



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۱/۰۱/۲۰	تکلیف شماره ی دوم "نمونه برداری"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
----------------------------	-------------------------------------	--

تذکره :	۱- مهلت تحویل تمرین تا ساعت ۱۲ ظهر روز شنبه ۲۰ فروردین است. ۲- امکان تحویل تمرین با تاخیر وجود ندارد. ۳- در صورتی که در ارزیابی تمرین ها تقلبی بین گروهی از دانشجویان مشاهده شود، تمامی افراد دخیل در تقلب مجازات می شوند و کل نمره ی تمرین را از دست می دهند.
---------	--

<p>مساله ۱ : سیگنال پیوسته <math>X_c(t)</math> دارای پهنای باند 15KHz است . یعنی :</p> $X_c(j\Omega) = 0 ;  \Omega  > 2\pi * 15000$ <p>میخواهیم یک سیستم پیاده سازی کنیم که این سیگنال را به عنوان ورودی بگیرد و مولفه های فرکانسی واقع در فرکانس های بالاتر از 10KHz این سیگنال را حذف کند و سپس از این سیگنال فیلتر شده مشتق بگیرد. اما برای ساخت این سیستم ابتدا از سیگنال پیوسته به طور یکنواخت با دوره تناوب T نمونه برداری میکنیم سپس نمونه های گسسته ی حاصل یعنی <math>x[n] = X_c(nT)</math> را با فیلتر گسسته ی <math>H(e^{j\omega})</math> پردازش میکنیم و نمونه های پردازش شده را با یک بلوم ایده آل D/C با همان دوره تناوب T به حالت آنالوگ برمیگردانیم .</p> <p>الف) بیشترین T ممکن را بیابید .</p> <p>ب) اگر نرخ نمونه برداری 4000 نمونه در ثانیه باشد . برای این نرخ <math>H(e^{j\omega})</math> و <math>h[n]</math> را بیابید.</p>
---

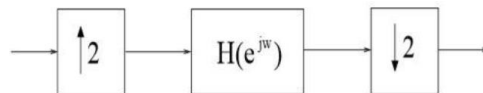


دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۱/۰۱/۲۰	تکلیف شماره ی دوم "نمونه برداری"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
----------------------------	-------------------------------------	--

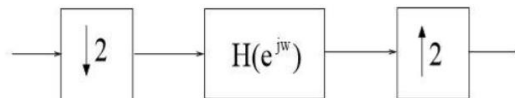
مساله ۲: فرض کنید  $H(e^{j\omega})$  پاسخ فرکانسی یک فیلتر گسسته در زمان LTI باشد. این سیستم در یک آرایش سری به صورت زیر استفاده شده است :



الف) آیا سیستم بالا یک سیستم خطی است؟ در صورت خطی بودن یک استدلال کوتاه و در غیراینصورت یک مثال نقض بیاورید.

ب) آیا سیستم بالا یک سیستم تغییر ناپذیر با زمان است؟ در صورت تغییر ناپذیر بودن یک استدلال کوتاه و در غیراینصورت یک مثال نقض بیاورید.

حال سیستم زیر را در نظر بگیرید :



ج) آیا سیستم بالا یک سیستم خطی است؟ در صورت خطی بودن یک استدلال کوتاه و در غیر اینصورت یک مثال نقض بیاورید.

د) آیا سیستم بالا یک سیستم تغییر ناپذیر با زمان است؟ در صورت تغییر ناپذیر بودن یک استدلال کوتاه و در غیر اینصورت یک مثال نقض بیاورید.

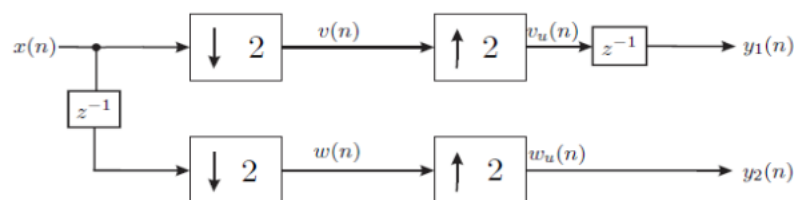


دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۱/۰۱/۲۰	تکلیف شماره ی دوم "نمونه برداری"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
----------------------------	-------------------------------------	--

مساله ۳. سیستم شکل زیر را در نظر بگیرید.  $V_u(z)$ ,  $V(z)$ ,  $Y_1(z)$  را بر حسب  $X(z)$  به دست آورید.



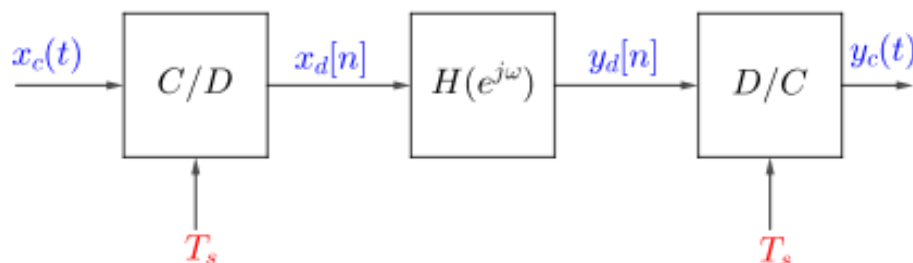
مساله ۴. فرض کنید رابطه بین ورودی و خروجی یک سیستم به صورت رابطه (۱) باشد.

$$(1) \ y_c(t) = \frac{d^2}{dt^2} Xc(t)$$

این سیستم را به کمک یک سیستم LTI گسسته در زمان  $h[n]$  با تبدیل فوریه  $H(e^{j\omega})$  به صورت شکل ۱ پیاده سازی میکنیم.

الف) چه شرایطی برای  $T_s$  و سیگنال ورودی باید در نظر گرفته شود تا در این سیستم تداخل فرکانسی به وجود نیاید

ب) نمودار  $|H(e^{j\omega})|$  را در بازه  $[-2\pi, 2\pi]$  رسم کنید .



شکل ۱



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۱/۰۱/۲۰	تکلیف شماره ی دوم "نمونه برداری"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
----------------------------	-------------------------------------	--

مساله ۵ :

سیگنال پیوسته و باند محدود  $x(t)$  مفروض است . به طوری که :

$$X(j\Omega) = 0 \text{ for } \Omega > \Omega_0$$

سیگنال  $x(t)$  را با فرکانس  $\Omega_s \geq 2\Omega_0$  نمونه برداری میکنیم تا سیگنال گسسته  $x[n]$  به دست آید. رابطه بین انرژی سیگنال  $x(t)$  و انرژی سیگنال  $x[n]$  را بدست آورید.

مساله ۶. از سیگنال  $x[n]$  با تبدیل فوریه  $X(jw)$  با دوره تناوب  $T = 10^{-4}$  به صورت  $x_p(t) =$

$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta(t - nT)$  نمونه برداری می شود. با توجه به قضیه نایکوئیست، توضیح دهید که آیا سیگنال اصلی در هرکدام از شرایط زیر قابل بازیابی هست یا خیر و چرا؟

a)  $X(jw) = 0$  for  $|w| > 5000\pi$

b)  $X(jw) = 0$  for  $|w| > 15000\pi$

c)  $X(jw) = 0$  for  $|w| > 5000\pi$  &  $x(t)$ : حقیقی

d)  $X(jw)*X(jw) = 0$  for  $|w| > 15000\pi$

مساله ۷. تبدیل فوریه سیگنال  $x[n]$  که همان  $X(jw)$  است، به ازای  $\frac{\pi}{4} \leq |\omega| \leq \pi$  برابر ۰ است. فیلتری مناسب پیشنهاد کنید که بتوان با آن سیگنال  $g[n]$  را بازیابی کرد.

$$g[n] = x[n] \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 4k]$$



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلث تحویل : ۱۴۰۱/۰۱/۲۰	تکلیف شماره ی دوم "نمونه برداری"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
----------------------------	-------------------------------------	--

مساله ۸. سیگنال  $x(t)$  یک سیگنال باند محدود است که  $X(j\omega) = 0$  for  $|\omega| \geq \frac{\pi}{T}$  اگر  $x(t)$  با نرخ  $T$  نمونه برداری شده باشد، تابع معادل سیگنال  $g(t)$  را بیابید (راهنمایی: از فرمول بازیابی سیگنال اصلی استفاده کنید)

$$\frac{dx(t)}{dt} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)g(t - nT)$$

مساله ۹. با توجه به سیگنال های زیر به سوالات پاسخ دهید:

$$x_1(t) = \frac{\sin(400\pi t)}{\pi t}$$
$$x_2(t) = \frac{\sin(600\pi t)}{\pi t}$$
$$x(t) = \frac{1}{800\pi} x_1(t)x_2(t)$$

الف) نرخ نایکویست را برای سیگنال  $x(t)$  پیدا کنید.

ب) سیگنال نمونه برداری شده  $xs(t)$  را که با نرخ نایکویست نمونه برداری شده، رسم کنید.

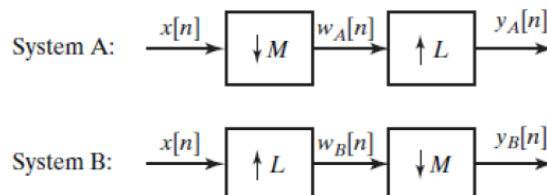
ج) سیگنال نمونه برداری شده  $xs(t)$  را که با دو برابر نرخ نایکویست نمونه برداری شده، رسم کنید.

مساله ۱۰. سیستم A و سیستم B را مطابق شکل ۲ در نظر بگیرید. به ازای  $M = 2$  و  $L = 3$  و ورودی دلخواه

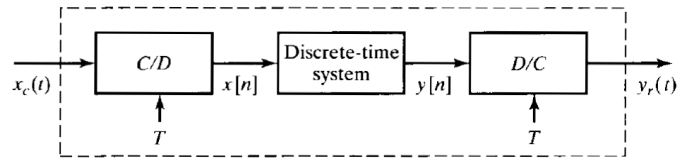
آیا خروجی دو سیستم یکسان است؟ پاسخ خود

را توجیه کنید.

چه رابطه ای باید بین  $M$  و  $L$  وجود داشته باشد تا خروجی دو سیستم برابر باشد؟  
شکل ۲



مساله ۱۱. با توجه به شکل ۳ اگر  $X(j\Omega) = 0$  for  $|\Omega| \geq 2\pi(1000)$  و  $y[n] = x[n]^2$  حداکثر مقدار  $T$  چقدر باشد تا  $y_c(t) = x_c(t)^2$ .



شکل ۳

مساله ۱۲ :

پاسخ ضربه‌ای یک فیلتر علی پیوسته در زمان  $h_a(t)$  با تابع تبدیل زیر است.

حال اگر از این فیلتر با نرخ  $T_s$  نمونه برداری کنیم و سیگنال گسسته در زمان  $h[n] = h_a(nT_s)$  را شکل دهیم.

پاسخ فرکانسی فیلتر گسسته در زمان یعنی  $H(e^{j\omega})$  را به دست آورید.

$$H_a(s) = \frac{s+a}{(s+a)^2+b^2}$$



دانشگاه تهران  
پردیس دانشکده‌های فنی  
دانشکده‌ی برق و کامپیوتر



مهلت تحویل : ۱۴۰۱/۰۱/۲۰	تکلیف شماره ی دوم "نمونه برداری"	پردازش سیگنال های دیجیتال بهار ۱۴۰۱
----------------------------	-------------------------------------	--

**نکات پایانی :**

الزامی به تایپ جواب سوالات نیست و می توانید از دست نوشته های خود عکس بگیرید و فایل pdf اسکن جواب هایتان را ارسال کنید. دقت کنید که عکس های شما کیفیت کافی را داشته باشد و جواب های شما خوانا باشند.

در نهایت فایل pdf را با الگوی DSP\_HW#[...\_FullName\_SID نامگذاری و در سایت درس آپلود کنید.

در صورتی که درباره ی سوالی ابهام داشتید می توانید در قسمت پرسش و پاسخ درسی صفحه ی درس در سایت elearn آن را مطرح کنید و یا سوال خود را از طریق ایمیل [maryam.r2079@gmail.com](mailto:maryam.r2079@gmail.com) , [ferialdelavari@gmail.com](mailto:ferialdelavari@gmail.com) پرسید.