



به نام خدا

تکلیف شماره 7 - آنتن 1

نیمسال دوم 1401-1402 - سررسید 13-1402-3



1- انتگرال زیر را که در مسایل الکترواستاتیک و مسایل آنتن (تابش) روی می دهد، در نظر می گیریم:

$$k(z - z') = \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi'}{\sqrt{(z - z')^2 + 4a^2 \sin^2 \frac{\varphi'}{2}}}$$

نشان دهید که با انتخاب $\xi = \frac{|z - z'|}{2a}$ و $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}}$ انتگرال بالا برحسب انتگرال بیضی گون کامل از نوع اول،

$$K(\beta), \text{ در می آید؛ یعنی } k(\xi) = \frac{1}{\pi a} \beta K(\beta).$$

2- چگالی بار روی یک نوار نامحدود به پهنای $2w$ از حل معادله انتگرالی زیر بدست می آید:

$$\int_{-w}^w u(x') g(x, x') dx' = f(x) \quad ; |x| < w$$

معادله را برای $g(x, x') = -\frac{1}{2\pi} \ln|x - x'|$ و به کمک توابع پالس همراه با point matching در دو حالت زیر حل

کنید و توزیع $u(x)$ را برحسب متغیر x رسم کنید. الف: $f_1(x) = 1$ ، ب: $f_2(x) = x/w$

پاسخ های بدست آمده را با پاسخ های دقیق زیرمقایسه کنید:

$$f_2(x) = \frac{x}{w}, \quad u_2(x) = \frac{2}{w} \left(\frac{x}{w} \right) \frac{2}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{w} \right)^2}} \quad \text{و} \quad f_1(x) = 1, \quad u_1(x) = \frac{2}{w \ln 2} \frac{2}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{w} \right)^2}}$$

3- یک استوانه رسانای تو خالی به شعاع a و بلندی $2h$ را در نظر می گیریم. معادله انتگرالی لازم برای بدست آوردن چگالی بار الکتریکی گسترده شده روی استوانه را تشکیل دهید. پتانسیل استوانه را V_0 فرض کنید.

4- در حل مساله جریان آنتن استوانه ای با شعاع a و طول l ($a \ll l$) معادله (Pocklington) را نظر می گیریم:

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I_z(z') \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) \frac{e^{-jkR}}{R} \right] dz' = -j\omega\epsilon_0 E_z^i(z)$$

نشان دهید که با تقریب سیم نازک برای هسته انتگرال، به منظور محاسبه عددی ساده تر معادله به شکل زیر در می آید:



به نام خدا

تکلیف شماره 7 - آنتن 1

نیمسال دوم 1401-1402 - سررسید 13-3-1402



$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I_z(z') \frac{e^{-jkR}}{4\pi R^5} [(1 + jkR)(2R^2 - 3a^2) + (kaR)^2] dz' = -j\omega\epsilon_0 E_z^i(z), \quad (\text{Richmond, 1965})$$

5- دو آنتن سیمی نیم موج در فضای آزاد قرار گرفته اند. امپدانس متقابل آن ها را (نسبت به جریان بیشینه)، Z_{21m} را در دو حالت زیر حساب کنید. می توانید از جدول مقادیر $\text{Si}(x)$ ، $\text{Ci}(x)$ و $\text{Cin}(x)$ استفاده کنید (Ref. Balanis).

الف: دو آنتن موازی و در کنار یکدیگر به فاصله $d = \frac{\lambda}{4}$ از هم باشند.

ب: دو آنتن هم امتداد با هم بوده و فاصله دو سر نزدیک آن ها $s = \frac{\lambda}{4}$ باشد.

(جواب: $Z_{12m} \sim 38.43 - j28.56$)

6- مقاله های زیر را مطالعه و بررسی کنید (Method of Moments):

- 1- W. Perry Wheless, Larry T. Wurtz, "Introducing Undergraduates to the Moment Method," *IEEE Trans. on Education*, Vol. 38, No. 4, Nov. 1995, pp. 385-390
- 2- R. F. Harrington, "Matrix Methods for Field Problems," *Proc. IEEE*, 1968, Vol. 55, Issue 2, pp. 136-149