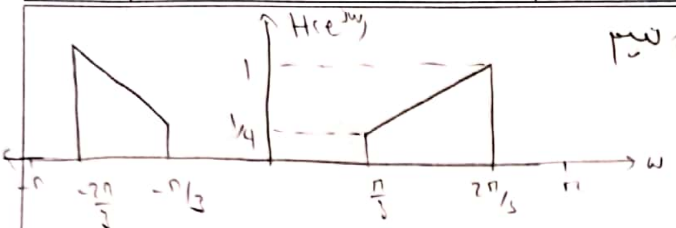
2	تاریخ تحویل: 14 / 5 / 01	نام درس: پردازش سیگنال های دیجیتال تکلیف سری ۴	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

سوال 6. الف) ابتدا برای درک بیشتر شکل $H(e^{jw})$ را رسم می‌کنیم

ابتدا با فرض فیلتر با روش impulse invariance مسئله را حل کنیم.

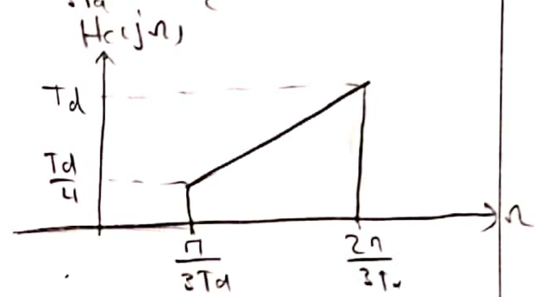


از Sampling داریم: $H(e^{jw}) = \frac{1}{T_d}\sum_{k=-\infty}^{\infty} H_c\left(j\left(\frac{w}{T_d}-\frac{2\pi k}{T_d}\right)\right)$

$\to H(e^{jw}) = \frac{1}{T_d} H_c(jw/T_d)$ → the filter is band limited

$H_c(j\Omega) = T_d H(e^{jw}),\ w = \Omega T_d \to$ if $\Omega = \frac{2\pi}{3T_d} \to H_c(j\Omega) = T_d H(e^{j2\pi/3})$

if $\Omega = \frac{\pi}{3T_d} \to H_c(j\Omega) = T_d H(e^{j\pi/3})$ →

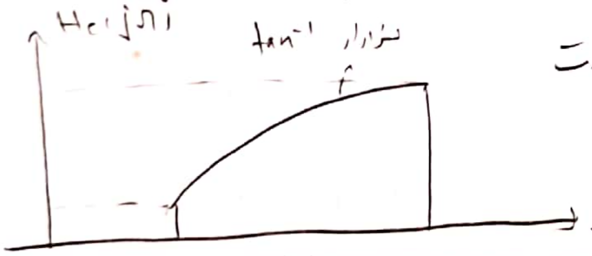


ب) حال از روش Billinear استفاده می‌کنیم. : $\Omega = \frac{2}{T_d}\tan\left(\frac{w}{2}\right)$ رابطه

$\to \frac{\Omega T_d}{2} = \tan(w/2) \xrightarrow{\tan^{-1}} w = 2\tan^{-1}\left(\frac{\Omega T_d}{2}\right)$ → if $w = \frac{\pi}{3} \to \frac{\pi}{6} = \tan^{-1}\left(\frac{\Omega T_d}{2}\right)$

$\to \frac{1}{\sqrt3} = \frac{\Omega T_d}{2} \to \Omega = \frac{2}{\sqrt3}\cdot\frac{1}{T_d} \Rightarrow \Omega = \frac{2\tan(\pi/6)}{T_d}$

if $w = 2\pi/3 \to \pi/3 = \tan^{-1}\left(\frac{\Omega T_d}{2}\right) \to \sqrt3 = \frac{\Omega T_d}{2} \Rightarrow \Omega = \frac{2\sqrt3}{T_d} = \frac{2\tan(\pi/3)}{T_d}$



دقت شود که برعکس بند الف، دیگر بند ب همین شکل ها به صورت خطی است چون مقدار تبدیل جدید داریم اما از همین ها می‌بریم صرفاً زیرا ما با فرض شکل + کار می‌کنیم.

سوال 3. الف) با توجه به فرم فیلترهای فاز خطی می‌دانیم:

$H(e^{jw}) = \underbrace{A(e^{jw})}_{\text{اندازه حقیقی}}\ \underbrace{e^{-jwa}}_{\text{تاخیر}}\ \underbrace{e^{j\beta}}_{\text{فاز}}$

$\to H(e^{jw}) = A(e^{jw})\, e^{j(\beta - wa)} = A(e^{jw})\cos(\beta - wa) + jA(e^{jw})\sin(\beta - wa)$

$\to H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-jwn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\cos(wn) - j\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]\sin(wn)$

$\to \tan(\beta - wa) = \frac{\sum_n h[n]\sin(wn)}{\sum_n h[n]\cos(wn)} = \frac{\sin(\beta - wa)}{\cos(\beta - wa)} \to \sum_n h[n]\sin(w(n-a)+\beta) = 0$

تاخیر: $2a = M \to a = M/2 \to$ تاخیر $= M/2 = 24$

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

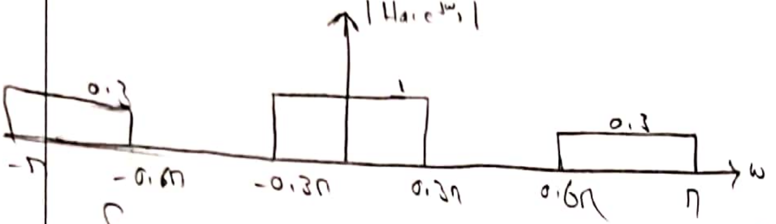
نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال
تکلیف سری پنجم

تاریخ تحویل: 01/3/14

ب) ابتدا شکل اندازه فیلتر را رسم می‌کنیم

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-\frac{j\omega M}{2}} & 0 \le \omega \le 0.3\pi \\ 0 & 0.3\pi < \omega < 0.6\pi \\ 0.3e^{-\frac{j\omega M}{2}} & 0.6\pi < \omega \le \pi \end{cases}$$

مطابق راهنمایی استاد برای ترین تمام فیلترهای که بررسی می‌کنیم از مورد نوع ۱ استفاده نمودیم، لذا با چنین شکلی طرف هستیم:



می‌دانیم: $e^{j\omega_0 n} h[n] \xleftrightarrow{DTFT} H(e^{j(\omega-\omega_0)})$

برای گرفتن عکس فوریه از H_d، ابتدا توجه می‌کنیم که:

$$\frac{\sin Wn}{\pi n} \xleftrightarrow{DTFT} \begin{cases} 1 & |\omega| \le W \\ 0 & W \le |\omega| \le \pi \end{cases}$$

ضریب شیفت با 2π
$e^{-\frac{j\omega M}{2}}$ به دلیل

$$\rightarrow h_d[n] = \frac{\sin(0.3\pi(n-\frac{M}{2}))}{(n-M/2)\pi} + 0.3e^{+j\pi(n-M/2)}\frac{\sin((\pi-0.6\pi)(n-M/2))}{\pi(n-M/2)}$$

$$\rightarrow h_d[n] = \frac{\sin(0.3\pi(n-24))}{(n-24)\pi} + 0.3(-1)^{(n-24)}\frac{\sin(0.4\pi(n-24))}{\pi(n-24)}$$

ب)

$$B-\delta_1 \le |H(e^{j\omega})| \le B+\delta_1 \qquad 0 \le \omega \le \omega_{p_1}$$

$$|H(e^{j\omega})| \le \delta_2 \qquad \omega_{s_1} \le \omega \le \omega_{s_2}$$

$$C-\delta_3 \le |H(e^{j\omega})| \le C+\delta_3 \qquad \omega_{p_2} \le \omega \le \pi$$

می‌دانیم: $\beta = \begin{cases} 0.1102(A-8.7) & A>50 \\ 0.5842(A-21)^{0.4}+0.07886(A-21) & 21\le A\le 50 \\ 0 & A<21 \end{cases}$

$A = -20\log_{10}\delta$, $\beta = 3.68$, if $\beta = 0.1102(A-8.7) \rightarrow A = 42.0938 < 50$

$\rightarrow \beta = 3.6 \rightarrow (0.5842)(A-21)^{0.4} + 0.07886(A-21) \rightarrow A \approx 42.43$ ✓ قابل قبول است

$42.43 = -20\log_{10}\delta \rightarrow \delta = 10^{-\frac{42.43}{20}} = 0.00755962 \approx 0.0076$

منطبق با ریپل δ دارای فیلتر در نیز ریپل 0.3δ دارد لذا در مجموع داریم: $\delta + 0.3\delta = 1.3\delta = 0.00988$

$\rightarrow \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 1.3\delta = 0.00988$ $\qquad M = \frac{A-8}{2.285\,\Delta\omega} \rightarrow \frac{34.43}{2.285\,\Delta\omega} = 48$

$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p$

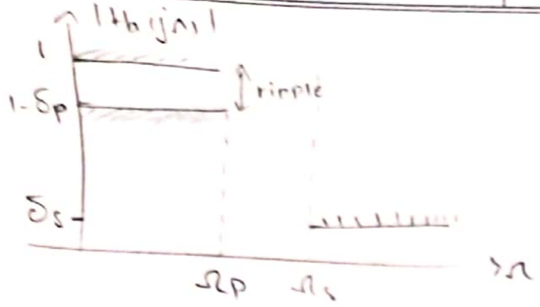
$\rightarrow \Delta\omega = 0.31391320$, $\quad \omega_{p_1} = 0.3\pi$, $|\omega_{p_1} - \omega_{s_1}| = \Delta\omega \approx 0.1\pi$

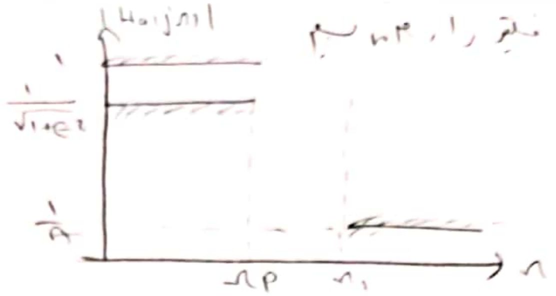
$\rightarrow \omega_{s_1} = 0.4\pi$, $\quad C = \beta$ $\qquad \omega_{p_2} = 0.6$

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

نام درس: پردازش سیگنال های دیجیتال
زالیندسی لبنم

تاریخ تحویل: ۰۱/۳/۱۴





سوال ۱. ابتدا شکل فیلتر را رسم می کنیم

$W_p = \pi/2$

$W_s = 0.6\pi$

$$\text{Peak-to-peak passband ripple} = 1-(1-\delta_p) = \delta_p = 1-\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$$

$$\to 20\log\left[\frac{1}{\frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}}\right] = 10\log(1+\epsilon^2) = +2 \to 1+\epsilon^2 = 10^{0.2} \to \epsilon = \sqrt{10^{0.2}-1}$$

$\to \epsilon = 0.765$ $\qquad N \geq \frac{\cosh^{-1}(\frac{1}{d})}{\cosh^{-1}(1/k)}$ با پارامتر d محاسبه می شود.

برای $-80 dB$ مسئله نمونه حل است.

$$-20\log_{10}\delta_s = +20\log_{10} A = +80 \to A = 10^4, \quad k = \frac{\Omega_p}{\Omega_s}$$

$$\Omega = \frac{2}{T_d}\tan\left(\frac{\omega}{2}\right) \to k = \frac{\tan(\omega_p/2)}{\tan(\omega_s/2)} = \frac{\tan(\pi/4)}{\tan(0.3\pi)} = 0.727$$

$$d = \frac{\epsilon}{\sqrt{A^2-1}} \to d = \frac{0.765}{\sqrt{10^8-1}} = 7.65\times10^{-5} \to N \geq \frac{\cosh^{-1}\left(\frac{10^5}{7.65}\right)}{\cosh^{-1}\left(\frac{1}{0.727}\right)}$$

$\to N \geq 12.0862476415 \to N = 13$ ، ضمیمه کردن

$$|H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 T_{13}^2(\Omega/\Omega_p)} \qquad \Omega_p = 2\times10^6 \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \underline{2\times10^6}$$

$$\to |H_a(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+0.585\, T_{13}^2(\Omega/2\times10^6)}$$

با توجه به اینکه $N=13$ حاصل شد یعنی به توان ۲۶ چند جمله ای های چبیشف با $N=13$ نیاز داریم که

عبارت بسیار بسیار طولانی و طویل را به ما خواهد داد. لذا بخش از این نمی توانم حل کنیم و

$$\begin{cases} T_{k+1}(x) = 2xT_k(x) - T_{k-1}(x) \\ T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x \end{cases}$$

شکل $|H_a(j\Omega)|^2$ بسته می کنیم.

$T_{11}(x) = 1024x^{11} - 2816x^9 + 2816x^7 - 1232x^5 + 220x^3 - 11x$ ——— در بارگذاری باید بازگشت به این اعمال

$|H(j\Omega)|^2 \longrightarrow H(s)H(-s) \longrightarrow H(s) \longrightarrow H(z) \longrightarrow$ بسیار طولانی. سپس در سایر مراحل رو به رو انجام شود.

4	تاریخ تحویل: 01 / 3 / 14	نام درس: پردازش سیگنال های دیجیتال - تکلیف سری سوم	سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472

سوال 2: اطلاعات داده شده توسط مسئله را می نویسیم:

تضعیف باند قطع $> 40dB$ — فرکانس عبور $1.2\ KHz$ — ریپل باند گذر $< 0.5 dB$

$T_d = 1$ — نرخ نمونه برداری $8\ KHz$ — فرکانس قطع $2\ KHz$

$\rightarrow f_s = 8\ KHz \quad , \quad f_p = \frac{1.2}{8} = 0.15\ Hz \quad f_{st} = \frac{2}{8} = 0.25\ Hz$

Bandpass-ripple: $10\log_{10}\left(\frac{1}{1+\epsilon^2}\right) = -\frac{1}{2} \rightarrow \log_{10}(1+\epsilon^2) = 0.05$

$\rightarrow 1+\epsilon^2 = 10^{0.05} \rightarrow \epsilon = \sqrt{10^{0.05}-1} = 0.34931146001 \approx 0.349$

Stopband Attenuation: $20\log_{10}(\delta_{st}) = -40 \rightarrow \delta_{st} = 10^{-2}$

$f_p = \frac{15}{100} \rightarrow \omega_p = 2\pi f_p = \frac{30\pi}{100} = 0.3\pi \quad , \quad f_{st} = \frac{1}{4} \rightarrow \omega_{st} = 2\pi f_{st} = \pi/2$

Bilinear: $\Omega = \frac{2}{T_d}\tan(\omega/2) \xrightarrow{T_d=1} \Omega = 2\tan\left(\frac{\omega}{2}\right) \rightarrow \Omega_p = 2\tan(0.15\pi) = 1.019$

$\Omega_s = 2\tan(\pi/4) = 1\times 2 = 2 \qquad \frac{\Omega_s}{\Omega_p} = \frac{2}{1.019} = 1.9627$

حال سراغ فیلتر های مختلف میرویم:

باترورث: $|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)^{2N}} \rightarrow H(j\Omega) = \frac{1}{1+\epsilon^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_p}\right)^{2N}}$

if $\Omega = \Omega_s \rightarrow |H(j\Omega)|^2 = \delta_s^2 = 10^{-4} \rightarrow \frac{1}{1+\epsilon^2\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p}\right)^{2N}} = \frac{1}{1+0.1218(1.9627)^{2N}}$

$= 10^{-4} \rightarrow 1+0.1218\times(3.8522)^N = 10^4 \rightarrow (3.8522)^N = \frac{10^4-1}{0.1218} = 82093.5960$

$\rightarrow (3.8522)^N = 82093.59606 \rightarrow N = \log_{3.8522} 82093.59606 \rightarrow N = 8.39036233$

N را به بالا گرد خواهیم کرد پس داریم:

$\boxed{N = 9}$

چبیشف: $|H(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+\epsilon^2 T_N^2\left(\frac{\Omega}{\Omega_p}\right)}$ if $\Omega = \Omega_s \rightarrow |H(j\Omega)|^2 = 10^{-4}$

$\rightarrow \frac{1}{1+\epsilon^2 T_N^2\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_p}\right)} = 10^{-4}, \quad \frac{1}{1+0.1218\,T_N^2(1.9627)} = 10^{-4} \rightarrow 1+0.1218\,T_N^2(1.9627) = 10^4$

$\rightarrow T_N^2(1.9627) = \frac{10^4-1}{0.1218} \rightarrow T_N(1.9627) = \sqrt{\frac{10^4-1}{0.1218}} = 286.5198005$

$\rightarrow \cosh(N\cosh^{-1}(1.96271)) = 286.5198005 \rightarrow \cosh(1.29514986\ 76N) = 286.5198005$

$1.2951498676N = 6.3509517807 \rightarrow N = 4.9036423811 \rightarrow$ آنگاه $\boxed{N = 5}$

بیضوی : $|H(j\Omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\epsilon^2 U_N^2(\Omega/\Omega_p)}$ که در آن $U_N(\Omega/\Omega_p)$ یک تابع بیضوی ژاکوبی است. (Jacobian elliptic function)

مشابه با تبدیل : $U_N^2(1.9627) = \dfrac{10^4 - 1}{0.1218} \rightarrow U_N(1.9627) = 286.5148005$

پیدا کردن N از روش بالا دشوار است پس از یک روش تقریبی می‌رویم.

$N \geq \dfrac{\log(\frac{16}{d_1})}{\log(1/q)}$, $q = q_0 + 2q_0^5 + 15q_0^9 + 150q_0^{13}$, $q_0 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{1-(1-K^2)^{\frac{1}{4}}}{1+(1-K^2)^{1/4}}$

$K = \dfrac{\Omega_p}{\Omega_s} = 0.5095$ $d = \left[\dfrac{(1-\delta_p)^{-2}-1}{\delta_s^{-2}-1}\right] = \dfrac{\epsilon}{\sqrt{A^2-1}} = \dfrac{0.349}{\sqrt{10^4-1}}$

$\approx 3.49 \times 10^{-3}$. $q_0 = \dfrac{1}{2}\,\dfrac{(1-(1-0.5095^2)^{1/4})}{1+(1-0.5095^2)^{1/4}} = 0.0188$

$q = 0.0188 + 2\times 0.0188^5 + 15\times 0.0188^9 + 150\times 0.0188^{13} = 0.018800047$

$\rightarrow N \geq \dfrac{\log(\frac{16\times 10^6}{3.492})}{\log(\frac{1}{0.018800047})} \rightarrow N \geq 3.54526868 \rightarrow N = 4$

دیدیم که فیلتر بیضوی از مرتبه کمتری دارد ، بهتر است.

$N_{Butterworth} = 9$ $N_{chebyshev} = 5$ $N_{elliptic} = 4$

سوال ۴. ابتدا مشخصات فیلتر را یک بار مرور می‌کنیم

$\geq 15dB$ تضعیف باند قطع ، فرکانس باند عبور $= 0.2\pi$ ، ریپل باند عبور $< -1dB$

فرکانس باند قطع $= 0.3\pi$

در این مسأله یک فیلتر باترورث طراحی خواهیم کرد.

$-20\log_{10}\left(\dfrac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}\right) = -1 \rightarrow 10\log_{10}\left(\dfrac{1}{1+\epsilon^2}\right) = 1 \rightarrow 10\log_{10}(1+\epsilon^2) = 1$

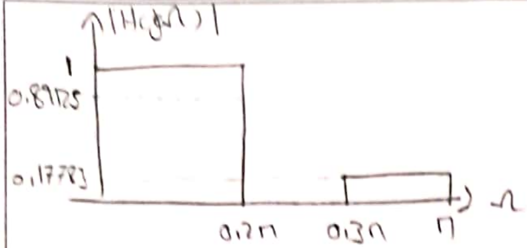
$\rightarrow 1+\epsilon^2 = 10^{0.1} \rightarrow \epsilon = \sqrt{10^{0.1}-1} \rightarrow \epsilon = 0.5088471399$ $1-\delta_p = \dfrac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2}}$

$\rightarrow 1-\delta_p = \dfrac{1}{\sqrt{1+0.50884713992}} \rightarrow 1-\delta_p = 0.8912509381 \approx 0.89125$

$-20\log_{10}\delta_s = 15dB \rightarrow \delta_s = 10^{-0.075} \rightarrow \delta_s = 0.1778279411 \approx 0.17783$

در صفحه بعد شکلی از فیلتر مرحله شده است.

سروش مس‌فروش مشهد شماره دانشجویی: 810198472	نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال تکلیف سری پنجم	تاریخ تحویل: ۰/ ۱ ۳ / ۱۴	6



Butterworth filter: $|H(j\Omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\left(\frac{\Omega}{\Omega_c}\right)^{2N}}$

می‌دانیم $\begin{cases} 0.89125 \leq |H(j\Omega_p)| \leq 1 \\ |H(j\Omega_s)| \leq 0.17783 \end{cases}$

$\longrightarrow \dfrac{1}{1+\left(\frac{\Omega_p}{\Omega_c}\right)^{2N}} = (0.89125)^2 \longrightarrow \left(\dfrac{\Omega_p}{\Omega_c}\right)^{2N} = \dfrac{1}{(0.89125)^2} - 1$

$\dfrac{1}{1+\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_c}\right)^{2N}} = \dfrac{1}{(0.17783)^2} \longrightarrow \left(\dfrac{\Omega_s}{\Omega_c}\right)^{2N} = \dfrac{1}{(0.17783)^2} - 1$

$\longrightarrow \dfrac{\left(\frac{\Omega_p}{\Omega_c}\right)^{2N}}{\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_c}\right)^{2N}} \longrightarrow \left(\dfrac{\Omega_p}{\Omega_s}\right)^{2N} = \dfrac{\frac{1}{(0.89125)^2} - 1}{\frac{1}{(0.17783)^2} - 1}$ $\quad \Omega_p = 0.2\pi, \ \Omega_s = 0.3\pi$

$\longrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{2N} = 0.008455609 \longrightarrow (4/9)^N = 0.008455699$

$\longrightarrow N = \log_{4/9} 0.008455699 \longrightarrow N = 5.885740929 \longrightarrow N_{\text{Butterworth}} = 6$

یافتن Ω_c : $\dfrac{1}{1+\left(\frac{0.2\pi}{\Omega_c}\right)^{12}} = (0.89125)^2 \longrightarrow \left(\dfrac{0.2\pi}{\Omega_c}\right)^{12} = \dfrac{1}{(0.89125)^2} - 1$

$\longrightarrow \left(\dfrac{0.2\pi}{\Omega_c}\right)^{12} = 0.258928021 \longrightarrow \dfrac{0.0037858066}{\Omega_c^{12}} = 0.258928021$

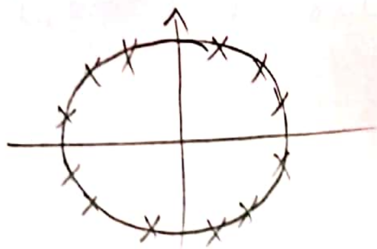
$\longrightarrow \Omega_c = \sqrt[12]{\dfrac{0.0037858066}{0.258928021}} = \sqrt[12]{0.014621749} = 0.703204447$

$\longrightarrow \Omega_c \approx 0.7032 \longrightarrow |H_c(j\Omega)|^2 = \dfrac{1}{1+\left(\frac{\Omega}{0.7032}\right)^{12}}$ فیلتر آنالوگ طراحی شده

$j\Omega = s \longrightarrow H_c(s)\,H_c(-s) = \dfrac{1}{1+\left(\frac{s}{j0.7032}\right)^{12}} = |H_c(s)|^2$

$1+\left(\dfrac{s}{j0.7032}\right)^{12} = 0 \longrightarrow \left(\dfrac{s}{j0.7032}\right)^{12} = -1 = e^{j\pi(2k+1)}$ پس باید قطب ها را پیدا کنیم

$\longrightarrow s = 0.7032\, e^{j\left(\frac{\pi}{2} + (2k+1)\frac{\pi}{12}\right)} \xrightarrow{\text{۱۲ قطب داریم}}$



طبیعتاً دنبال یک سیستم Stable & Causal هستیم، بنابراین قطب‌ها سمت چپ صفحه s را برمی‌داریم.

$$H_c(s) = \frac{0.12093}{(s^2+0.3640s+0.4945)(s^2+0.9945s+0.4949)(s^2+1.3585s+0.4945)} \rightarrow h_c(t) = \sum_{i=1}^{6} k_i e^{p_i t}$$

$$h[n] = T_d h_c(nT_d) = \sum_{i=1}^{6} k_i (e^{p_i})^n u(n) \longrightarrow H(z) = \sum_{i=1}^{6} \frac{k_i}{1-e^{p_i}z^{-1}}$$

$$\xrightarrow{\text{محاسبات متلب}} H(z) = \frac{0.2871-0.4466z^{-1}}{1-1.2971z^{-1}+0.6949z^{-2}} + \frac{-2.1428+1.1455z^{-1}}{1-1.0691z^{-1}+0.3699z^{-2}} + \frac{1.8557-0.6303z^{-1}}{1-0.9972z^{-1}+0.2576z^{-2}}$$

سوال 7.

$$|H_c(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+(\Omega/\Omega_c)^{2N}} \xrightarrow{N=2} |H_c(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1+(\frac{\Omega}{\Omega_c})^4}$$

$$H(s) = \frac{1}{s^2+\sqrt{2}s+1} \rightarrow H(s)H(-s) = |H(s)|^2 = \frac{1}{(s^2+1+\sqrt{2}s)(s^2+1-\sqrt{2}s)} = \frac{1}{(s^2+1)^2-2s^2}$$

$$\rightarrow |H(s)|^2 = \frac{1}{s^4+1} , \quad s=j\Omega \rightarrow |H(s)|^2 = \frac{1}{1+\frac{s^4}{\Omega_c^4}}$$

$$\rightarrow \underline{\Omega_c = 1} , \quad \text{Bilinear}: \Omega_c = 2/T_d \tan(\frac{\omega_c}{2}) \xrightarrow{T_d=1}$$

$$\Omega_c = 2\tan(\frac{\omega_c}{2}) \rightarrow 0.5 = \tan(\omega_c/2) \xrightarrow{\tan^{-1}} \frac{\omega_c}{2} = \tan^{-1}(0.5) = 0.463647609 \text{ rad}$$

$$\rightarrow \omega_c = 0.927295218 \rightarrow \underline{\omega_c \approx 0.3\pi}$$

حال $H(z)$ را بدست می‌آوریم (برای همین فیلتر LP اولیه)

$$H(z) = H(s)\Big|_{s=2\times\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

$$\rightarrow H(z) = \frac{1}{\frac{4(z^{-2}-2z^{-1}+1)}{z^{-2}+2z^{-1}+1} + \frac{2\sqrt{2}-2\sqrt{2}z^{-1}}{1+z^{-1}} + 1} \longrightarrow H(z) = \frac{z^{-2}+2z^{-1}+1}{4z^{-2}-8z^{-1}+4+2\sqrt{2}(1-z^{-1})(1+z^{-1})+z^{-2}+2z^{-1}+1}$$

$$\rightarrow H(z) = \frac{z^{-2}+2z^{-1}+1}{(5-2\sqrt{2})z^{-2}-6z^{-1}+5+2\sqrt{2}}$$

برای تبدیل فیلتر LP با فرکانس قطع ω_c به فیلتر BP با فرکانس های ω_1 ، ω_2 از تبدیل زیر استفاده می کنیم.

$$z^{-1} \longrightarrow -\frac{z^{-2}-[\frac{2\alpha\beta}{1+\beta}]z^{-1}+[\frac{\beta-1}{\beta+1}]}{[\frac{\beta-1}{\beta+1}]z^{-2}-[\frac{2\alpha\beta}{1+\beta}]z^{-1}+1}$$

$$\alpha = \frac{\cos(\frac{\omega_1+\omega_2}{2})}{\cos(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})} \rightarrow \alpha = \frac{\cos(\frac{\pi}{2})}{\cos(\pi/6)} = 0, \quad \beta = \frac{\tan(\frac{\omega_c}{2})}{\tan(\frac{\omega_2-\omega_1}{2})}$$

$$\rightarrow \beta = \frac{\tan(0.15\pi)}{\tan(\frac{\pi}{12})} = 1.901574865 \rightarrow \beta \approx 1.9016$$

سروش مس‌فروش مشهد
شماره دانشجویی: 810198472

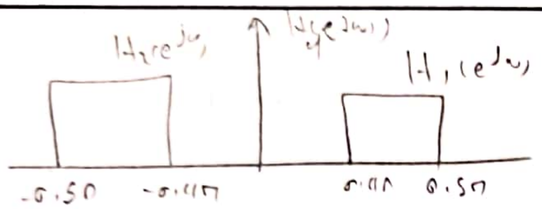
نام درس: پردازش سیگنال‌های دیجیتال
تکلیف سری پنجم

تاریخ تحویل: 01/3/14

حال اگر z^{-1} را با عبارت مناسب در $H(z)$ جایگزین کنیم به $H_{BP}(z)$ می‌رسیم

$$H_{BP}(z) = H(z) = \frac{z^{-2} + 2z^{-1} + 1}{(5-2\sqrt{2})z^{-2} - 6z^{-1} + 5 + 2\sqrt{2}} \qquad z^{-1} \longrightarrow -\frac{z^{-2} + 0.3167}{0.3167 z^{-2} + 1}$$

سوال 5. الف)



می‌دانیم $\frac{\sin W n}{n\pi} \xleftrightarrow{DTFT} \begin{cases} 1 & |\omega| \leq W \\ 0 & W < |\omega| \leq \pi \end{cases}$

$$\rightarrow H_d(e^{j\omega}) = H_1(e^{j\omega}) + H_2(e^{j\omega}) \qquad h_{d_1}[n] = \frac{\sin(0.05\pi n)}{n\pi} e^{-j0.45\pi n}$$

$$h_{d_2}[n] = \frac{\sin(0.05\pi n)}{n\pi} e^{+j0.45\pi n} \rightarrow h_d[n] = h_{d_1}[n] + h_{d_2}[n]$$

$$= \frac{\sin(0.05\pi n)}{n\pi}\left(e^{j0.45\pi n} + e^{-j0.45\pi n}\right) = \frac{2\sin(0.05\pi n)}{n\pi}\cos(0.45\pi n)$$

ب) می‌دانیم که در windowing عملیات زیر انجام می‌شود.

$$h[n] \longrightarrow h_d[n],\ w[n] \longrightarrow h[n] = h_d[n]\, w[n]$$

$$W[n] = \begin{cases} 0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right) & -\frac{M-1}{2} \leq n \leq \frac{M-1}{2} \\ 0 & \text{o.w} \end{cases} \qquad M = 201$$

$$\rightarrow h[n] = h_d[n]\, W[n] = \frac{2\sin(0.05\pi n)}{n\pi}\cos(0.45\pi n)\left[0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{M-1}\right)\right]$$

$n \in [-100, 100]$ برای آنکه پاسخ در بازه 0 تا 200 حادث شود آن را 100 تا شیفت می‌دهیم

$$h_{ans}[n] = h[n-100] = h_d[n-100]\, W[n-100]$$

$$\longrightarrow h_{ans}[n] = \frac{2\sin(0.05(n-100)\pi)}{n\pi}\cos(0.45(n-100)\pi)\left[0.54 + 0.46\cos\left(\frac{2\pi(n-100)}{M-1}\right)\right]$$