به‌نام حضرت دوست
دانشگاه تهران
پردیس دانشکده‌های فنی
دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

ریاضی مهندسی

نیم‌سال اول	تکلیف شماره ۷	تاریخ تحویل
۱۴۰۰-۱۳۹۹		۱۳۹۹/۰۹/۲۹

حل معادلات مشتقات جزیی به کمک تبدیلات

۱- پاسخ معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را به کمک **تبدیل لاپلاس** بدست آورید.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (x \le 0\,,\ \ t > 0) \\ u(0,t) = 1, \quad \lim\limits_{x\to -\infty} u(x,t) = 0 \\ u(x,0) = e^x, \ \ u_t(x,0) = 0 \end{cases}$$

۲- پاسخ معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را به کمک **تبدیل لاپلاس** بدست آورید.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \sin(\pi x)\sin(t) \quad (0 \le x \le 1\,,\ \ t > 0) \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 \\ u(x,0) = 0, \ \ u_t(x,0) = 0 \end{cases}$$

۳- به کمک **تبدیل لاپلاس** و با شرایط زیر، مسئله را حل کنید.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \dfrac{\partial u}{\partial t} \quad (0 < x < l\,,\ \ t > 0) \\ u(0,t) = u(l,0) = 0 \\ u(x,0) = 3\sin(\dfrac{2\pi x}{l}) \end{cases}$$

۴- به کمک **تبدیل فوریه** معادله حرارت زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} \quad (-\infty < x < \infty \quad ; \ \ t > 0) \\ u(x,0) = f(x) \\ lim_{x\to\infty} u(x,t) = 0 \end{cases}$$

موفق باشید