



دانشکده گان فنی

بسمه تعالی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر  
تمرین‌های درس مخابرات دیجیتال - سری پنجم



دانشگاه تهران

برخی سئوالات این مجموعه با کسب اجازه از جناب آقای دکتر سعید نادر اصفهانی از تمرین‌های درس مخابرات ۲ ایشان انتخاب شده‌اند. بدینوسیله از بذل محبت ایشان صمیمانه قدردانی می‌نمایم.

(۱) یک سیستم مخابراتی دیجیتال باینری در هر  $T$  ثانیه یکی از دو پالس زیر را با احتمال مساوی ارسال می‌کند:

$$s_1(t) = \begin{cases} -A & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad s_2(t) = -s_1(t)$$

الف) اگر کانال AWGN باشد و در خروجی از هیچ فیلتری استفاده نکنیم، حداقل احتمال خطای آشکارسازی را به دست آورید.

ب) با همان فرض کانال AWGN، اگر در خروجی از آشکارسازی بهینه استفاده شود، پاسخ ضربه فیلتر خروجی باید به چه صورتی باشد؟ احتمال خطای آشکارسازی را نیز در این حالت به دست آورید.

پ) اگر نویز کانال گوسی ولی رنگی با طیف توان  $G_n(f) = \varepsilon^2 f^2$ ,  $|f| < 1/T$  باشد و از همان فیلتر (ب) قبل برای آشکارسازی استفاده شود، احتمال خطا را بیابید.

ت) آیا می‌توانید برای بند (پ) فیلتر بهینه و احتمال خطای حاصل از آن را نیز به دست آورید؟

(۲) در یک سیستم باینری، نمونه‌های دریافتی در گیرنده به صورت  $y_1 = s + n_1$  و  $y_2 = s + n_1 + n_2$  هستند که در آن  $s$  سمبل ارسالی است و مقادیر  $A$  و  $-A$  را با احتمال برابر اختیار می‌کند. همچنین  $n_1$  و  $n_2$  نویزهای گوسی مستقل از هم و مستقل از  $s$  با میانگین صفر و واریانس  $\sigma^2$  هستند.

الف) قانون تصمیم‌گیری را برای گیرنده‌ی بهینه (MAP) در این سیستم پیدا کنید و احتمال خطای آن را به دست آورید.

ب) اگر گیرنده تنها قادر به مشاهده‌ی مجموع  $y_1$  و  $y_2$  یعنی  $y = y_1 + y_2$  باشد، قانون تصمیم‌گیری بهینه و احتمال خطای گیرنده را در این حالت نیز بیابید. این گیرنده چند dB افت توان نسبت به گیرنده‌ی بند (الف) دارد؟

(۳) در یک سیستم باینری از پالس‌های  $s_1(t) = -a\Pi\left(\frac{t-T_1/2}{T_1}\right)$  (متناظر با صفر) و  $s_2(t) = a\Pi\left(\frac{t-T_1/2}{T_1}\right)$  (متناظر با یک) برای ارسال اطلاعات بر روی یک کانال AWGN استفاده می‌شود. در این سیستم،  $T$  بازه‌ی ارسال یک بیت و  $T_1 < T$  است. سیگنال دریافتی در گیرنده به فرم  $V(t) = Z(t) + n(t)$  و  $G_n(f) = \frac{\eta}{2}$  فرض می‌شود.

الف) با فرض استفاده از گیرنده‌ی همبستگی، بلوک دیاگرام گیرنده‌ی بهینه را رسم کنید. برای دنباله‌ی 01101 و با فرض ناچیز بودن نویز،  $V(t)$  و خروجی گیرنده‌ی همبستگی را (قبل از نمونه‌برداری) رسم کنید.

ب) بند (الف) را برای گیرنده‌ی فیلتر منطبق، برای دو حالت  $T_1 < \frac{T}{2}$  و  $\frac{T}{2} < T_1 < T$  تکرار کنید.

پ) با فرض برابر بودن احتمال 0 و 1 در این سیستم، احتمال خطای گیرنده‌ی بهینه را به دست آورید.

ت) اگر در گیرنده‌ی همبستگی نمونه‌برداری در لحظات  $t = (k-1)T + T_2$  انجام شود احتمال خطای گیرنده را در دو حالت  $T_1 < T_2$  و  $T_1 > T_2$  محاسبه کنید.

$$(۴) \text{ *سیگنال } s(t) = \begin{cases} \frac{At}{T} \cos(2\pi f_c t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \text{ مفروض است.}$$

الف) پاسخ ضربه فیلتر منطبق را برای این سیگنال به دست آورید.

ب) خروجی این فیلتر را به ورودی  $s(t)$  در لحظه  $t = T$  مشخص کنید.

پ) فرض کنید سیگنال  $s(t)$  از یک گیرنده همبستگی عبور می کند که همبستگی بین ورودی  $s(t)$  و خود  $s(t)$  را محاسبه میکند. خروجی این گیرنده را در لحظه  $t = T$  حساب کنید. پاسخ خود را با قسمت قبل مقایسه کنید.

(۵) در یک سیستم OOK با آشکارسازی بهینه، احتمال خطا  $10^{-6}$  است. در اثر بروز فیدینگ افت کانال به میزان 6 dB افزایش می یابد، احتمال خطای آشکارسازی را در دو حالت زیر به دست آورید:

الف) گیرنده دارای مداری برای تصحیح اتوماتیک مرز تصمیم گیری باشد.

ب) گیرنده مداری برای تصحیح مرز تصمیم گیری نداشته باشد.

(۶) فرض کنید دو سیگنال  $s_1(t)$  و  $s_2(t)$  برای ارسال باینری بر روی یک کانال AWGN استفاده می شود

$$s_1(t) = \begin{cases} \frac{At}{T}, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad s_2(t) = \begin{cases} A, & 0 \leq t \leq T \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

در گیرنده سیگنال های  $r_i(t) = s_i(t) + n(t)$ ,  $i = 1, 2$  را دریافت می کنیم که در آن  $n(t)$  سفید و گوسی با چگالی طیف توان  $\eta/2$  و مستقل از سیگنال ها فرض می شود.

الف) توان سیگنال های  $s_1(t)$  و  $s_2(t)$  و همبستگی بین این دو سیگنال را به دست آورید.

ب) پاسخ ضربه ی فیلترهای منطبق بر  $s_1(t)$  و  $s_2(t)$  را به دست آورده و رسم کنید.

پ) پاسخ دو فیلتر بند (ب) را به ورودی  $s_2(t)$  به دست آورده و رسم کنید.

ت) حال اگر در گیرنده به جای فیلترهای بند (ب)، از گیرنده ی همبستگی (ضرب کننده به همراه انتگرال گیر) استفاده شود، خروجی دو گیرنده ی همبستگی را به ورودی  $s_2(t)$  به صورت تابعی از زمان در بازه ی  $0 \leq t \leq T$  رسم کنید.

د) شکل های به دست آمده در بندهای (پ) و (ت) را مقایسه کنید. آیا این شکل ها مشابهند؟ چرا؟

(۷) در یک سیستم PSK باینری با آشکارسازی همدوس، احتمال ارسال صفر برابر  $p$  و در گیرنده  $\frac{E_b}{\eta} = 4$  است.

الف) سطح آستانه تصمیم گیری بهینه را برای  $p = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$  به دست آورید. احتمال خطای آشکارسازی را در هر حالت محاسبه کرده و نتایج حاصل را با هم مقایسه کنید.

ب) فرض کنید در اثر بروز اشکال در گیرنده آستانه تصمیم گیری روی صفر ثابت مانده باشد (یعنی با تغییر مقدار  $p$  آستانه ی تصمیم گیری مقدار ثابت صفر را داشته باشد). احتمال خطای آشکارسازی را در این حالت برای  $p = 0.4, 0.5, 0.6, 0.7$  به دست آورده و نتایج حاصل را با نتایج بند (الف) مقایسه کنید.

(۸) در یک سیستم PSK باینری همدوس با آشکارسازی بهینه، حامل گیرنده به دلیل سنکرون سازی ضعیف دارای خطای فاز  $\theta$

است. به عبارت دیگر، برای آشکارسازی سیگنال های ارسالی که به فرم  $s_1(t) = -A \cos(\omega_c t)$  و  $s_2(t) = A \cos(\omega_c t)$

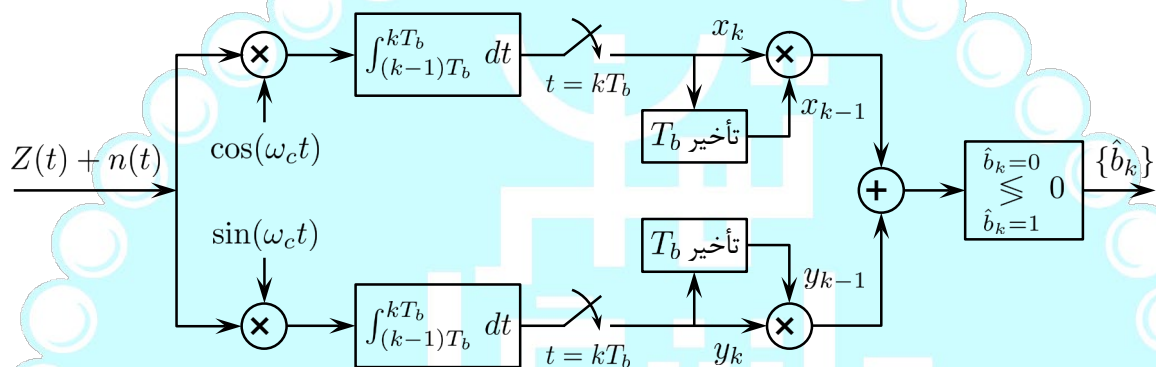
با هم احتمال هستند، در گیرنده از  $x_1(t) = -A \cos(\omega_c t + \theta)$  و  $x_2(t) = A \cos(\omega_c t + \theta)$  استفاده می شود. نویز کانال را سفید و گوسی با چگالی طیف توان  $\eta/2$  و مستقل از سیگنال ها در نظر بگیرید.

الف) احتمال خطا را بر حسب  $E_b$ ،  $\eta$  و  $\theta$  محاسبه کنید.

ب) اگر در حالت هم‌زمانی دقیق (یعنی زمانی که  $\theta = 0$  است) احتمال خطا برابر  $10^{-5}$  باشد، چه مقدار خطای فاز این احتمال را به  $10^{-4}$  می‌رساند؟

پ) فرض کنید برای مقابله با تأثیر مخرب  $\theta$  به جای BPSK همدوس از مدولاسیون DPSK باینری استفاده کنیم. با فرض اینکه  $\frac{E_b}{\eta} \leq 10$  dB باشد، بیشترین مقدار  $\theta$  که به ازای آن BPSK همدوس همچنان از DPSK احتمال خطای کمتری دارد را پیدا کنید.

۹) \* در یک سیستم DPSK باینری،  $Z(t) = A_k \cos(\omega_c t + \theta)$  است که در آن  $\theta$  یک فاز ناشناخته و  $n(t)$  نویز سفید گوسی با طیف توان  $\eta/2$  است. همچنین  $\omega_c$  مضرب صحیحی از  $1/T_b$  فرض می‌شود. همان‌طور که در درس گفته شد ساختار گیرنده‌ی بهینه مطابق شکل زیر است:



با تعریف متغیرهای تصادفی مناسب، احتمال خطای گیرنده فوق را محاسبه کنید و آن را با سیستمی که در آن  $\theta = 0$  است مقایسه کنید.

راهنمایی: مطالعه‌ی فصل 8.3.1 از کتاب زیر توصیه می‌شود:

R. D. Ziemer and W. H. Tranter, *Principles of Communications, Systems, Modulation and Noise*, 6<sup>th</sup> ed. John Wiley & Sons, 2009.