vec{R'} = a\sin\theta\cos(\varphi-\varphi') = |R'|\cos\alpha = a\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \sin\theta\cos(\varphi-\varphi')$$

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R}\int_{V'} \vec{J}(\vec{R'})\, e^{jk\hat{R}\cdot\vec{R'}}\, dv' \qquad \vec{J}(\vec{R'})\,dv' = I(\vec{R'})\,d\vec{l}$$

$$\vec{A}(\vec{R}) = \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi R} I \int \frac{e^{jk\hat{R}\cdot\vec{R'}}}{|\vec{R}-\vec{R'}|}\, a\,d\varphi'\,\hat{\varphi'} \qquad |\vec{R}-\vec{R'}| = R - a\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \vec{A}(\vec{R}) = A_\varphi\hat{\varphi} \ , \ A_\varphi = \frac{\mu_0 I e^{-jkR}}{4\pi R}\, a\int_0^{2\pi} \frac{e^{jka\cos\alpha}}{R(1-\frac{a\cos\alpha}{R})}\,\hat{\varphi}\cdot\hat{\varphi'}\,d\varphi'$$ سطح انتگرال‌گیری

$$A_\varphi = \frac{\mu_0 I a e^{-jkR}}{4\pi R}\, jka\pi\sin\theta\,(1 - \frac{j}{kR}) \Rightarrow A_\varphi = \frac{\mu_0 I a e^{-jkR}}{4\pi R}\, jka\pi\sin\theta$$

در ناحیه دور صرف‌نظر

$$\vec{H}(\vec{R}) = \frac{1}{\mu_0}\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{R}) \Rightarrow H(\vec{R}) = \frac{jkm e^{-jkR}}{2\pi R^2}(1 - \frac{j}{kR})\cos\theta\,\hat{R} - \frac{k^2 m e^{-jkR}}{4\pi R}(1 - \frac{j}{kR} - \frac{1}{k^2R^2})\sin\theta\,\hat{\theta}$$

$$m \triangleq I\pi a^2 = I\,S_{loop} \quad , \quad H(\vec{R})\Big|_{\text{far field}} = \frac{-k^2 m e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\,\hat{\theta}$$

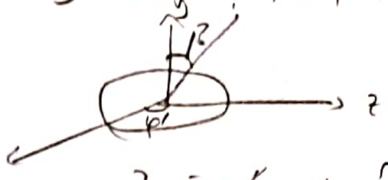
$$\vec{E}(\vec{R})\Big|_{\text{far field}} = \frac{k^2 Z_0 m e^{-jkR}}{4\pi R}\sin\theta\,\hat{\varphi} \qquad (\vec{E}(\vec{r}) = -Z_0\hat{R}\times\vec{H}(\vec{R}))$$

در میدان دور

حال در این مسئله باید به صورت عمومی $\vec{E}(R')$ به شکل زیر تغییر پیدا کند.

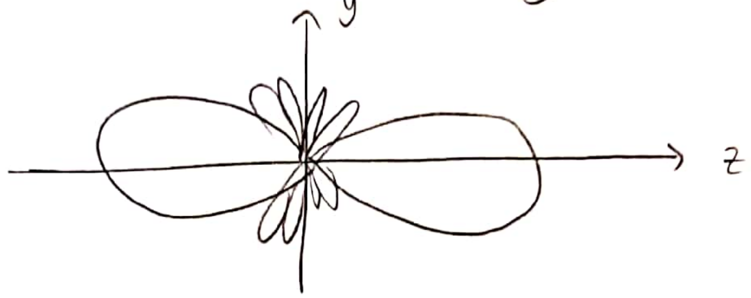
$$\vec{E}(R) = \frac{k^2 Z_0 m e^{-jkR}}{4\pi R} \sin\beta \, \hat{\varphi}' \qquad \beta \triangleq$$

$\hat{\varphi}' = \theta$

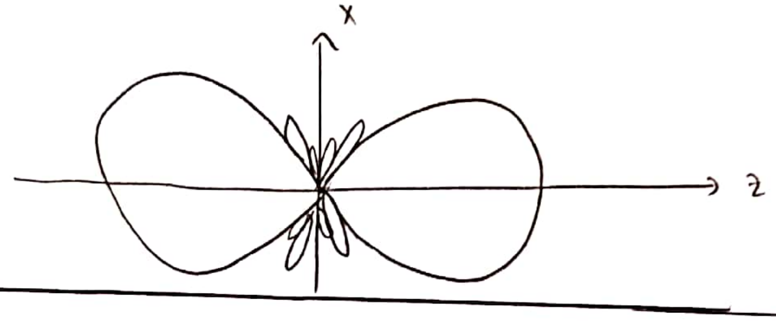


برای به دست آوردن الگوی تابش به صورت زیر از ضرب الگو ها کمک می‌گیریم.

$yoz : \varphi = \pi/2$



$xoz : \varphi = 0$



2 _ الف) آرایه از نوع دولف چبیشف خواهد بود. آنتن ها همسانگرد، با $l = 4\lambda$ هستند. $SLL = -30dB$

$N = 1 + l/d = 1 + 8 = 9$

$a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad 2a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4$ — 4λ — $d = \lambda/2$

$T_m(x) = 2x T_{m-1}(x) - T_{m-2}(x)$. $T_0(x) = 1$, $T_1(x) = x$ $T_2(x) = 2x^2 - 1$

$T_3(x) = 4x^3 - 3x$ $T_4(x) = 8x^4 - 8x^2 + 1$ $T_5(x) = 16x^5 - 20x^3 + 5x$

$T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$ $T_7(x) = 64x^7 - 112x^5 + 56x^3 - 7x$

$T_8(x) = 128x^8 - 256x^6 + 160x^4 - 32x^2 + 1$, $R^{dB} = 20\log_{10} r = -SLL = 30$

$r = 10^{1.5} = 31.63$

با توجه به اینکه $x > 1$ از فرم هذلولی چند جمله‌ای چبیشف کمک می‌گیریم.

$T_8(x) = \cosh(4\alpha)$ $x = \cosh \alpha/2$ $\Rightarrow T_8(a) = \cosh(8\cosh^{-1}(a)) = 31.63$

$$\rightarrow a = \cosh\left(\frac{1}{8}\cosh^{-1}(31.63)\right) \overset{Matlab}{=} 1.1374$$

حال باید سراغ پیدا کردن تک تک ضرایب برویم.

3	تاریخ تحویل: 02/2/14	نام درس: آنتن ۱ تکلیف سری هفتم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

$[AF] = a_0 + a_1 T_2(x) + a_2 T_4(x) + a_3 T_6(x) + a_4 T_8(x) = k T_8(ax)$

$a_0 + 2x^2 a_1 - a_1 + 8x^4 a_2 - 8x^2 a_2 + a_2 + 32x^6 a_3 - 48x^4 a_3 + 18x^2 a_3 - a_3$

$+ 128x^8 a_4 - 256x^6 a_4 + 160x^4 a_4 - 32x^2 a_4 + a_4 = 128K(ax)^8 - 256K(ax)^6$

$+ 160K(ax)^4 - 32K(ax)^2 + K$

$\longrightarrow 128K(ax)^8 = 128x^8 a_4 \Rightarrow a_4 = Ka^8$

$-256K(ax)^6 = -256x^6 a_4 + 32x^6 a_3 \Rightarrow 32a_3 = 256a_4 - 256Ka^6$

می‌بینیم که a ها پیدا [illegible] بسیار سخت می‌شود. پس مطابق تکنیک کلاس عمل خواهیم کرد که در آن

$Ka^8 \equiv 1 \rightarrow a_4 \equiv 1, \; K \equiv 1/a^8 \quad a_3 = 8 - 8/a^2$

$160K(ax)^4 = 160x^4 a_4 - 48x^4 a_3 + 8x^4 a_2$

$\Rightarrow 8a_2 = 160Ka^4 - 160a_4 + 48a_3 \Rightarrow a_2 = 20/a^4 - 20 + 6a_3$

$\Rightarrow a_2 = 20/a^4 - 20 + 48 - 48/a^2 \Rightarrow a_2 = 28 - 48/a^2 + 20/a^4$

$-32K(ax)^2 = -32x^2 a_4 + 18x^2 a_3 - 8x^2 a_2 + 2x^2 a_1$

$\Rightarrow 2a_1 = -32a^2 K + 32a_4 - 18a_3 + 8a_2 \Rightarrow 2a_1 = -\frac{32}{a^6} + 32 - 144 + \frac{144}{a^2}$

$+ 224 - \frac{384}{a^2} + \frac{160}{a^4} \Rightarrow a_1 = 56 - 16/a^6 + 80/a^4 - 120/a^2$

$K = a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 \Rightarrow a_0 = K - a_4 + a_3 - a_2 + a_1$

$a_4 = 1, \; a_3 = 8 - \frac{1}{(1.1374)^2} = 1.816 \quad a_2 = \frac{20}{(1.1374)^4} - \frac{48}{(1.1374)^2} + 28$

$\Rightarrow a_2 = 2.847, \quad a_1 = 56 - 16/(1.1374)^6 + \frac{80}{(1.1374)^4} - \frac{120}{(1.1374)^2} = 3.652$

$a_0 = 1/a^8 - 1 + 1.816 - 2.847 + 3.652 = 1.978$

پس ضرایب گرفته شد.

ب) با توجه به کتاب بالانیس خواهیم داشت:

$f = 1 + 0.636\left\{\frac{2}{r} \cosh\left[\sqrt{(\cosh^{-1}(r))^2 - \pi^2}\right]\right\}^2 \Rightarrow f = 1 + 0.636\left\{\frac{2}{30} \cosh\left[\sqrt{\cosh^{-1}(30) - \pi^2}\right]\right\}^2$

$= 1, f = 1.1361$ ، مرزی آنتن بیلور : $\delta = 0$, $\quad HPBW = 2\times\left(\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{\lambda}{\pi N d}\right)\right)$

$= \pi - 2\cos^{-1}\left(\frac{2}{\pi 9}\right) = 10.112^\circ \rightarrow HPBW_{chebyshev} = 1.1361 \times 10.112 = 11.4887^\circ$

$$D_0 = \frac{2R_0^2}{1 + (R_0^2 - 1)\frac{\lambda}{L+d} f} = \frac{2\times 900}{1 + 899\times\frac{1}{4.5}\times 1.1361} = 7.8958611943$$

3-

$AF = z^2(z+1)$ $\qquad d =$ فاصله بین دو المنت ، اختلاف فاز $= 0$

مبدا را آنتن چهارم در نظر می‌گیریم.

$AF = z^3 + z \Rightarrow AF = \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jn\psi}$

$= \sum_{n=0}^{N-1} a_n e^{jkdn\cos\theta}$, $\quad z^{?}(z^2+1) = e^{+jkd\cos\theta}\left(1 + e^{j2kd\cos\theta}\right)$

باید سازه آرایه را مساوی با صفر قرار دهیم

$\rightarrow |AF| \equiv 0 \rightarrow |1 + e^{j2kd\cos\theta}| = 0$

$\rightarrow |e^{jkd\cos\theta}(2\cos(kd\cos\theta))| = 0 \Rightarrow \underbrace{|e^{jkd\cos\theta}|}_{\neq 0}\,|2\cos(kd\cos\theta)| = 0$

$\rightarrow \cos(kd\cos\theta) = 0 \rightarrow kd\cos\theta = \frac{(2m+1)\pi}{2}$,

$d = \frac{\lambda}{2} \rightarrow kd\cos\theta = \pi\cos\theta = \frac{(2m+1)\pi}{2} \Rightarrow \cos\theta = m + \frac{1}{2} \quad m = 0 \rightarrow \theta = \pi/3$

$m = 1 \rightarrow \theta$ is non existent. $\quad m = -1 \rightarrow \cos\theta = -\frac{1}{2} \rightarrow \theta = 2\pi/3$

$d = \lambda/4 \rightarrow kd\cos\theta = \frac{\pi}{2}\cos\theta = \frac{(2m+1)\pi}{2} \rightarrow \cos\theta = 2m+1 \quad m = 0 \rightarrow \theta = 0$

$m = -1 \rightarrow \theta = \pi$

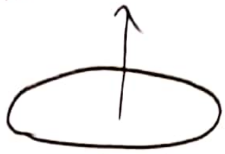
$d = \lambda/8 \rightarrow kd\cos\theta = \frac{\pi}{4}\cos\theta = \frac{(2m+1)}{2}\pi \rightarrow \cos\theta = 2(2m+1)$

$\rightarrow \cos\theta = 2 + 4m \longrightarrow$ No zeros

5	تاریخ تحویل: 02/2/14	نام درس: آنتن ۱ تکلیف سری ششم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

4- در این مسئله آنتن ویلر داریم. از یک دوقطبی کوچک به طول l، حلقه به شعاع a تشکیل شده است.
جریان ترکیب I در مرکز آنتن هم‌فاز است. می‌خواهیم قطبش دایروی داشته باشیم

Wheeler Antenna:



میدان دوقطبی بسیار کوچک، حلقه را در درس بررسی کرده‌ایم داریم

$$\vec{E}_{Dip}(R) = \frac{Z_0 j k C e^{-jkR}}{4\pi R} \sin\theta \,\hat{\theta} \qquad \vec{E}_{loop}(R) = \frac{k^2 Z_0 m e^{-jkR}}{4\pi R} \sin\theta \,\hat{\varphi}$$

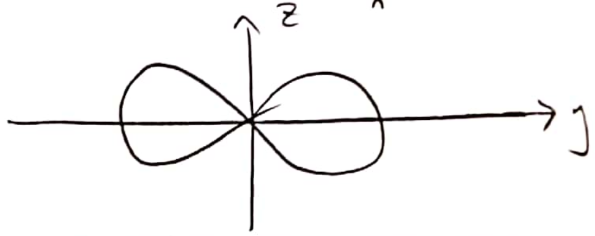
$C = I\,dl \quad , \quad m = I\,ds$

برای اینکه قطبش دایروی داشته باشیم باید اندازه این
میدان‌ها یکسان، اختلاف فاز 90 باشد. اختلاف فاز که مشکل نداریم پس سراغ اندازه می‌ریم.

$$|\vec{E}_{Dip}| = |\vec{E}_{loop}| \Rightarrow \frac{Z_0 k C}{4\pi R} \sin\theta = \frac{k^2 Z_0 m}{4\pi R} \sin\theta$$

$$\Rightarrow C = km \rightarrow 2lI = \frac{2\pi}{\lambda} \times \pi a^2 I \rightarrow l = \frac{\pi^2 a^2}{\lambda}$$

$$\rightarrow \pi^2 a^2 = l\lambda \rightarrow \frac{l\lambda}{a^2} = \pi^2$$



5- آرایه یکنواخت با N عنصر همسانگرد به فاصله d، اختلاف فاز متوالی α داریم. برنامه نوشته و پیوست شده است.

6- انجام شد.

Question 5 Plots

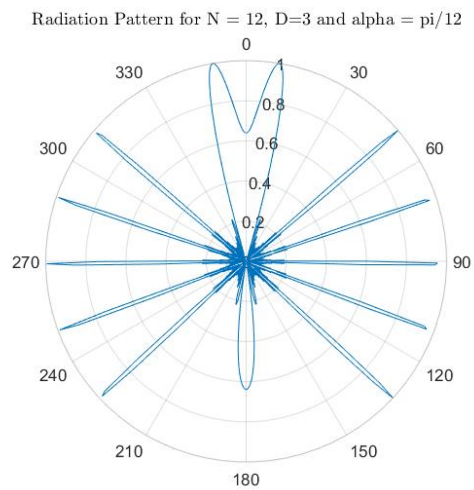


Figure 1: Radiation pattern for $N = 12, d = 3, \alpha = \frac{\pi}{12}$

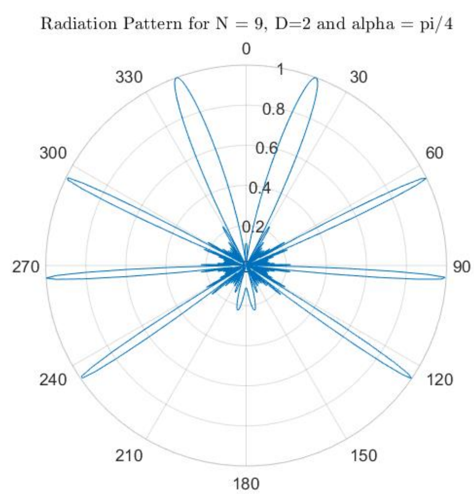


Figure 2: Radiation pattern for $N = 9, d = 2, \alpha = \frac{\pi}{3}$

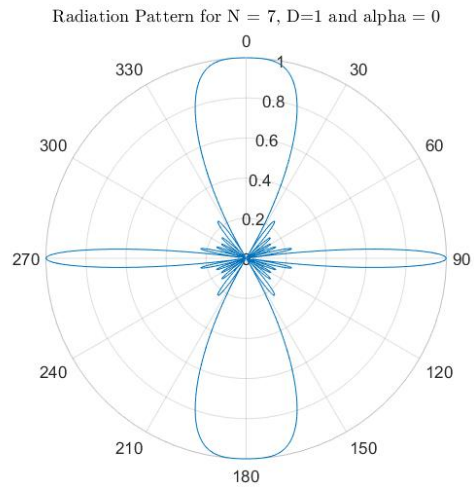


Figure 3: Radiation pattern for $N = 7, d = 1, \alpha = 0$