



## ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل  
۱۳۹۹/۰۷/۲۶

تکلیف شماره ۱

نیم سال اول  
۱۳۹۹-۱۴۰۰

## سری فوریه

۱- تعامد توابع هر بند را در بازه های مشخص شده، بررسی نمایید.

$$g_1(x) = \sinh x, \quad g_2(x) = \sin x; \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad (\text{ب}) \quad f_1(x) = x, \quad f_2(x) = \cos 2x; \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \quad (\text{الف})$$

۲- در صورتی که  $a_n$  و  $b_n$  ضرایب اویلر سری فوریه تابع متناوب  $f(x)$  در بازه  $-l \leq x \leq l$  باشند، یعنی:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi}{l} x + b_n \sin \frac{n\pi}{l} x \right)$$

(الف) ثابت کنید:

$$\frac{1}{l} \int_{-l}^l [f(x)]^2 dx = \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2)$$

(ب) فرض کنید  $f$  و  $g$  در فاصله  $[-l, l]$  پیوسته تکه ای با دوره تناوب  $2l$  باشند و  $(a_n, b_n)$  و  $(c_n, d_n)$  به ترتیب ضرایب سری فوریه  $f$  و  $g$  باشند. آنگاه ثابت کنید:

$$\frac{1}{l} \int_{-l}^l f \cdot g dx = \frac{a_0 c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n b_n + c_n d_n)$$

۳- بسط سری فوریه توابع زیر را بدست آورید.

$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{k+1} \delta(x - kL) \quad (\text{ب}) \quad y(x) = \sinh(x); \quad -\pi \leq x < \pi \quad (\text{الف})$$

$$h(x) = (x + \cos^2 x)^2 + x - x \cos 2x; \quad 0 \leq x < \pi \quad (\text{ج})$$



## ریاضی مهندسی

تاریخ تحویل  
۱۳۹۹/۰۷/۲۶

تکلیف شماره ۱

نیم سال اول  
۱۳۹۹-۱۴۰۰

۴- الف) بسط سری فوریه مثلثاتی تابع متناوب  $f(x) = (x - \pi)^2$  ;  $0 \leq x < 2\pi$  را بدست آورید.

ب) با استفاده از نتایج قسمت (الف)، نشان دهید که:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = \frac{\pi^2}{12}$

۵- اگر تابع  $f(x)$  در بازه  $-\pi \leq x < \pi$  به صورت

$$f(x) = \frac{\pi^2}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx) + \frac{2(-1)^{n+1}}{n^2} \sin(nx) \right)$$

بیان شده باشد، حاصل  $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) (\sin^3 x + 2\cos^2 \frac{x}{2}) dx$  را بدست آورید.

موفق باشید