



## ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل  
۱۳۹۹/۱۰/۲۰

تکلیف شماره ۹

نیم‌سال اول  
۱۴۰۰-۱۳۹۹

### نگاشت و انتگرال مختلط روی مسیر

توجه: پاسخ به قسمت‌های مشخص شده با \* الزامی نیست و نمره اضافی ندارد.

۱- تصویر خطوط  $x = c$  و  $y = d$  را تحت تبدیل  $w = z^2$  را بدست آورید.

۲- تصویر مجموعه زوج مرتب  $\{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, \frac{\pi}{2} \leq y \leq \pi\}$  را تحت نگاشت  $w = e^z$  بیابید.

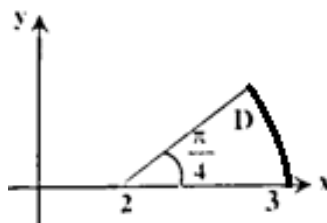
۳- تصویر ناحیه  $|z - 1| < 1$  تحت تبدیل  $w = \frac{z-1}{z}$  را بدست آورید.

۴- تصویر ناحیه  $\begin{cases} 0 < y < 1 \\ 0 < x < \frac{\pi}{4} \end{cases}$  را تحت نگاشت  $w = e^{\frac{j\pi}{4}} \cos(z)$  بدست آورید.

۵- تبدیل  $w = \ln \frac{z-1}{z+1}$ ، ناحیه  $\{Im\{z\} \geq 0\}$  را به کدام ناحیه در صفحه  $w$  می‌نگارد؟

۶- مطلوب است تعیین نگاشت  $w = f(z)$  بطوریکه ناحیه  $D$  نشان داده شده در شکل زیر به ربع اول در صفحه  $w$  تبدیل شود.

(توجه: ناحیه  $D$ ، قطاعی از یک دایره به شعاع ۱ و مرکز  $z = 2$  است.)





## ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل

۱۳۹۹/۱۰/۲۰

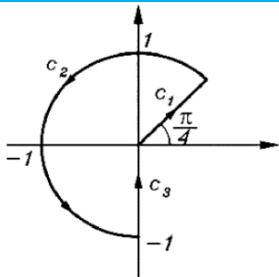
تکلیف شماره ۹

نیم سال اول

۱۴۰۰-۱۳۹۹

۷- الف) حاصل انتگرال  $\oint_C |z|^2 dz$  را محاسبه نمایید. (مسیر  $C$ ، مربعی در جهت پادساعتگرد به رئوس  $0$ ،  $1$ ،  $j$  و  $1+j$  در صفحه  $Z$  است.)

ب) حاصل انتگرال  $\oint_C z d\bar{z}$  را محاسبه نمایید. (مسیر  $C$ ، دایره‌ای در جهت پادساعتگرد به مرکز  $1+j$  و شعاع  $1$  در صفحه  $Z$  است.)



۸- حاصل انتگرال زیر را روی مسیر نشان داده شده بیابید. ( $C = C_1 + C_2 + C_3$ )

$$I = \oint_C (\bar{z} + z^2) dz$$

۹- تبدیل یافته ناحیه  $\{x \geq 0, |y| \leq 1\}$  از صفحه  $Z$  را تحت نگاشت  $w = -2 \sinh\left(\frac{\pi}{2}z\right) + 1 + 2i$  بدست آورید.

۱۰- دایره واحد در صفحه  $Z$ ، تحت نگاشت  $w = \frac{z}{z}$  به کدام ناحیه در صفحه  $w$  تبدیل می‌شود؟

۱۱- ناحیه  $\{2 < |z| < 3\}$  تحت نگاشت  $w = z + \frac{1}{z}$  به چه ناحیه‌ای در صفحه  $w$  تبدیل می‌شود؟

۱۲- تصویر منحنی  $x^2 - y^2 = 1$  را تحت نگاشت  $w = \frac{1}{z}$  بدست آورید. ( $z = x + jy$ )

موفق باشید