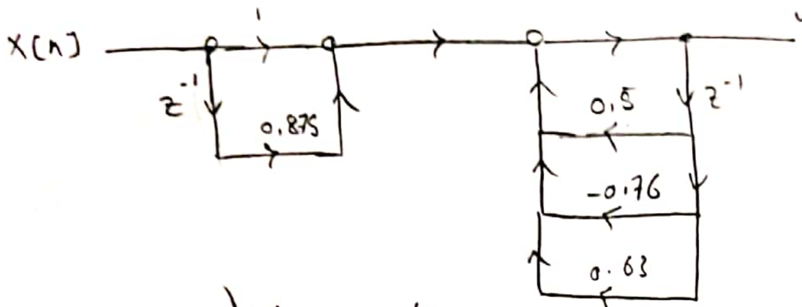
سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472	نام درس: پردازش سیگنال های دیجیتال تکلیف سری چهارم	تاریخ تحویل: 01 / 3 / 1	1

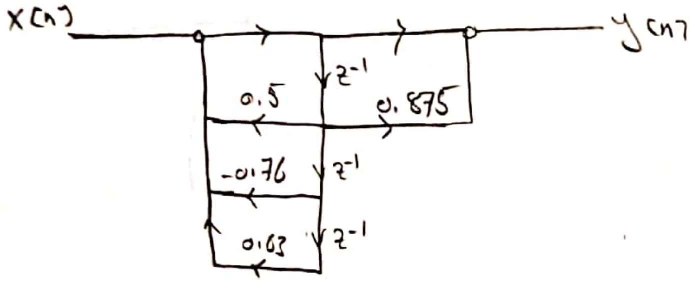
مسئله ۱. الف) برای کشیدن فرم مستقیم I، ابتدا صفرها را باید شکل دهیم سپس قطب ها را بیاوریم

$$H(z)=\frac{1+0.875z^{-1}}{(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})(1-0.7z^{-1})}$$

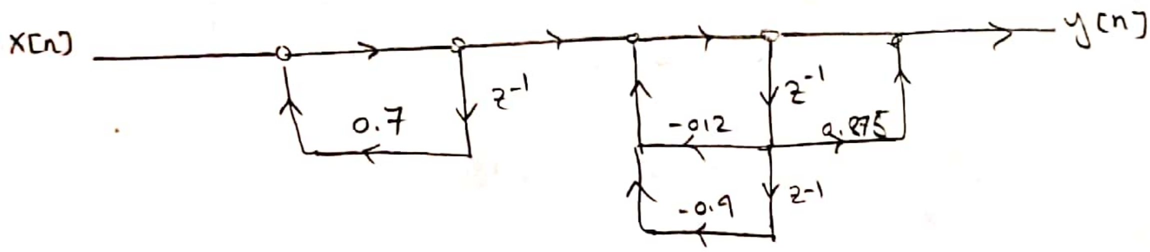


$$H(z)=\frac{1+0.875z^{-1}}{1-0.5z^{-1}+0.76z^{-2}-0.63z^{-3}}$$

ب) برای فرم مستقیم II برعکس قبلی ابتدا قطب ها آورده می‌شوند سپس صفرها.



ج) اینجا یک سیستم مرتبه اول دوم را Cascade می‌کنیم، به فرم II درمی‌آوریم، درباره Pair کردن صفر با عامل مرتبه اول، یا مرتبه دوم فرض مختار هستیم ما Pair کردن با عامل مرتبه دو را برمی‌گزینیم.



د) برای نوشتن فرم موازی به صورت زیر عمل می‌کنیم.

$$\frac{1+0.875z^{-1}}{(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})(1-0.7z^{-1})}=\frac{C}{1-0.7z^{-1}}+\frac{A+Bz^{-1}}{1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2}}\rightarrow\frac{C(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})+(1-0.7z^{-1})(A+Bz^{-1})}{(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})(1-0.7z^{-1})}$$

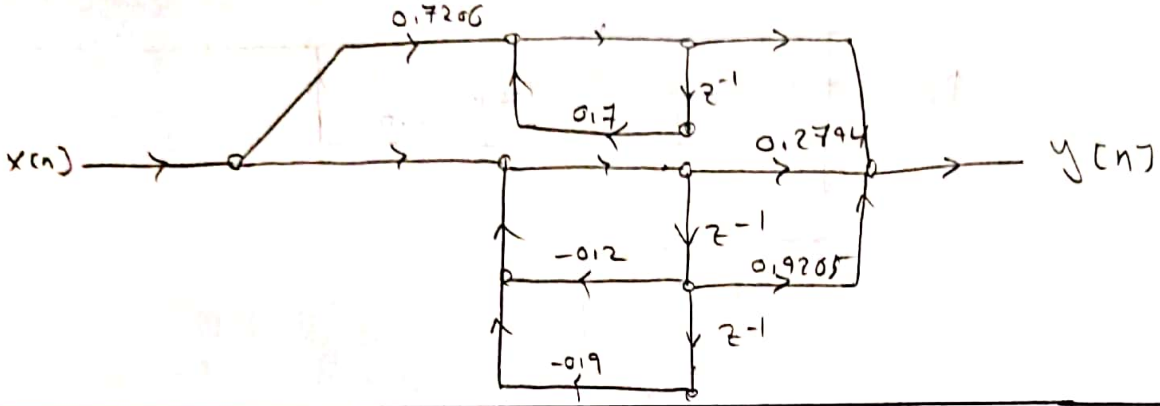
$$\rightarrow H(z)=\frac{(0.9C-0.7B)z^{-2}+(B+0.2C-0.7A)z^{-1}+(A+C)}{(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})(1-0.7z^{-1})}=\frac{1+0.875z^{-1}}{(1+0.2z^{-1}+0.9z^{-2})(1-0.7z^{-1})}$$

$$\rightarrow\begin{cases}A+C=1\\B+0.2C-0.7A=0.875\rightarrow B+\frac{7}{45}B-0.7(1-\frac{7}{9}B)=0.875\rightarrow B(\frac{52}{45}+\frac{49}{90})=1.575\\0.9C-0.7B=0\rightarrow C=\frac{7}{9}B\end{cases}\rightarrow B=1.575\times\frac{90}{153}\rightarrow B=0.9264705882$$

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472
نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال
تکلیف سری چهارم
تاریخ تحویل: ۹۸ / 3 /

$C = 7/19\ 13 = 0.7205882353$ ، $A = 1 - C = 0.2794117647$

اگر این اعداد را به ترتیب بنویسیم داریم : $A = 0.2794 \quad B = 0.9265 \quad C = 0.7206$



مسئله 2.

$y[n] = 0.999\,y[n-1] + x[n] \xrightarrow{Z} Y(z)(1 - 0.999 z^{-1}) = X(z)$

$\rightarrow H(z) = \dfrac{1}{1 - 0.999 z^{-1}}$ ابتدا داریم : $\sigma^2_{Noise} = \dfrac{\sigma_e^2}{j2\pi} \oint_C z^{-1} H(z) H(z^{-1})\, dz$

قضیه مانده $\longrightarrow$ $\sigma^2_{Noise} = \sigma_e^2 \sum_{i=1}^{N} \mathrm{Res}\Big[\underbrace{z^{-1} H(z) H(z^{-1})}_{X(z)} \Big] \Big|_{z=p_i}$ $\quad X(z) = \dfrac{z^{-1}}{(1-0.999z^{-1})(1-0.999z)}$

Poles: $p_1 = 0.999$, $p_2 = \dfrac{1}{0.999}$ $\rightarrow \sigma^2_{Noise} = \sigma_e^2\,(500.25)$

$\sigma_e^2 = \dfrac{1}{12} 2^{-2B}$, B+1 bits , $\rightarrow \sigma_e^2 = \dfrac{1}{12} 2^{-14}$, $\sigma^2_{Noise} = \dfrac{2^{-14} \times 500.25}{12}$

$\rightarrow \sigma^2_{Noise} = 0.002544031$

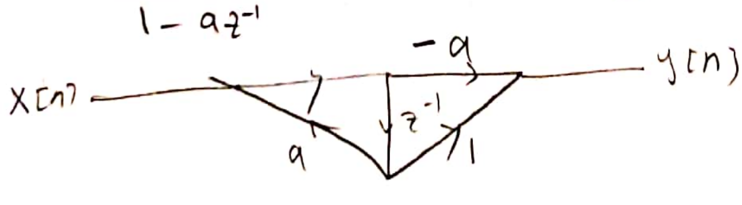
مسئله 3. الف)

$y[n] = a y[n-1] - a x[n] + x[n-1] \xrightarrow{Z} Y(z)[1 - a z^{-1}] = X(z)(z^{-1} - a)$

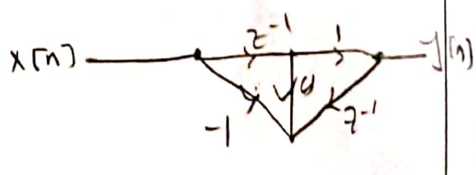
$H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{z^{-1} - a}{1 - a z^{-1}}$ فرمت استاندارد all-pass $\quad |H(z)| = 1$ ✓

ب) فرم مستقیم دوم این سیستم را به دست می‌آوریم.

$H(z) = \dfrac{z^{-1} - a}{1 - a z^{-1}}$



$\equiv$



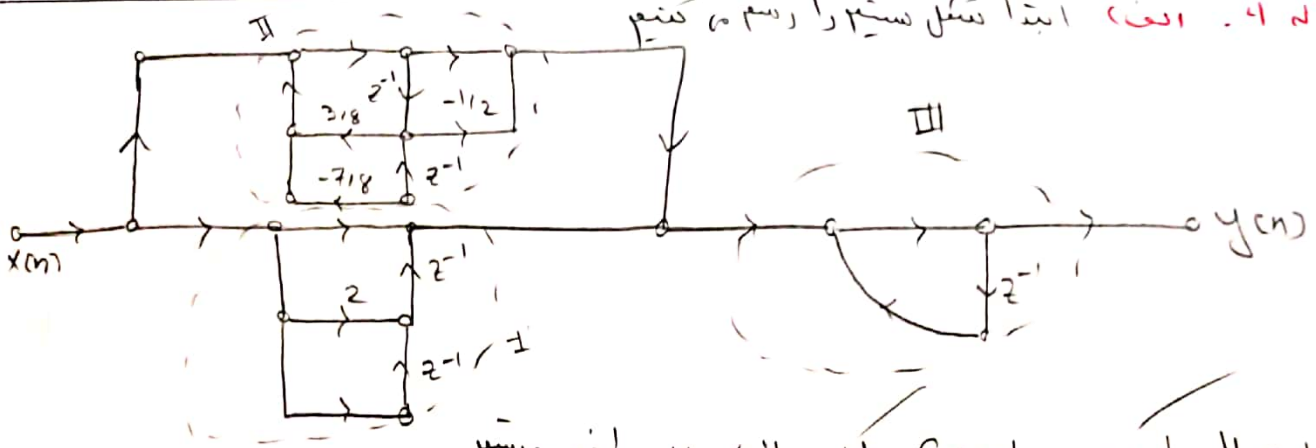
دو سیستم که در بالا ارائه شده اند کاملا هم ارز یکدیگر می‌باشند.

ج) عملا فقط باید ضریب a Quantize شود، پس سیستم All-Pass باقی می‌ماند.

چرا که روش کوانتیزاسیون a یکتاست.

3	تاریخ تحویل: 01 / 3 /	نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال تکلیف سری چهارم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

مسئله ۴ . الف) ابتدا شکل سیستم را رسم می‌کنیم



اینجا عملا با یک Cascade دیگر موازی سازی طرف هستیم.

برای فهم بیشتر، سیستم را ساده می‌کنیم، تابع تبدیل هر قسمت را بدست می‌آوریم $H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}$،

سپس کسکید و موازی سازی را انجام می‌دهیم.

$$I:\ H_I=\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{7}{8}z^{-2}}\qquad II:\ H_{II}=1+2z^{-1}+z^{-2}\qquad III:\ H_{III}=\frac{1}{1-z^{-1}}$$

$$\rightarrow H(z)=H_{III}(H_I+H_{II})\rightarrow H(z)=\frac{1}{1-z^{-1}}\left(\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{7}{8}z^{-2}}+1+2z^{-1}+z^{-2}\right)$$

$$\longrightarrow H(z)=\left(\frac{1-\frac{1}{2}z^{-1}+1-\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{7}{8}z^{-2}+2z^{-1}-\frac{3}{4}z^{-2}+\frac{7}{4}z^{-3}+z^{-2}-\frac{3}{8}z^{-3}+\frac{7}{8}z^{-4}}{1-\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{7}{8}z^{-2}-z^{-1}+\frac{3}{8}z^{-2}-\frac{7}{8}z^{-3}}\right)$$

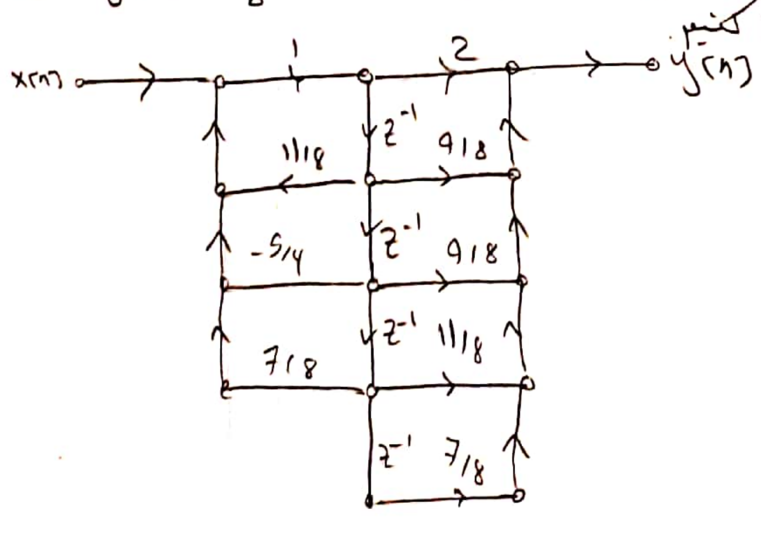
$$\rightarrow H(z)=\frac{2+\frac{9}{8}z^{-1}+\frac{9}{8}z^{-2}+\frac{11}{8}z^{-3}+\frac{7}{8}z^{-4}}{1-\frac{11}{8}z^{-1}+\frac{5}{4}z^{-2}-\frac{7}{8}z^{-3}}$$

ب)

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}\rightarrow Y(z)\left[1-\frac{11}{8}z^{-1}+\frac{5}{4}z^{-2}-\frac{7}{8}z^{-3}\right]=X(z)\left[2+\frac{9}{8}z^{-1}+\frac{9}{8}z^{-2}+\frac{11}{8}z^{-3}+\frac{7}{8}z^{-4}\right]$$

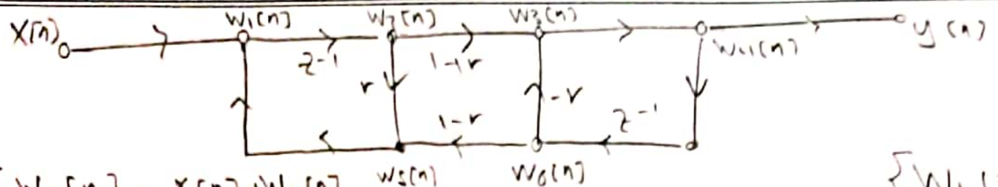
$$\xrightarrow{Z^{-1}} y[n]-\frac{11}{8}y[n-1]+\frac{5}{4}y[n-2]-\frac{7}{8}y[n-3]=2x[n]+\frac{9}{8}x[n-1]+\frac{9}{8}x[n-2]+\frac{11}{8}x[n-3]+\frac{7}{8}x[n-4]$$

ج) با استفاده از $H(z)$ تحقق تیپ II را رسم می‌کنیم



4	تاریخ تحویل: 01 / 3 / 1	نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال تکلیف سری چهارم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

سوال 5 _ الف)



$$\begin{cases} w_1[n] = x[n] + w_5[n] \\ w_2[n] = w_1[n-1] \\ w_3[n] = (1+r)w_2[n] - r w_6[n] \\ w_4[n] = w_3[n] \\ w_5[n] = r w_2[n] + (1-r) w_6[n] \\ w_6[n] = w_4[n-1] \\ y[n] = w_4[n] \end{cases} \xrightarrow{Z} \begin{cases} W_1(z) = X(z) + W_5(z) \\ W_2(z) = z^{-1} W_1(z) \\ W_3(z) = (1+r)W_2(z) - r W_6(z) \\ W_4(z) = W_3(z) \\ W_5(z) = r W_2(z) + (1-r) W_6(z) \\ W_6(z) = z^{-1} W_4(z) \\ Y(z) = W_4(z) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ z^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1+r & 0 & 0 & 0 & -r \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r & 0 & 0 & 0 & 1-r \\ 0 & 0 & 0 & z^{-1} & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{B} X$$

$$Y = \underbrace{[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0]}_{C^T} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ W_3 \\ W_4 \\ W_5 \\ W_6 \end{bmatrix}$$

ب)

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{Y(z)}{W_4(z)} \cdot \frac{W_4(z)}{X(z)} \qquad W_1(z) = X(z) + W_5(z), \ *$$

$$W_5(z) = r z^{-1} W_1(z) + (1-r) z^{-1} W_4(z) \ **, \quad W_4(z) = (1+r) z^{-1} W_1(z) - r z^{-1} W_4(z)$$

$$\rightarrow W_4(z)(1 + r z^{-1}) = (1+r) z^{-1} W_1(z) \ ***$$

$$\rightarrow \frac{W_4(z)(1+rz^{-1})}{(1+r)z^{-1}} = X(z) + r z^{-1} W_4(z) \frac{(1+rz^{-1})}{(1+r)z^{-1}} + (1-r) z^{-1} W_4(z)$$

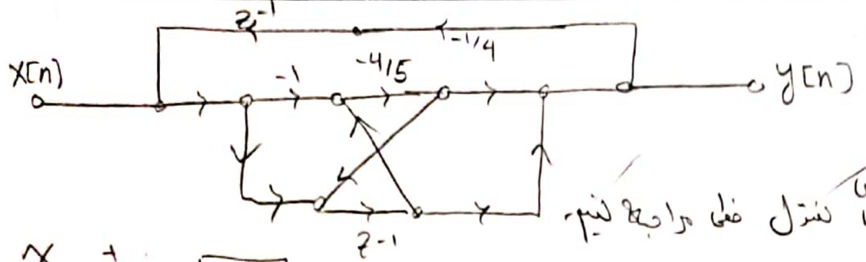
$$\rightarrow W_4(z)\left[\frac{(1+rz^{-1})}{(1+r)z^{-1}} - \frac{rz^{-1}(1+rz^{-1})}{(1+r)z^{-1}} - (1-r)z^{-1}\right] = X(z), \quad H(z) = \frac{W_4(z)}{X(z)}$$

$$\rightarrow H(z) = \frac{1}{\dfrac{1 - r^2 z^{-2} + r^2 z^{-2} - z^{-2}}{(1+rz^{-1})}} \longrightarrow H(z) = \frac{(1 + r z^{-1})}{1 - z^{-2}}$$

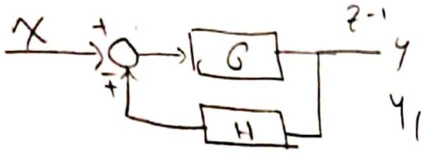
Scanned by CamScanner

5	تاریخ تحویل: 01/3/17	نام درس: پردازش سیگنال های دیجیتال تکلیف سری چهارم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

سوال 6. ابتدا دیاگرام را رسم می‌کنیم

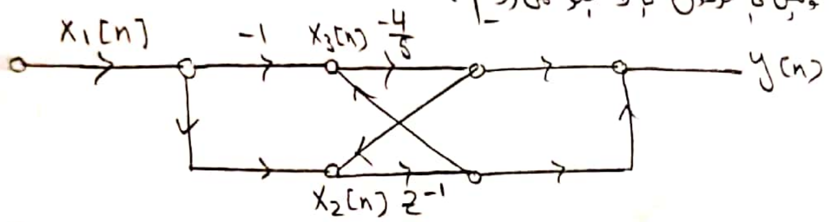


اگر به دانسته های خود از درس سیستم های کنترل خطی مراجعه کنیم.
می‌بینیم که دیاگرام فوق شباهت بالایی به ساختار زیر دارد.



$$Y/X = \frac{GH}{1 \pm GH}$$

پس از آن سیستم درونی شروع کرده، و سپس با فرمول بالا جلو می‌رویم.



مطلوب: $H_{\text{داخلی}} = \frac{Y(z)}{X_1(z)}$

$$\rightarrow \begin{cases} x_3[n] = -x_1[n] + x_2[n-1] \\ x_2[n] = \frac{-4}{5} x_3[n] + x_1[n] \\ y[n] = -\frac{4}{5} x_3[n] + x_2[n-1] \end{cases} \xrightarrow{\quad Z \quad} \begin{cases} X_3(z) = -X_1(z) + z^{-1}X_2(z) \\ X_2(z) = \frac{-4}{5} X_3(z) + X_1(z) \\ Y(z) = -\frac{4}{5} X_3(z) + z^{-1}X_2(z) \end{cases}$$

$$X_2(z) = \frac{4}{5}X_1(z) - \frac{4}{5}z^{-1}X_2(z) + X_1(z) \rightarrow X_2(z)\left(1 + \frac{4}{5}z^{-1}\right) = \frac{9}{5}X_1(z)$$

$$Y(z) = \frac{4}{5}X_1(z) - \frac{4}{5}z^{-1}\left[\frac{\frac{9}{5}X_1(z)}{(1+\frac{4}{5}z^{-1})}\right] + z^{-1}\left[\frac{\frac{9}{5}X_1(z)}{(1+\frac{4}{5}z^{-1})}\right]$$

$$\rightarrow Y(z) = X_1(z)\left[\frac{4}{5} + \frac{\frac{9}{25}z^{-1}}{1+\frac{4}{5}z^{-1}}\right] \rightarrow Y(z) = X_1(z)\left[\frac{z^{-1}+4/5}{1+\frac{4}{5}z^{-1}}\right]$$

$$\rightarrow H_{\text{داخلی}} = \frac{Y(z)}{X_1(z)} = \frac{z^{-1}+\frac{4}{5}}{1+\frac{4}{5}z^{-1}}$$

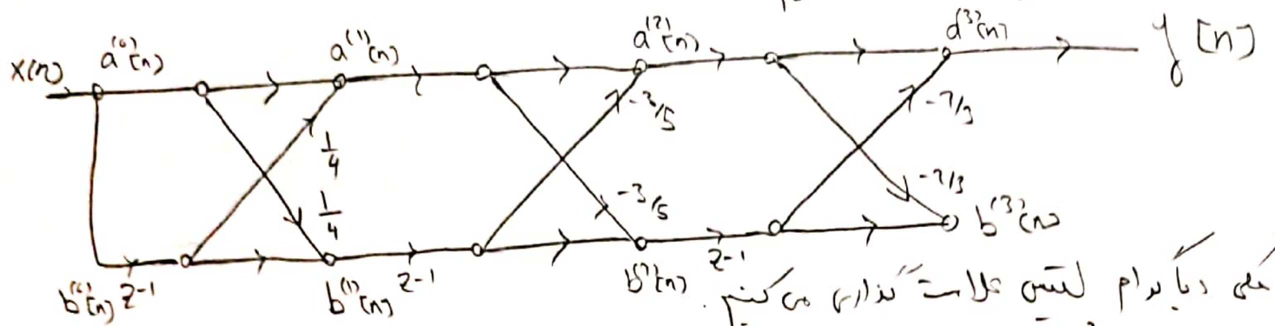
حال به صورت فیدبکی در نظر می‌گیریم.

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{H_{\text{داخلی}}(z)}{1 - H_{\text{داخلی}}(z)\left[-\frac{1}{4}z^{-1}\right]} \rightarrow H(z) = \frac{\frac{z^{-1}+\frac{4}{5}}{1+\frac{4}{5}z^{-1}}}{1+\frac{1}{4}z^{-1}\left[\frac{z^{-1}+4/5}{1+4/5z^{-1}}\right]}$$

$$\longrightarrow H(z) = \frac{\frac{4}{5} + z^{-1}}{1+\frac{4}{5}z^{-1} + \frac{1}{4}z^{-2} + 1/5 z^{-1}} \longrightarrow H(z) = \frac{\frac{4}{5} + z^{-1}}{1 + z^{-1} + 1/4 z^{-2}}$$

6	تاریخ تحویل: 01 / 3 / 7	نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال تکلیف سری چهارم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

مسأله 7 . الف) سیستم را رسم می‌کنیم



به فرم ۳ کلی دیاگرام لتیس علامت‌ها [illegible] می‌کنیم.

داریم: $H(z) = A^{(M)}(z) = 1 - \sum_{m=1}^{M} \alpha_m^{(M)} z^{-m}$, $H(z) = 1 - \sum_{m=1}^{3} \alpha_m^{(3)} z^{-m}$

$$\begin{cases} \alpha_m^{(i)} = \alpha_m^{(i-1)} - k_i \alpha_{i-m}^{(i-1)} & m=1,\dots,i-1 \quad k_1 = -1/4, \quad k_2 = 3/5, \quad k_3 = 2/3 \\ \alpha_i^{(i)} = k_i \end{cases}$$

$\alpha_1^{(1)} = k_1 = -1/4$, $\alpha_2^{(2)} = k_2 = \frac{3}{5}$ $\alpha_3^{(3)} = k_3 = 2/3$

$\alpha_1^{(2)} = \alpha_1^{(1)} - k_2 \alpha_1^{(1)} = -1/4 - 3/5 \times 1/4 = -5/20 + \frac{3}{20} = -0.1$

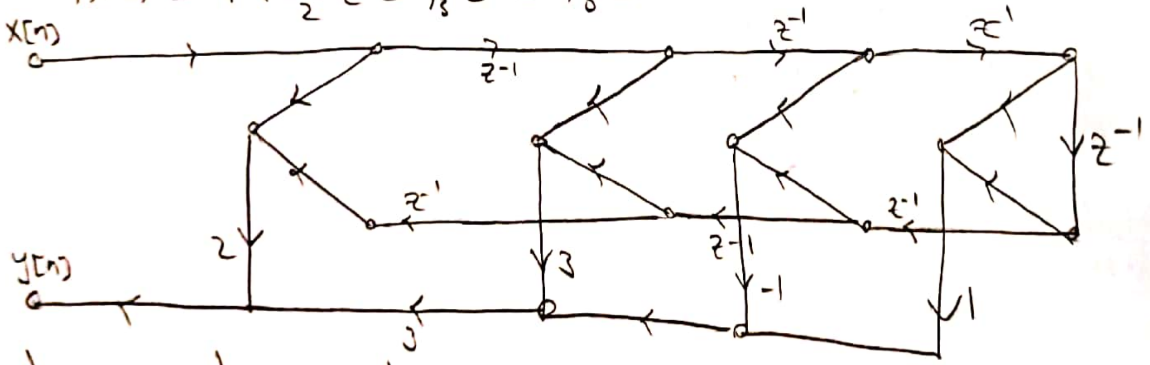
$\alpha_1^{(3)} = \alpha_1^{(2)} - k_3 \alpha_2^{(2)} = -0.1 - 2/3 \times \frac{3}{5} = -0.5$

$\alpha_2^{(3)} = \alpha_2^{(2)} - k_3 \alpha_1^{(2)} = 3/5 - 2/3 \times (-\frac{1}{10}) = \frac{3}{5} + \frac{2}{30} = \frac{20}{30} = 2/3$

$H(z) = 1 - \sum_{m=1}^{3} \alpha_m^{(3)} z^{-m} = 1 - [-1/2 z^{-1} + 2/3 z^{-2} + 2/3 z^{-3}]$

$\rightarrow H(z) = 1 + \frac{1}{2} z^{-1} - 2/3 z^{-2} - 2/3 z^{-3}$

ب)



$h[0]=2$, $h[1]=3$ $h[2]=-1$ $h[3]=1$ یک فیلتر FIR فاز خطی داریم؛ داریم:

$\frac{M-1}{2} = 3 \rightarrow M = 7$ تقارن زوج: $h[M-n] = h[n] \Rightarrow h[7] = 2$

$h[6] = 3$ $h[5] = -1$ $h[4] = 1$

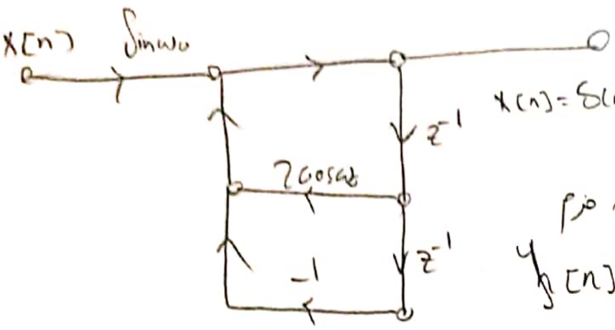
$H(z) = \sum_{n=0}^{7} h[n] z^{-n} \rightarrow H(z) = 2 + 3z^{-1} - z^{-2} + z^{-3} + z^{-4} - z^{-5} + 3z^{-6} + 2z^{-7}$

7	تاریخ تحویل: ۰۱/۳/۷	نام درس: پردازش سیگنال های دیجیتال تکلیف سری چهارم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

مسأله ۸

$$h[n] = \sin[(n+1)\omega_0]\, u[n] \longrightarrow H(z) = \frac{\sin(\omega_0)}{1 - 2\cos\omega_0 z^{-1} + z^{-2}} \quad |z|>1$$

تحقق فرم II به صورت زیر است.



اگر تک impulse را به عنوان ورودی بدهیم یعنی $x[n]=\delta(n)$

آنگاه با همه ها سیگنال صفر می‌توان استدلال کرد خروجی به فرم

$h[n] = \sin[(n+1)\omega_0]\, u[n]$ خواهد شد.

$y[-1]=0,\quad y[-2] = -\sin(\omega_0)$ شرایط اولیه مناسب