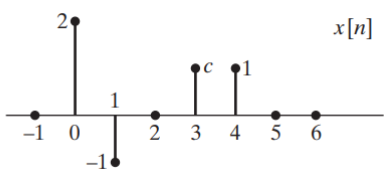


دانشگاه تهران
پردیس دانشکده‌های فنی
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر

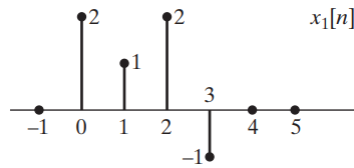


مهلث تحویل : 29/3/1401	تکلیف شماره ی ششم "FFT & DFT" طراح : وحید یزدنیا - محمد حیدری	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار 1401
---------------------------	------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------

1- مهلت تحویل تمرین تا آخر روز یکشنبه 29 خرداد ماه است. 2- امکان تحویل تمرین با تاخیر وجود ندارد. 3- در صورتی که در ارزیابی تمرین ها تقلبی بین گروهی از دانشجویان مشاهده شود، تمامی افراد دخیل در تقلب مجازات می شوند و کل نمره ی تمرین را از دست می دهند.	تذکر:
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------

<p>سوال 1 : یک فیلتر FIR با پاسخ ضربه ۱۰ نقطه ای به شکل زیر مطلوب است:</p> $h[n] = 0 \quad \text{for } n < 0 \text{ and for } n > 9.$ <p>DFT پاسخ ضربه $h[n]$ به شکل زیر می باشد:</p> $H[k] = \frac{1}{5}\delta[k - 1] + \frac{1}{3}\delta[k - 7],$ <p>تبدیل فوریه گسسته $H(e^{j\omega})$ را بیابید و رابطه آن را با $H[k]$ نشان دهید.</p>	<p>سوال 2 : در شکل زیر نمودار تابع $x[n]$ قابل مشاهده می باشد، مقدار این تابع در $n=3$ مجهول و برابر C می باشد.</p> 
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

با فرض $X_1[k] = X[k] e^{j2\pi 3k/5}$ ، که $X[k]$ برابر DFT پنج نقطه ای از $x[n]$ می باشد و نمودار تابع $x_1[n]$ که DFT وارون $X_1[k]$ می باشد مقدار C را بدست آورید.



سوال 3: اگر برای دو سیگنال x_1, x_2 روابط زیر را داشته باشیم:

$$x_1[n] = \cos\left(\frac{2\pi n k_1}{N}\right), \quad x_2[n] = \cos\left(\frac{2\pi n k_2}{N}\right)$$

مقدار عبارت زیر را بیابید:

$$S = \sum_{n=0}^{N-1} x_1[n] x_2^*[n]$$

سوال 4: $x[n]$ یک سیگنال طول محدود و با مقادیر حقیقی و طول 512 می باشد.

$$x[n] = 0 \quad n < 0, n \geq 512$$

این سیگنال در یک حافظه 512 خانه ای ذخیره شده است. با فرض آن که $X[k]$ ، DFT 512 نقطه ای از این سیگنال مشخصه زیر را دارد:

$$X[k] = 0 \quad 250 \leq k \leq 262.$$

در عملیات ذخیره سازی سیگنال اولیه در بدترین حالت یکی از خانه های حافظه به درستی ذخیره نشده است. یعنی اگر سیگنال ذخیره شده را $s[n]$ بدانیم، $s[n] = x[n]$ ، مگر در یکی از خانه های مجهول حافظه به شماره n_0 . برای تست سیگنال ذخیره شده می توانید از $S[k]$ ، DFT 512 نقطه ای $s[n]$ استفاده کنید.

الف) آیا می توان به وسیله $S[k]$ متوجه رخداد خطا در ذخیره سازی سیگنال شد؟ اگر بله چگونه؟

ب) یک الگوریتم جهت تشخیص n_0 (خانه ای از حافظه که دچار خطا شده است) ارائه کنید.

ج) در این قسمت فرض کنید که مقدار n_0 مشخص است الگوریتمی جهت بازیابی $x[n_0]$ از روی $S[k]$ بیان کنید.

سوال ۵) پاسخ ضربه ی یک فیلتر تک قطبی به صورت زیر است:

$$h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

از پاسخ فرکانسی این فیلتر در فرکانس های $\omega_k = \frac{2\pi}{16}k$ به ازای $k = 0, 1, 2, \dots, 15$ نمونه برداری می شود. نمونه های حاصل به صورت زیر خواهند بود:

$$G(k) = H(e^{j\omega}) \quad s.t. \omega = \frac{2\pi k}{16}, k = 0, \dots, 15$$

رشته $g[n]$ که در واقع معکوس DFT ۱۶ نقطه ای $G(k)$ است را بدست آورید.

سوال ۶) تابع deterministic cross correlation بین دو سیگنال حقیقی به شکل زیر تعریف می شود:

$$c_{xy}[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y[m]x[n+m] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y[-m]x[n-m] = y[-n] * x[n] \quad -\infty < n < \infty$$

الف) نشان دهید که DTFT سیگنال $c_{xy}[n]$ برابر $C_{xy}(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega})$ می باشد.

ب) با فرض آن که سیگنال $x[n]$ بین ۰-۹۹ مقدار دارد و سیگنال $y[n]$ بین ۰-۴۹ ، سیگنال $c_{xy}[n]$ نیز بین بازه N_1-N_2 تنها مقدار غیر صفر خواهد داشت. این بازه را بدست آورید.

ج) با فرض آن که می دانیم $c_{xy}[n]$ تنها در بازه ۰-۲۰ مقدار دارد برای پیدا کردن این سیگنال از پروسه زیر استفاده می کنیم:

1. محاسبه $X[k]$ ، N-point DFT از $x[n]$

2. محاسبه $Y[k]$ ، N-point DFT از $y[n]$

3. محاسبه $C[k] = X[k] Y^*[k]$ به ازای $0 < k < N-1$

4. محاسبه $c[n]$ ، معکوس DFT سیگنال $C[k]$

کمینه مقدار N برای آن که $c[n] = c_{xy}[n]$ ، $0 < n < 20$ باشد را بدست آورید. پاسخ خود را شرح دهید.

سوال ۷) یک الگوریتم برگزینش زمانی بر مبنای ۳ برای محاسبه ی FFT (radix-3 decimation-in-time FFT alg.) برای $N = 3^v$ توسعه دهید و سیگنال فلوگراف متناظر با $N=9$ را رسم کنید. به چند ضرب مختلط نیاز است؟

نکات پایانی :

الزامی به تایپ جواب سوالات نیست و می توانید از دست نوشته های خود عکس بگیرید و فایل pdf اسکن جواب هایتان را ارسال کنید. دقت کنید که عکس های شما کیفیت کافی را داشته باشد و جواب های شما خوانا باشند.

در نهایت فایل pdf را با الگوی DSP_HW#[...]_{FullName_SID} نامگذاری و در سایت درس آپلود کنید.

در صورتی که درباره ی سوالی ابهام داشتید می توانید در قسمت پرسش و پاسخ درسی صفحه ی درس در سایت elearn آن را مطرح کنید و یا سوال خود را از طریق ایمیل از ما بپرسید.