

گزارش پروژه سوم ریاضی مهندسی

سروش مس فروش مشهد (۸۱۰۱۹۸۴۷۲)

۱ بخش اول:

در این قسمت از ما خواسته شده است که سه انتگرال را به دو روش به کمک نرم افزار Matlab محاسبه نماییم،

بخش الف:

در این بخش با استفاده از تغییر متغیر $z = e^{j\theta} \rightarrow dz = je^{j\theta} d\theta$ انتگرال ها را محاسبه می کنیم،

$$\oint_C z^3 + 2z^2 + 1 dz = 0$$

$$\oint_C \frac{1}{(z - \frac{j}{9})^3} dz = 0$$

$$\oint_C \frac{1}{z^2 + \frac{1}{4}} dz = 0$$

تمام این محاسبات به کمک متلب انجام گردیده است که عکس های مربوط به آن و همچنین محاسبه قطب ها و مانده ها در صفحه بعد عرضه می شود.

خروجی‌های مربوط به انتگرال‌گیری روی مسیر:

```
Integrate on unit circle or with residue theorem? (1:On circle,2:Residue) :  
Which Function do you want to integrate?(1:i,2:ii,3:iii): 1  
The integral is equal to :  
0
```

First Integral : شکل ۱

```
Integrate on unit circle or with residue theorem? (1:On circle,2:Residue) : 1  
Which Function do you want to integrate?(1:i,2:ii,3:iii): 2  
The integral is equal to :  
0
```

Second Integral : شکل ۲

```
Integrate on unit circle or with residue theorem? (1:On circle,2:Residue) : 1  
Which Function do you want to integrate?(1:i,2:ii,3:iii): 3  
The integral is equal to :  
0
```

Third Integral : شکل ۳

بخش ب، ج، د:

در این قسمت قطب ها، مانده ها و سپس انتگرال را برای هر تابع به ترتیب حساب می کنیم و عکس خروجی هر بخش در آن ضمیمه می گردد.

انتگرال اول:

$$f(z) = z^3 + 3z^2 + 1, \quad Poles \longrightarrow N/A$$

$$Residue \longrightarrow N/A, \longrightarrow \oint_C z^3 + 2z^2 + 1 \, dz = 0$$

انتگرال دوم:

$$f(z) = \frac{1}{(z - \frac{j}{9})^3}, \quad Poles \longrightarrow \frac{j}{9}$$

$$Residue \longrightarrow 0$$

$$\oint_C \frac{1}{(z - \frac{j}{9})^3} \, dz = j2\pi \sum Res[f(z)] = 0$$

انتگرال سوم:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + \frac{1}{4}}, \quad Poles \longrightarrow \frac{j}{2}, \frac{-j}{2}$$

$$Residue \longrightarrow \mp j$$

$$\oint_C \frac{1}{z^2 + \frac{1}{4}} \, dz = j2\pi \sum Res[f(z)] = j2\pi(j - j) = 0$$

خروجی‌های مربوط به انتگرال‌گیری با قضیه مانده‌ها:

```
Integrate on unit circle or with residue theorem? (1:On circle,2:Residue) : 2
Which Function do you want to integrate?(1:i,2:ii,3:iii): 1
No Poles
No Residues
Since there are no residues the integral equals 0
|
```

شکل ۴: First Integral

```
Integrate on unit circle or with residue theorem? (1:On circle,2:Residue) : 2
Which Function do you want to integrate?(1:i,2:ii,3:iii): 2
The pole is :
1i/9

The residue is :
0

The integral is equal to :
0
```

شکل ۵: Second Integral

```
Integrate on unit circle or with residue theorem? (1:On circle,2:Residue) : 2
Which Function do you want to integrate?(1:i,2:ii,3:iii): 3
The poles are :
-1i/2
1i/2

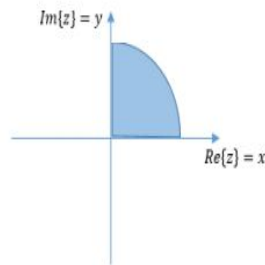
The residues are :
0.0000 - 1.0000i
0.0000 + 1.0000i

The integral is equal to :
0
```

شکل ۶: Third Integral

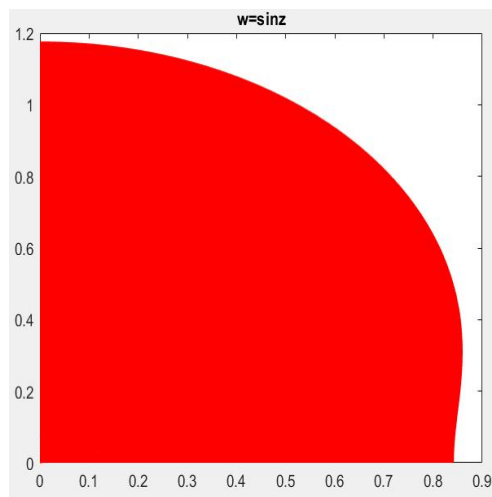
۲ بخش دوم:

در این بخش از ما خواسته شده است که با Matlab تعدادی نگاشت بر روی شکل زیر اعمال کنیم، (ربع دایره‌ای به شعاع واحد)



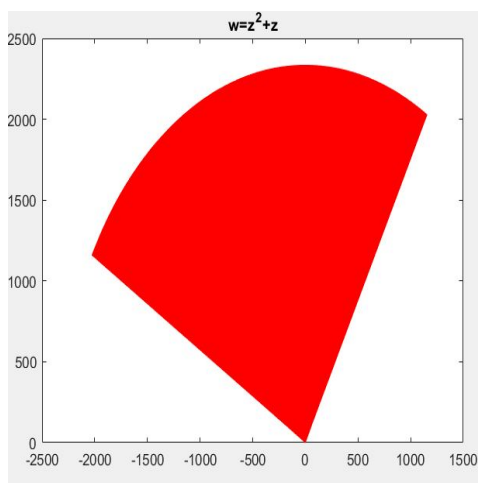
شکل ۷: Filled quarter circle

$$W = \sin(z)$$



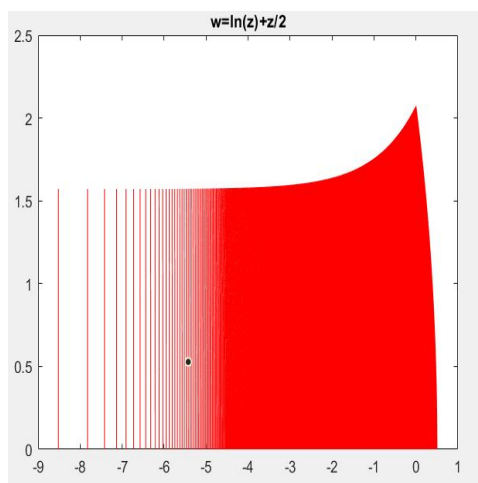
شکل ۸: $w = \sin(z)$

$$:W = z^2 + z$$



شکل ۹: $w = z^2 + z$

$$:W = \ln(z) + \frac{z}{2}$$



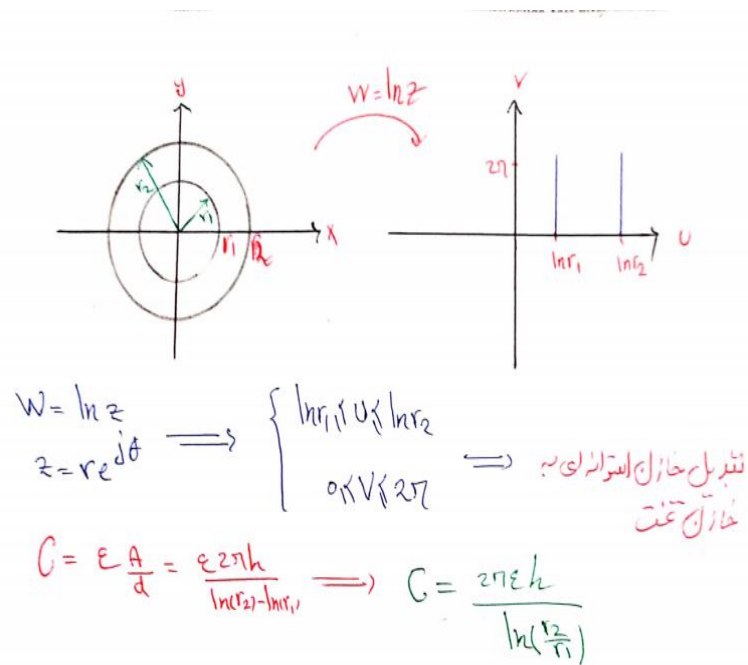
شکل ۱۰: $w = \ln(z) + \frac{z}{2}$

۳ بخش سوم:

در این قسمت می‌خواهیم ظرفیت خازن استوانه‌ای را حساب نماییم.

بخش الف:

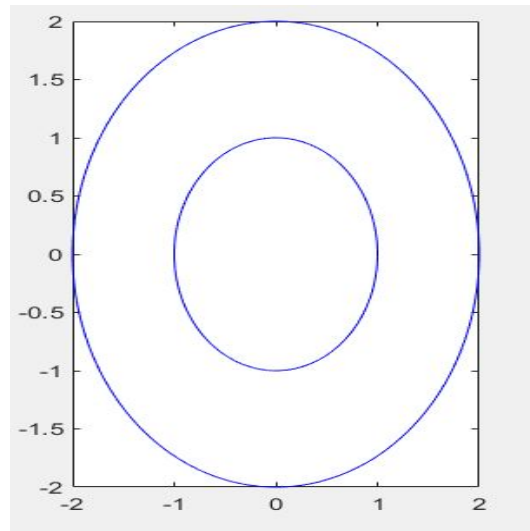
هدف و آرمان ما در این قسمت این است که شکل خازن استوانه‌ای را بتوانیم به خازن تخت بدل کنیم، عملاً باید نگاشتی پیدا کنیم که دو دایره مورد بحث را به دو ورقه تبدیل کنند، مشخصاً همانطور که در درس عنوان شد باید از نگاشت $W = \ln(z)$ بهره ببریم. توضیحات در شکل زیر ارائه گردیده است. (بابت دست نویس بودن شکل پوزش می‌طلبم.)



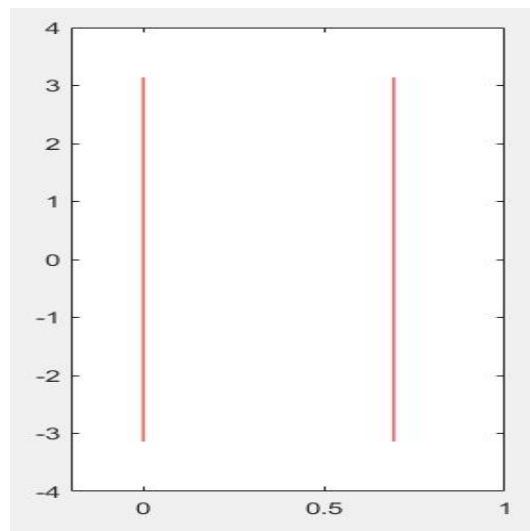
شکل ۱۱: Mapping to calculate Capacitance

بخش ب:

تصویر شکل اولیه و نگاشت یافته به صورت زیر ارائه می‌گردد:



شکل ۱۲: 2D Cylindrical Capacitor



شکل ۱۳: Parallel plate Capacitor(After Mapping)

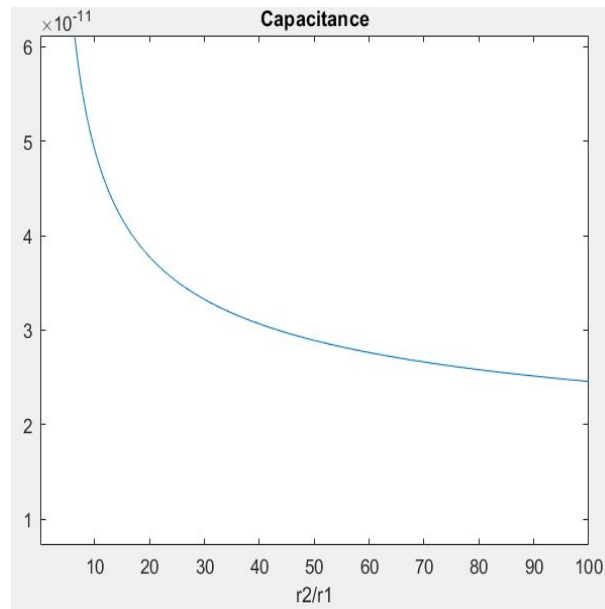
بخش ج:

ابتدا شایسته است که روابط مربوط به دست آمدن ظرفیت خازن را به دست آوریم:

$$Cylinder \xrightarrow{W=\sin(z)} ParallelLines$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon h}{\ln(\frac{r_2}{r_1})}$$

حال می‌آییم و با نرم افزار Matlab نموداری را بر حسب نسبت شعاع خارجی به داخلی رسم می‌کنیم، خروجی به شرح زیر است:



شکل ۱۴: Capacitance plot