



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۰/۱/۲۶	تکلیف شماره ی یک "سیگنال‌های گسسته در زمان و تبدیل Z"	پردازش سیگنال‌های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
---------------------------	--	--

تذکره :	۱- مهلت تحویل تمرین تا آخر روز پنجشنبه ۲۶ ماه اسفند است. ۲- امکان تحویل تمرین با تاخیر وجود ندارد. ۳- در صورتی که در ارزیابی تمرین ها تقلبی بین گروهی از دانشجویان مشاهده شود، تمامی افراد دخیل در تقلب مجازات می شوند و کل نمره ی تمرین را از دست می دهند.
---------	---

<p>مساله ۱: برای هر یک از سیستم های زیر وضعیت خواص خواسته شده را بررسی کنید:</p> <p>a. <math>y[n] = \begin{cases} nx[n] &amp; x[n] \geq 1 \\ x[n] &amp; x[n] \leq 1 \end{cases}</math> (خطی بودن و پایداری)</p> <p>b. <math>y[n] = x[n \bmod 3]</math> (خطی بودن، پایداری، علیت، معکوس پذیری)</p> <p>c. <math>y[n] = \sum_{k=n-1}^{x[n]+2n+2} x[k] \delta[n-k+2]</math> (تغییر پذیری با زمان، وارون پذیری)</p> <p>d. <math>y[n] = \begin{cases} n &amp; .n \leq x[n] \\ x[n] &amp; .n &gt; x[n] \end{cases}</math> (علیت، پایداری)</p> <p>e. <math>y[n] = \frac{x[n-1]}{x[1]}</math> (خطی بودن، تغییر پذیری با زمان، معکوس پذیری)</p> <p>f. <math>y[n] = \sum_{k=n}^{2n} x[k]</math> (تغییر پذیری با زمان، علیت)</p> <p>g. <math>y[n] = \cos(x[n])</math> (خطی بودن، تغییر پذیری با زمان، حافظه دار بودن، علیت، پایداری)</p> <p>h. پاسخ یک سیستم گسسته در زمان به ورودی <math>x[n] = \cos\left[\frac{n\pi}{10}\right]</math> برابر <math>y[n] = 1 + \cos\left[\frac{n\pi}{5}\right]</math> شده است. خاصیت "حافظه دار بودن" و "خطی بودن" را برای این سیستم بررسی کنید. (بررسی کنید که امکان دارد این سیستم یک سیستم خطی باشد یا خیر و همچنین بررسی کنید آیا می تواند بی حافظه باشد؟)</p>	
---	--

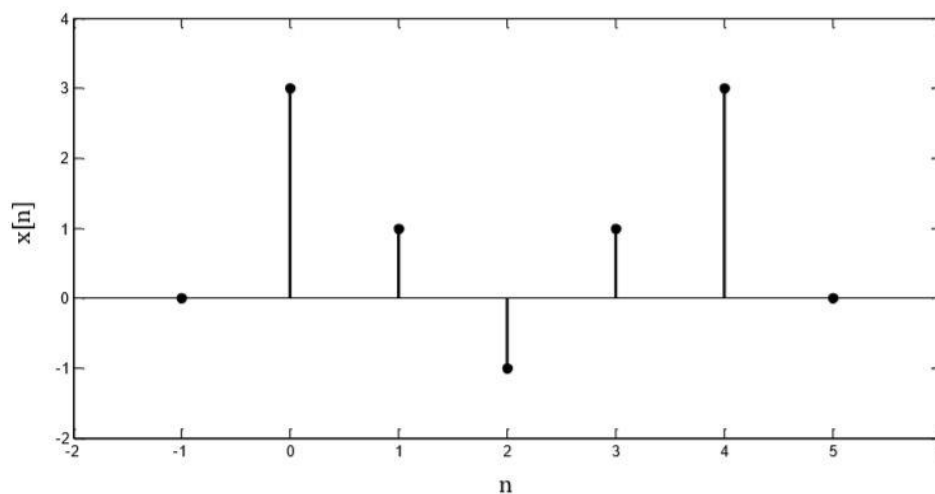


دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۰/۱/۲۶	تکلیف شماره ی یک "سیگنال‌های گسسته در زمان و تبدیل Z"	پردازش سیگنال‌های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
---------------------------	--	--

مساله ۲ : الف. فرض کنید سیگنال  $x[n]$  به صورت زیر داده شده باشد. تبدیل فوریه ی گسسته ی این سیگنال را با  $X(e^{j\omega})$  نمایش می دهیم. مقادیر زیر را بدون محاسبه ی مستقیم تبدیل فوریه و تنها با استفاده از خواص سیگنال و تبدیل فوریه اش به دست آورید :



a.  $X(e^{j\omega})|_{\omega=0}$

b.  $\angle X(e^{j\omega})$

c.  $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) d\omega$

d.  $X(e^{j\omega})|_{\omega=\pi}$

e.  $\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$

ب. فرض کنید  $x[n]$  یک سیگنال گسسته است که لزوماً مقادیر آن حقیقی نیست. اگر تبدیل فوریه ی این سیگنال را  $X(e^{j\omega})$  بنامیم، تبدیل فوریه ی سیگنال‌های زیر را بر حسب  $X(e^{j\omega})$  بنویسید :



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۰/۱/۲۶	تکلیف شماره ی یک "سیگنال‌های گسسته در زمان و تبدیل Z"	پردازش سیگنال‌های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
---------------------------	--	--

a.  $\sum_{k=-\infty}^n x[k]$

b.  $y[n] = x[2n]$

c.  $x_{(2)}[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right] & \text{if } n \text{ is even} \\ 0 & \text{if } n \text{ is odd} \end{cases}$

مساله ۳. سیستم گسسته در زمانی با پاسخ ضربه ی زیر را در نظر بگیرید :

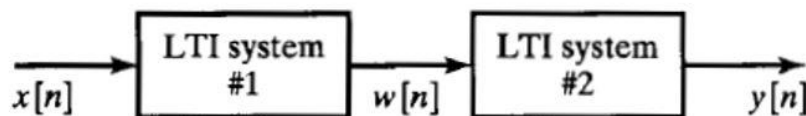
$$h[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

می دانیم رابطه ی زیر برای  $h[n]$  برقرار است :

$$h[n] - A h[n-1] = \delta[n]$$

A یک مقدار اسکالر است. پاسخ ضربه ی سیستم معکوس  $h[n]$  را به دست آورید.

مساله ۴. اتصال سری دو سیستم LTI و علی را به صورت زیر در نظر بگیرید :



روابط زیر بین ورودی و خروجی هر کدام از سیستم ها برقرار است :

$$S_1: w[n] = \frac{1}{2}w[n-1] + x[n]$$

$$S_2: y[n] = \alpha y[n-1] + \beta w[n]$$

اگر رابطه ی نهایی بین ورودی و خروجی به شکل زیر باشد :

$$y[n] = -\frac{1}{8}y[n-2] + \frac{3}{4}y[n-1] + x[n]$$

مقادیر  $\alpha$  و  $\beta$  را به دست آورید.



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۰/۱/۲۶	تکلیف شماره ی یک "سیگنال‌های گسسته در زمان و تبدیل Z"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
---------------------------	--	--

مساله ۵. اطلاعات زیر درباره ی سیگنال  $x[n]$  داده شده است :

الف.  $x[n]$  یک سیگنال حقیقی و زوج است.

ب.  $x[n]$  دارای دوره ی تناوب  $N = 10$  و ضرایب سری فوریه ی  $a_k$  است.

ج.  $a_{11} = 5$

د.  $\frac{1}{10} \sum_{n=0}^9 |x[n]|^2 = 50$

نشان دهید که  $x[n] = A \cos(Bn + C)$  می باشد و مقادیر  $A, B, C$  را مشخص کنید.

مساله ۶. یک سیستم LTI گسسته - زمان با پاسخ ضربه  $h[n]$  که تبدیل فوریه آن  $H(e^{j\omega})$  است، در نظر

بگیرید. اگر  $x[n] = \sum_{-\infty}^{+\infty} \delta[n - 3k]$  و  $y[n] = j e^{j\frac{2\pi}{3}n}$  باشد، مقدار عبارت زیر را محاسبه کنید.

$$\sum_{-\infty}^{+\infty} \text{Im}(h[n])$$

مساله ۷. تبدیل Z و ناحیه ی همگرایی سیگنال های زیر را به دست آورید :

a.  $x[n] = \delta[n] + \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} u[n] - 3 \left(\frac{1}{2}\right)^n u[-n - 1]$

b.  $x[n] = (2)^{-n+1} u[n] - (5)^{-n-1} u[-n - 1]$

c.  $x[n] = 4^n \cos\left[\frac{n\pi}{3}\right] u[-n - 1]$

d.  $x[n] = 2^n n^2 u[n - 21] - 2^n n^2 u[n - 23]$

e.  $x[n] = |n| \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$

f.  $y[n] = x_1[n + 3] + x_2[-n + 3]; \text{ s.t. } x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]. \quad x_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۰/۱/۲۶	تکلیف شماره ی یک "سیگنال‌های گسسته در زمان و تبدیل Z"	پردازش سیگنال‌های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
---------------------------	--	--

مساله ۸. برای تبدیل Z ها و نواحی همگرایی زیر، سیگنال حوزه ی زمان را پیدا کنید :

a.  $X(z) = \ln(1 + 2z^{-1})$ .  $ROC: |z| > 2$

b.  $X(z) = \frac{1}{\left(1 + \frac{1}{2}z^{-3}\right)^2}$ .  $x[n]$ : علی

c.  $X(z) = \frac{1 - z^{-1}}{z^{-1}\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)(1 + 3z^{-1})}$ .  $ROC: 3 < |z| < \infty$

مساله ۹. دو سیستم گسسته در زمان LTI توسط معادلات تفاضلی زیر توصیف شده اند. برای هر کدام از این سیستم ها مشخص کنید که نمایشگر یک فیلتر پائین گذر هستند یا یک فیلتر بالاگذر :

S1 :  $y_1[n] = 0.9y_1[n - 1] + 0.1x_1[n]$

S2:  $y_2[n] = -0.9y_2[n - 1] + 0.1x_2[n]$

مساله ۱۰. یک سیستم غیرعلی و LTI با  $H(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}$  را در نظر بگیرید. پاسخ این سیستم به ورودی  $x[n] = \begin{cases} 3, & n \geq 0 \\ 2, & n < 0 \end{cases}$  را در حوزه ی زمان به دست آورید.

مساله ۱۱. سیستم LTI با ورودی  $x[n] = (3)^n u[n - 1]$  و خروجی  $y[n]$  را در نظر بگیرید. اگر داشته باشیم  $y[2] = 1$  و  $y[1] = -1$ ، آنگاه مقدار  $h[1]$  را به دست آورید.

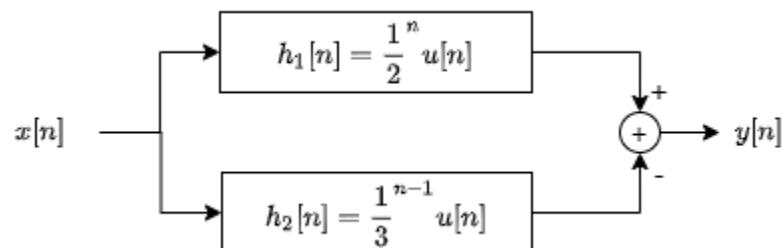


دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۰/۱/۲۶	تکلیف شماره ی یک "سیگنال‌های گسسته در زمان و تبدیل Z"	پردازش سیگنال‌های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
---------------------------	--	--

مساله ۱۲. دو سیستم LTI و علی  $S_1$  و  $S_2$  مطابق شکل زیر با هم موازی شده اند. پاسخ پله ی سیستم کلی را در حوزه ی زمان به دست آورید.



نکات پایانی :

الزامی به تایپ جواب سوالات نیست و می توانید از دست نوشته های خود عکس بگیرید و فایل pdf اسکن جواب هایتان را ارسال کنید. دقت کنید که عکس های شما کیفیت کافی را داشته باشد و جواب های شما خوانا باشند.

در نهایت فایل pdf را با الگوی DSP\_HW#[...]-FullName\_SID نامگذاری و در سایت درس آپلود کنید.

در صورتی که درباره ی سوالی ابهام داشتید می توانید در قسمت پرسش و پاسخ درسی صفحه ی درس در سایت elearn آن را مطرح کنید و یا سوال خود را از طریق ایمیل [mirsharji@ut.ac.ir](mailto:mirsharji@ut.ac.ir) بپرسید.