



دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

بسمه تعالی

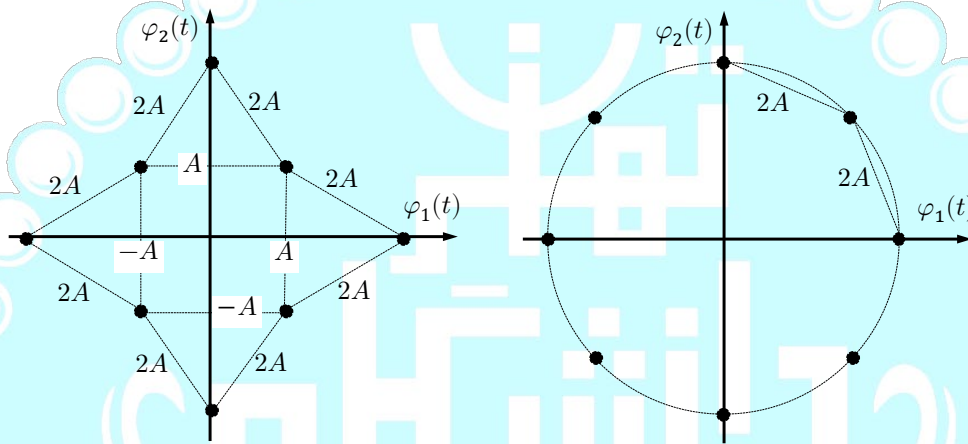
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
تمرین‌های درس مخابرات دیجیتال - سری ششم



دانشگاه تهران

برخی سؤالات این مجموعه با کسب اجازه از جناب آقای دکتر سعید نادر اصفهانی از تمرین‌های درس مخابرات ۲ ایشان انتخاب شده‌اند. بدینوسیله از بذل محبت ایشان صمیمانه قدردانی می‌نمایم.

تحويل سؤالات ستاره‌دار لازم نیست، اما حل آن‌ها جهت یادگیری بهتر مطالب اکیداً توصیه می‌شود.



(۱) در شکل بالا دو مدولاسیون 8-PSK و 8-QAM نشان داده شده‌اند که فاصله‌ی نقاط مجاور در هر دو برابر $2A$ است. فرض کنید تصویر سیگنال دریافتی در راستای $\varphi_1(t)$ و $\varphi_2(t)$ در k امین بازه‌ی سمبل به صورت $\underline{y}_k = \sqrt{1-\alpha^2}\underline{s}_k + \alpha\underline{s}_{k-1}$ است که در آن $0 < \alpha < 1$ و \underline{s}_k و \underline{s}_{k-1} یکی از نقاط کانستلیشن هستند. نواحی بهینه‌ی تصمیم‌گیری را برای هر سیگنال مشخص کرده و بیشترین مقدار α را به گونه‌ای پیدا کنید که سیگنال ارسالی بدون خطا قابل دریافت باشد.

(۲) در یک سیگنالینگ 3FSK متعامد، سیگنال‌های $s_k(t)$ ، $k = 1, 2, 3$ به صورت زیر تعریف شوند:

$$s_k(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right), & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

برحسب آن‌ها سه سیگنال جدید به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

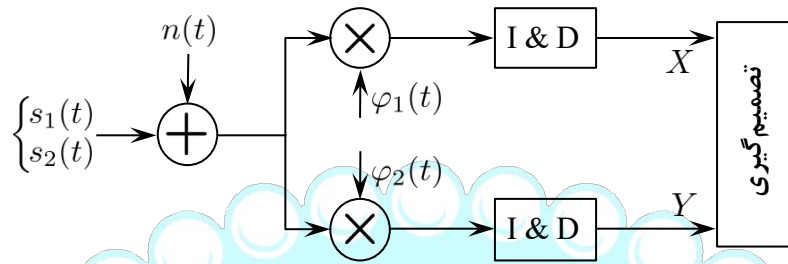
$$v_k(t) = s_k(t) - \frac{1}{3}(s_1(t) + s_2(t) + s_3(t)), \quad k = 1, 2, 3$$

الف) انرژی $v_k(t)$ ‌ها را بیابید. آیا $v_k(t)$ ‌ها متعامدند؟

ب) بعد فضای سیگنال جدید و پهنای باند مصرفی توسط آن را پیدا کنید.

پ) احتمال خطای تقریبی را برای گیرنده‌ی همدوس در سیستمی که از سیگنال‌های $v_k(t)$ ، $k = 1, 2, 3$ در یک کانال AWGN استفاده می‌کند به دست آورید. فرض کنید نویز، مستقل از سیگنال ارسالی، دارای طیف توان $\frac{N_0}{2}$ است و فیلترهای فرستنده و گیرنده بهینه‌اند.

(۳) در یک سیستم باینری هر T ثانیه یکی از پالس‌های $s_1(t) = 2a\varphi_1(t) - a\varphi_2(t)$ یا $s_2(t) = 2a\varphi_2(t) - a\varphi_1(t)$ با احتمال برابر همراه با نویز گوسی سفید با میانگین صفر و چگالی طیف توان $\eta/2$ دریافت می‌شود. نویز از سیگنال ارسالی مستقل است. $\varphi_1(t)$ و $\varphi_2(t)$ پالس‌هایی به عرض T و با انرژی واحد بوده و متعامدند. برای آشکارسازی از روش زیر استفاده می‌شود:



الف) با فرض تصمیم‌گیری بهینه، رابطه احتمال خطا را به دست آورید.
 ب) اگر به دلیلی خروجی انتگرال گیر دوم، Y ، صفر شود ولی تغییری در نحوه تصمیم‌گیری به دست آمده در بند (الف) صورت نگیرد، احتمال خطا چگونه تغییر خواهد کرد؟ در این شرایط یک احتمال خطای 10^{-4} اولیه چه قدر خواهد شد؟
 پ) بند (ب) را برای حالتی که تصمیم‌گیری به صورت بهینه انجام شود نیز حل کنید.

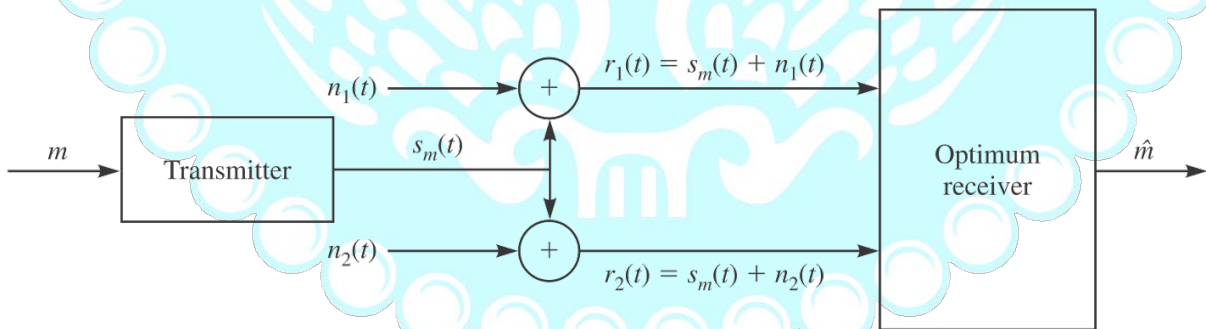
(۴) سه پیام هم‌احتمال بر روی یک کانال AWGN با چگالی طیف توان $\eta/2$ ارسال می‌شوند، شکل موج‌های استفاده شده برای ارسال این سه پیام به فرم زیر هستند:

$$s_2(t) = -s_3(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T/2 \\ -1, & T/2 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad s_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

الف) توابع پایه مناسب برای نمایش فضای سیگنال را به دست آورده و نقاط کانستلیشن را رسم کنید.

ب) نواحی تصمیم‌گیری بهینه را به دست آورده و رسم کنید.

پ) کدام یک از این سمبل‌ها بیشتر مستعد بروز خطا هستند؟ چرا؟



(۵) *سیستم مخابراتی نشان داده شده در شکل بالا برای ارسال اطلاعات از مجموعه سیگنال‌های هم‌احتمال $\{s_m(t)\}_{m=1}^M$ استفاده می‌کند. گیرنده این سیستم، دارای دو آنتن است و سیگنال دریافتی در هر یک از این دو آنتن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$r_1(t) = s_m(t) + n_1(t)$$

$$r_2(t) = s_m(t) + n_2(t)$$

که در آن $n_1(t)$ و $n_2(t)$ نویزهای گوسی به ترتیب با چگالی‌های طیف توان $\eta_1/2$ و $\eta_2/2$ و مستقل از یکدیگرند. گیرنده تصمیم بهینه را براساس هر دوی این دو سیگنال‌ها اتخاذ می‌کند.

الف) نحوه‌ی تصمیم‌گیری بهینه را به‌دست آورید.

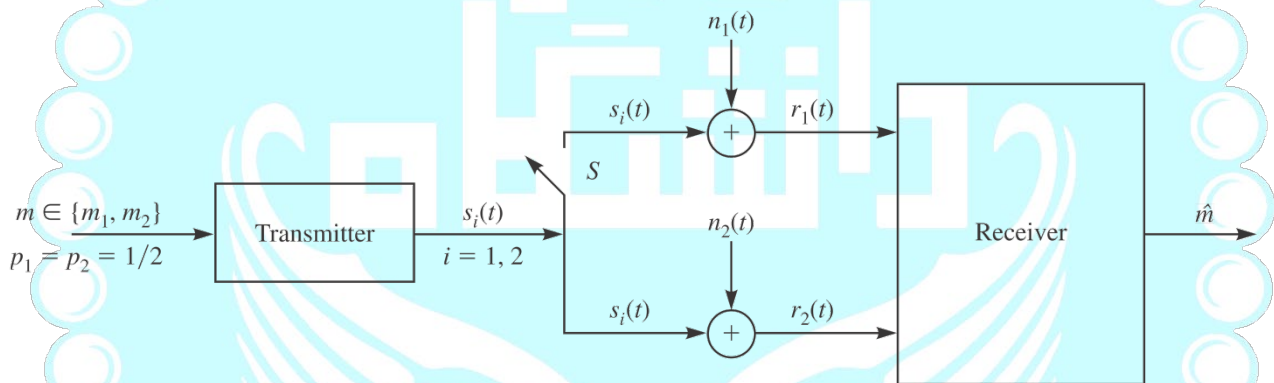
ب) ساختار گیرنده بهینه را با فرض $\eta = \eta_1 = \eta_2$ به‌دست آورید. نشان دهید گیرنده برای تصمیم‌گیری به حاصل جمع دو سیگنال نیاز دارد.

پ) فرض کنید فرستنده از روش OOK برای ارسال استفاده کند. اگر ساختار گیرنده بهینه بر اساس مقایسه‌ی $r_1(t) + a$ با یک سطح آستانه باشد، مقدار a و آستانه‌ی بهینه را با فرض یکسان نبودن توان نویزها، به‌دست آورید.

۶) * یک سیستم مخابراتی باینری از سیگنال‌های $s_1(t) = -s_2(t) = s(t)$ برای ارسال دو پیام هم‌احتمال استفاده می‌کند. سیگنال $s_i(t)$, $i = 1, 2$ از دو مسیر متفاوت مطابق شکل زیر در گیرنده دریافت می‌شود و گیرنده تصمیم خود را براساس مشاهده‌ی هر دو سیگنال $r_1(t)$ و $r_2(t)$ اتخاذ می‌کند. مسیر بالایی شامل یک کلید S است که به‌صورت تصادفی و با احتمال‌های برابر در وضعیت باز یا بسته است. اگر کلید بسته باشد $r_1(t) = s_i(t) + n_1(t)$ و در غیر این صورت $r_1(t) = n_1(t)$ خواهد بود. نویزهای $n_1(t)$ و $n_2(t)$ گوسی، سفید و مستقل با چگالی طیف توان $\eta/2$ فرض می‌شوند.

الف) اگر گیرنده از وضعیت کلید ناآگاه باشد، قانون تصمیم‌گیری بهینه را تعیین کنید.

ب) اگر گیرنده از وضعیت کلید آگاه باشد (کلید همچنان به‌صورت تصادفی و با احتمال‌های برابر باز یا بسته است)، قانون تصمیم‌گیری بهینه و احتمال خطای آشکارسازی را تعیین کنید.



۷) فرض کنید برای ارسال ارقام باینری با سرعت 1.5 Mbps در حضور نویز گوسی سفید با چگالی طیف توان 10^{-14} W/Hz، پهنای باندی حداکثر برابر با 10 MHz در اختیار داشته باشیم.

الف) یک مدولاسیون FSK با $p_e = 10^{-5}$ به این منظور طراحی کنید (یعنی مقادیری مناسب برای M و $A^2/2$ بیابید).

ب) اگر بخواهیم از مدولاسیون DPSK استفاده کنیم، توان مورد نیاز را بیابید.

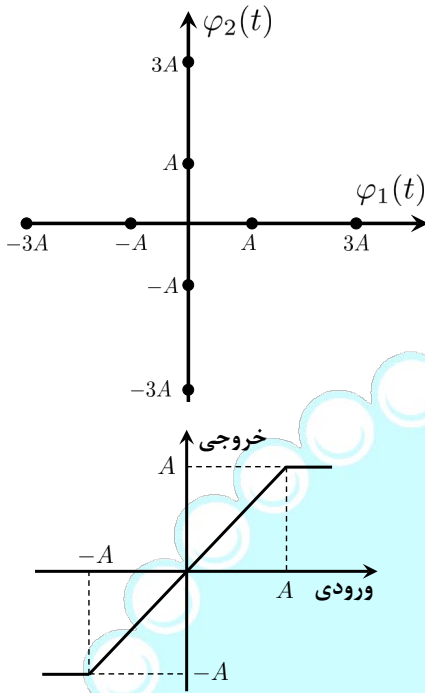
پ) اگر مقدار M به‌دست آمده در بند (الف) دو برابر شود، پهنای باند و توان مورد نیاز چگونه تغییر می‌کنند؟ احتمال خطای مورد انتظار را ثابت فرض کنید.

۸) در یک سیستم مخابراتی یکی از ۸ پالس $\{\pm 2K\varphi_1(t), \pm 2K\varphi_2(t), \pm K\varphi_1(t) \pm K\varphi_2(t), \pm K\varphi_1(t) \mp K\varphi_2(t)\}$ در هر T_s ثانیه با احتمال برابر ارسال می‌شود. $\varphi_1(t)$ و $\varphi_2(t)$ سیگنال‌های متعامد، محدود به $[0, T_s]$ و دارای انرژی واحد می‌باشند. سیگنال ارسالی در گیرنده همراه نویز گوسی سفید جمع‌شونده با میانگین صفر و طیف توان $\eta/2$ دریافت می‌شود (سیگنال و نویز مستقلند).

الف) بلوک دیاگرام گیرنده بهینه را رسم کنید و نحوه تصمیم‌گیری را برای هر سیگنال بیان کنید.

ب) با رسم شکل مناسب نواحی تصمیم‌گیری را تعیین و احتمال خطای گیرنده بهینه را پیدا کنید.

(۹) در سیستم مخابراتی از مدولاسیون 8QAM مطابق شکل روبرو در یک کانال AWGN با طیف توان $\frac{\eta}{2}$ استفاده می‌شود. سیگنال ارسالی از نویز مستقل و سمبل‌های ارسالی هم‌احتمال فرض می‌شوند.

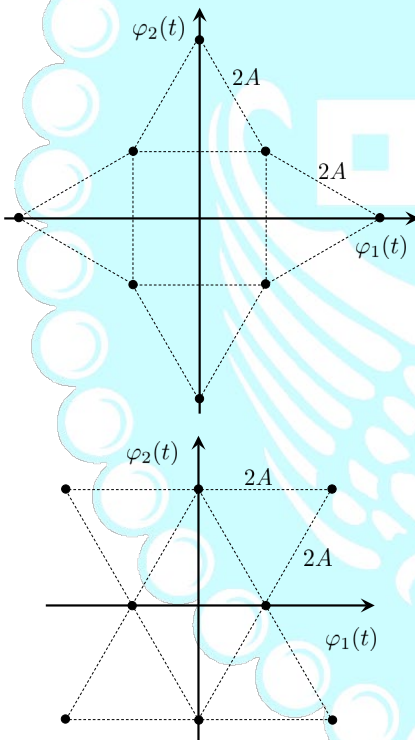


الف) نواحی تصمیم‌گیری و احتمال خطای تقریبی گیرنده‌ی بهینه را برای این مدولاسیون برحسب $\frac{E_s}{\eta}$ تعیین کنید.

ب) اگر به‌جای مدولاسیون 8QAM فوق از یک مدولاسیون 8PSK استفاده کنیم که احتمال خطای سمبل در آن تقریباً با احتمال خطای 8QAM برابر باشد کدام مدولاسیون از نظر مصرف انرژی بهتر است؟ چرا؟
[راهنمایی: هنگام مقایسه‌ی احتمال خطای سمبل در دو مدولاسیون از ضریب Q-Function صرف‌نظر و $\frac{E_s}{\eta}$ را بزرگ فرض کنید]

پ) اگر سیگنال دریافتی پس از فیلترشدن و نمونه‌برداری، به‌اشتباه از یک سیستم غیرخطی با مشخصه‌ی ورودی-خروجی روبرو عبور کند، با فرض ناچیز بودن نویز، احتمال خطای گیرنده را پیدا کنید. (نیازی به انجام محاسبات ریاضی پیچیده ندارید.)

(۱۰) *در مدولاسیون‌های 8QAM شکل روبرو فاصله‌ی نزدیک‌ترین نقاط مجاور



برابر $2A$ است. از این دو مدولاسیون در یک کانال AWGN استفاده می‌شود که نویز آن، مستقل از سیگنال، دارای میانگین صفر و طیف توان $\frac{\eta}{2}$ است. همچنین $\varphi_1(t)$ و $\varphi_2(t)$ توابع پایه‌ی متعامدند. برای هر دو مدولاسیون فرض کنید احتمال ارسال سمبل‌ها با هم برابر است.

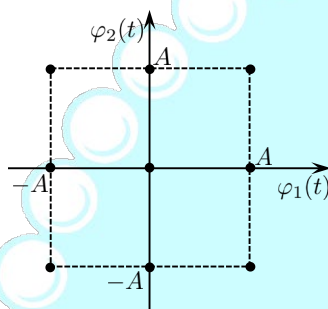
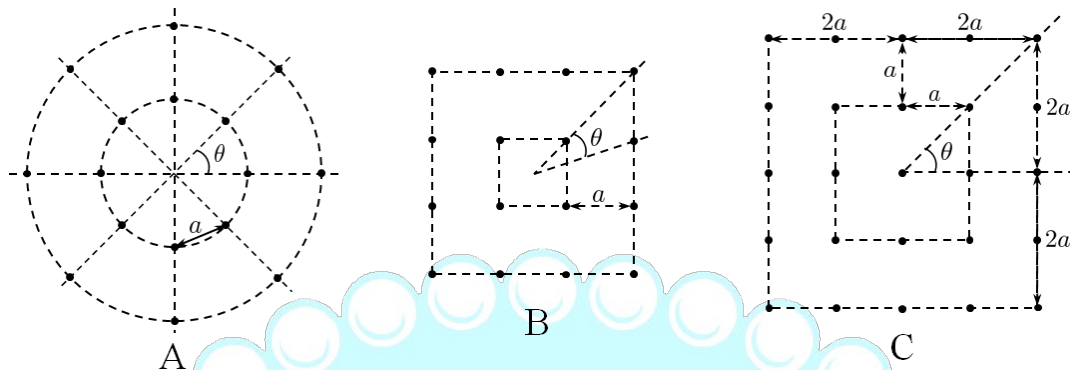
الف) برای مدولاسیون بالایی نواحی تصمیم‌گیری بهینه را به‌دقت رسم کرده و احتمال خطای سمبل را به‌صورت تقریبی به‌دست آورید.

ب) احتمال خطای سمبل را به‌صورت تقریبی برای مدولاسیون 8QAM پایینی نیز پیدا کنید.

پ) بدون انجام محاسبات طولانی مشخص کنید که به‌طور تقریبی احتمال خطای سمبل در مدولاسیون بالایی بهتر است یا مدولاسیون پایینی یا یک مدولاسیون 8PSK که فواصل نقاط مجاور در آن $2A$ است؟ و میزان افت SNR بدترین مدولاسیون را به بهترین مدولاسیون برحسب dB مشخص کنید.

(۱۱) در شکل زیر سه کانستلیشن مختلف برای سیستم‌هایی که اطلاعات را با سرعت بالا ارسال می‌کنند، نشان داده شده است. پارامترهای مهم در این مدل‌ها، مینیمم فاصله میان نقاط (پارامتر a که معیاری از میزان مقاومت در برابر نویز است)، مینیمم اختلاف فاز (که معیاری از میزان مقاومت در برابر خطای تخمین فاز یا تأخیر است) و نسبت مقدار پیک توان به مقدار متوسط آن (که معیاری از مقاومت در برابر اعوجاج غیرخطی کانال است) هستند. با فرض آن که میانگین توان مورد استفاده در تمام این مدل‌ها یکسان باشد: الف) مقاومت این مدل‌ها را در برابر اعوجاج غیرخطی، نویز و خطای فاز با هم مقایسه کنید.

(ب) آیا می‌توان درباره مقاومت در برابر ترکیب نویز، خطای فاز و اعوجاج غیرخطی در این سیستم‌ها اظهار نظر کرد؟ به عبارت دیگر، آیا یکی از این سیستم‌ها از همه نظر از بقیه بهتر است؟



(۱۲) * در یک سیستم مخابراتی از مدولاسیون 9-QAM به شکل روبرو استفاده می‌شود.

(الف) احتمال خطای سمبل این مدولاسیون را در یک کانال AWGN برحسب A و η به‌طور دقیق به‌دست آورید (نویز مستقل از داده و دارای میانگین صفر و چگالی طیف توان آن $\frac{\eta}{2}$ است).

(ب) فرض کنید با حذف نقطه‌ی $(0,0)$ از مدولاسیون 9-QAM اصلی، یک

مدولاسیون 8-QAM جدید بسازیم. نواحی تصمیم‌گیری مربوط به هر سمبل را

برای مدولاسیون جدید رسم نموده و احتمال خطای سمبل این مدولاسیون را در یک کانال AWGN به صورت تقریبی بر حسب A و η محاسبه نمایید.

(پ) احتمال خطای سمبل را برای زمانی که نقطه‌ی (A, A) از مدولاسیون 9-QAM بالا حذف شود، پیدا کنید.

(ت) فرض کنید در هر یک از سه مدولاسیون بالا هر خطای سمبل به یک بیت خطا منجر شود. کدام یک از این سه مدولاسیون در

SNRهای بالا، برای ارسال داده‌های منبعی با نرخ داده‌ی ثابت کارایی بالاتری دارد؟ (می‌توانید عبارت بدست آمده در بند (الف) را برای

SNRهای بالا با مقدار تقریبی‌اش جایگزین کنید).