

گزارش پروژه دوم ریاضی مهندسی

سروش مس فروش مشهد (۸۱۰۱۹۸۴۷۲)

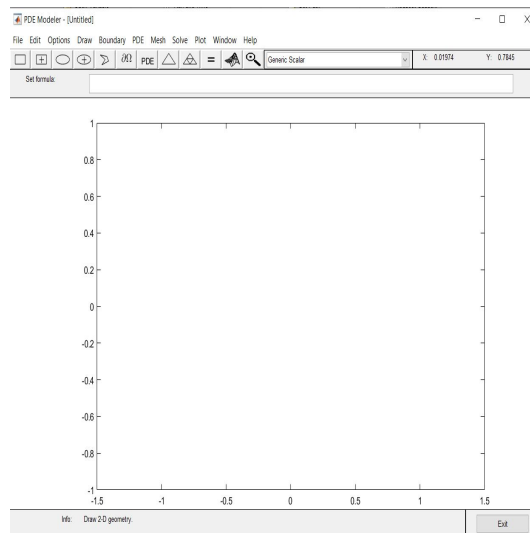
۱ بخش اول:

در این قسمت از ما خواسته شده است که با کمک PDE Modeler معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \\ V(0, x) = V(1, x) = 0 \\ V(0, y) = 0 \\ V(1, y) = 1.5 \cos(0.75\pi y) \end{cases}$$

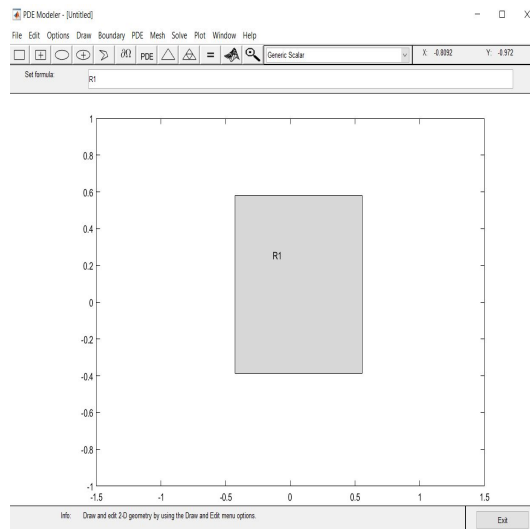
حال گام به گام مراحل را مطابق دستورات جلو می‌رویم:

باز کردن PDE Modeler:



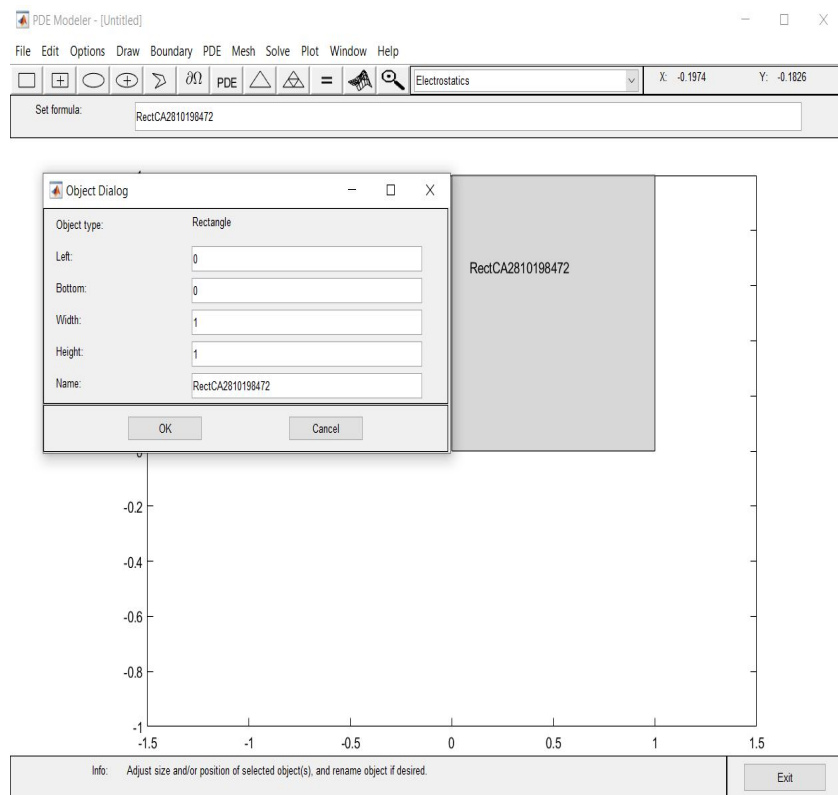
شکل ۱: Opening PDE Modeler

رسم مستطیل:



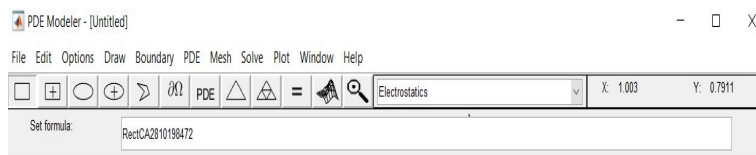
شکل ۲: Drawing a rectangle

تعیین نقطه شروع رسم و نامگذاری:



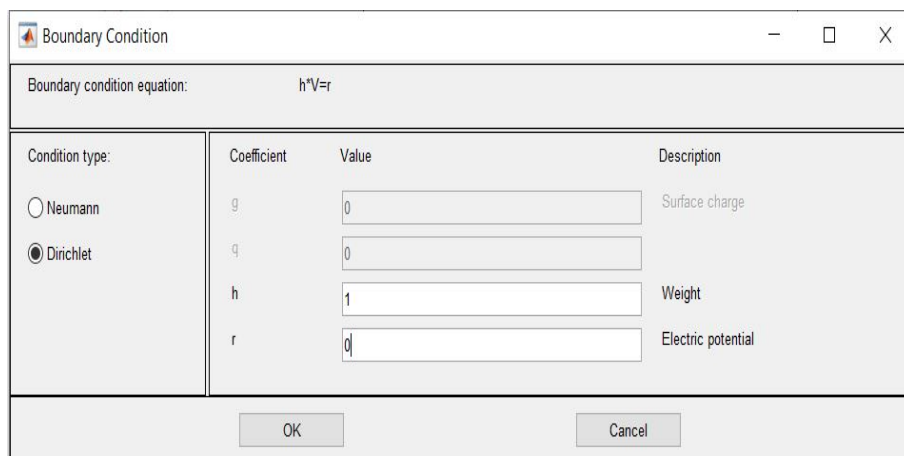
شکل ۳: Set drawing point and naming

انتخاب مود الکتروستاتیک:



شکل ۴: Choosing Electrostatic mode

تعیین شرایط مرزی:

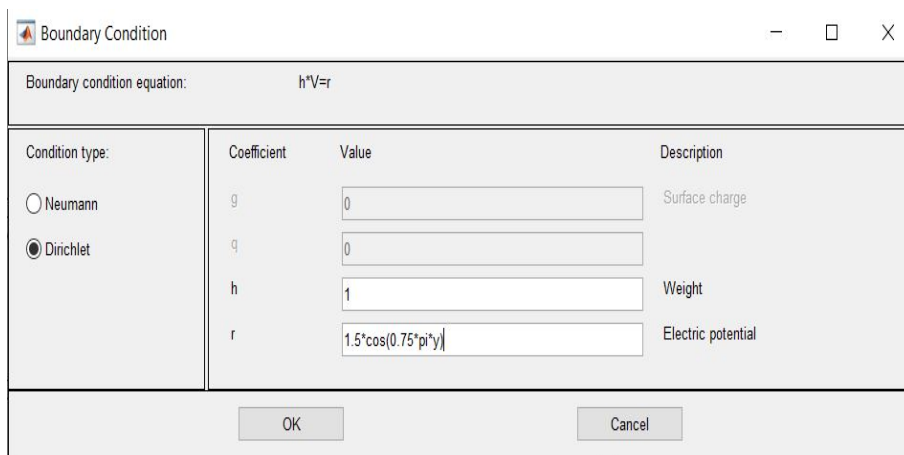


Boundary condition equation: $h \cdot V = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Surface charge
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	
	h	1	Weight
	r	q	Electric potential

OK Cancel

شکل ۵: B.C for left, upper and lower side



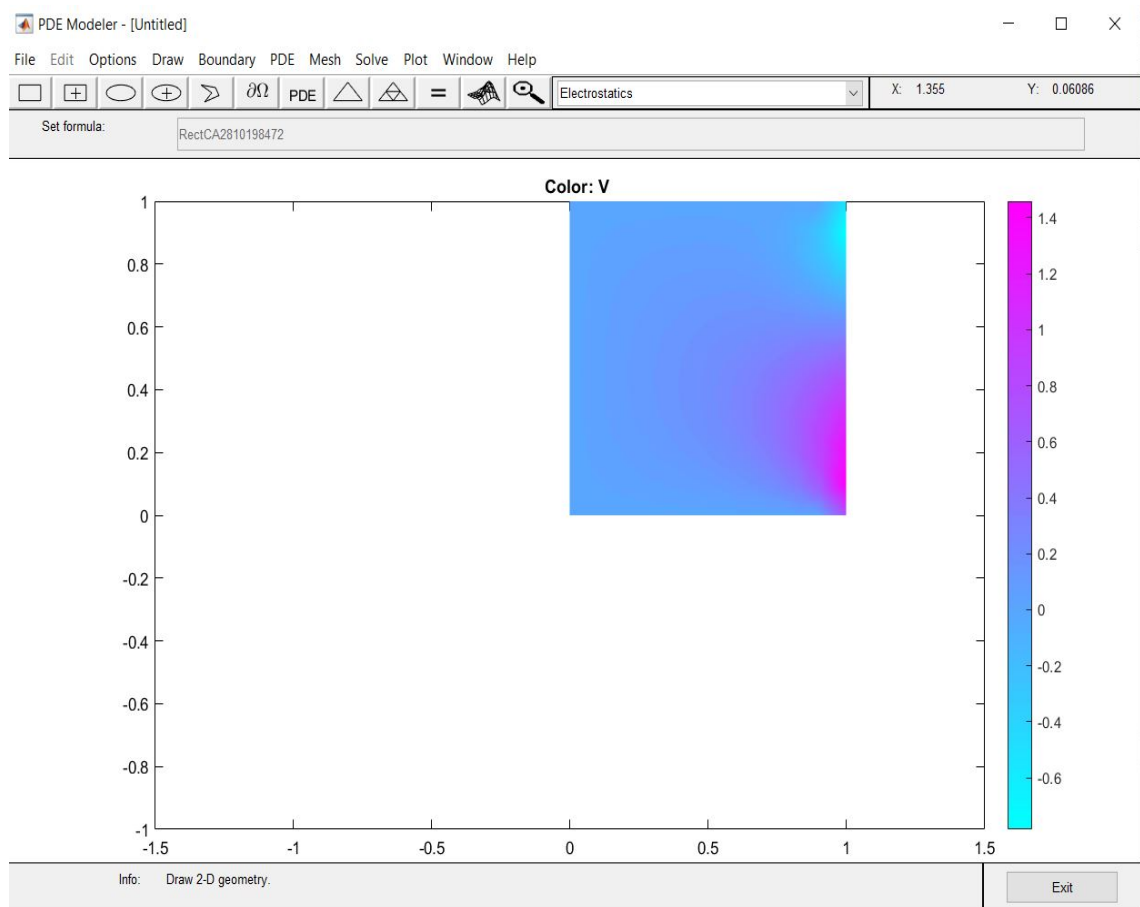
Boundary condition equation: $h \cdot V = r$

Condition type:	Coefficient	Value	Description
<input type="radio"/> Neumann	g	0	Surface charge
<input checked="" type="radio"/> Dirichlet	q	0	
	h	1	Weight
	r	$1.5 \cdot \cos(0.75 \cdot \pi \cdot y)$	Electric potential

OK Cancel

شکل ۶: B.C for right side

ارائه پاسخ نهایی:
پاسخ نهایی PDE به صورت زیر است:



شکل ۷: Final Answer

۲ بخش دوم:

در این بخش قرار است معادله حرارت به فرم زیر را حل کنیم:

$$\begin{cases} \frac{1}{p^2} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ u(0, t) = 0 \\ u(L, t) = 35 \\ u(x, 0) = \frac{2x}{1+x^2} \end{cases}$$

الف:

توابع به صورت زیر پیاده سازی گشتند:

```
Equation.m  x +
1  function [c,f,s] = Equation(x,t,u,DuDx)
2  -   c = 100;
3  -   f = DuDx;
4  -   s = 0;
5  -   end
```

شکل ۸: Equation

```
Initm  x +
1  function value =Init(x)
2  -   value = 2*x/(1+x^2);
3  -   end
4
```

شکل ۹: Init

```

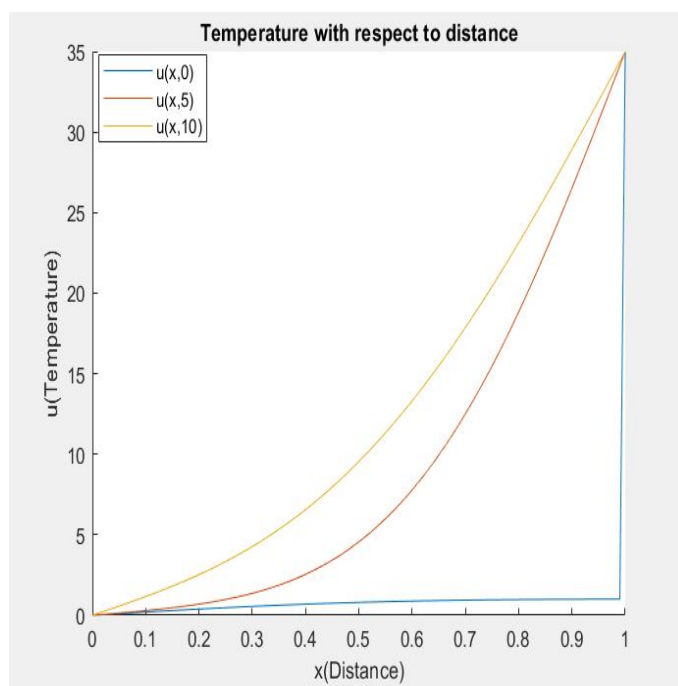
BC.m
1 function [pl,ql,pr,qr]=BC(xl,ul,xr,ur,t)
2     pl=ul;
3     ql=0;
4     pr=ur-35;
5     qr=0;
6 end

```

شکل ۱۰: Boundary Conditions

ب:

با استفاده از تابع `pdepe` طبق خواسته صورت پروژه معادله حل گشت، با استفاده از دستورات لازم نمودارها در یک شکل رسم گردیدند که به صورت زیر ارائه می گردد.

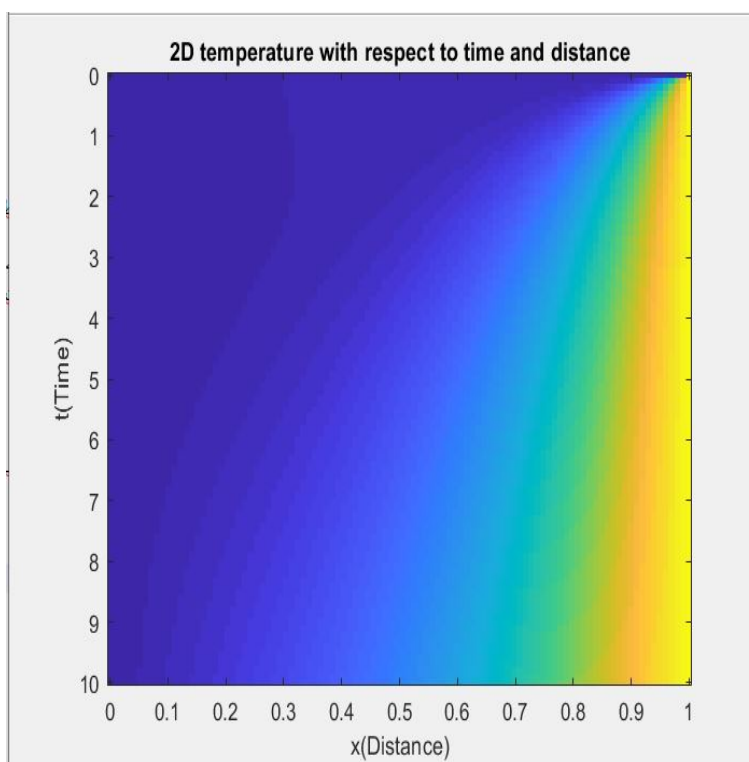


شکل ۱۱: u with respect to x(distance)

نتیجه‌ای که به دست آمده است مطابق انتظار ماست، همینطور که شرایط مرزی به ما می‌گفتند، دما در $x = 0$ برابر با صفر هست و در $x = L$ برابر با ۳۵ درجه، پس منطقی است که ابتدا و انتهای این نمودارها بر هم منطبق باشند، در واقع می‌توان اینطور در نظر گرفت که یک میله داریم، که ابتدای آن در دمای صفر و انتهای آن در دمای ۳۵ فیکس شده است (مثلاً با استفاده از منابع صفر و ۳۵ درجه دما ثابت نگه داشته می‌شود). با گذر زمان دمای نقاط مختلف میله تغییر می‌کند، همانطور که در شکل هم می‌بینید برای t های بزرگتر، نمودار نرم (smooth) تر می‌شود، که منطقی هم هست، چون در اثر گذر زمان، پخش دما و حرارت در طول میله رخ می‌دهد.

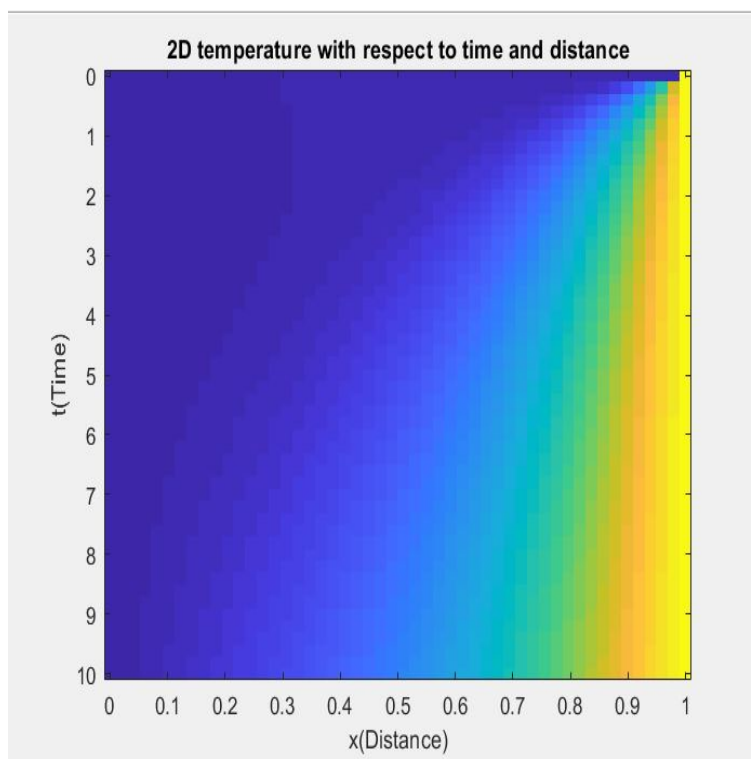
پ:

تصویر دو بعدی در حالت تقسیم بندی اولیه به شرح ارائه می‌گردد:



شکل ۱۲: 2D Plot NO1(Colormap=Default)

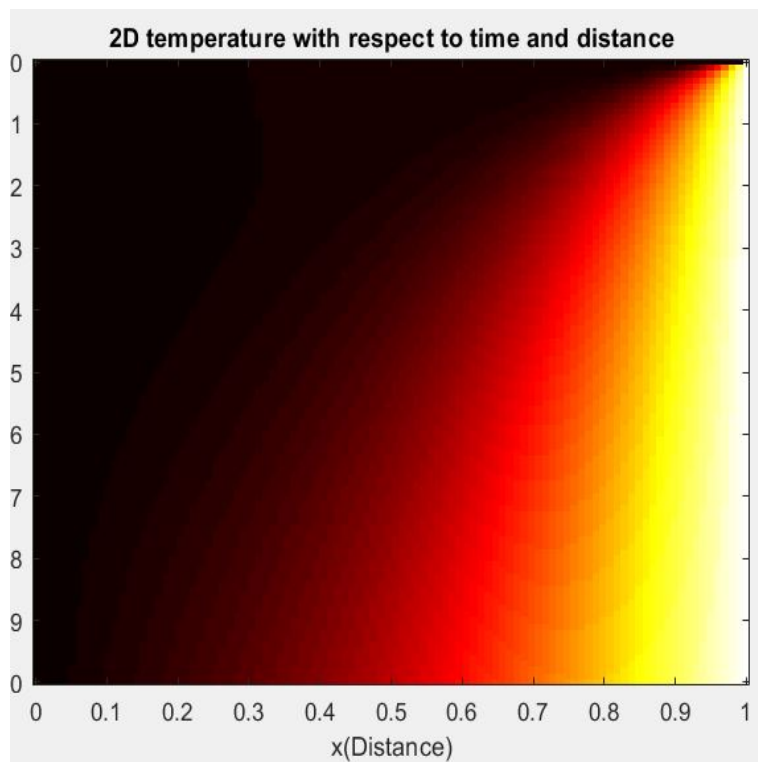
حال x را به 50 قسمت و t را به 51 قسمت می‌شکنیم و تصویر حاصل را ارائه می‌کنیم:



شکل ۱۳: 2D Plot NO2(Colormap=Default)

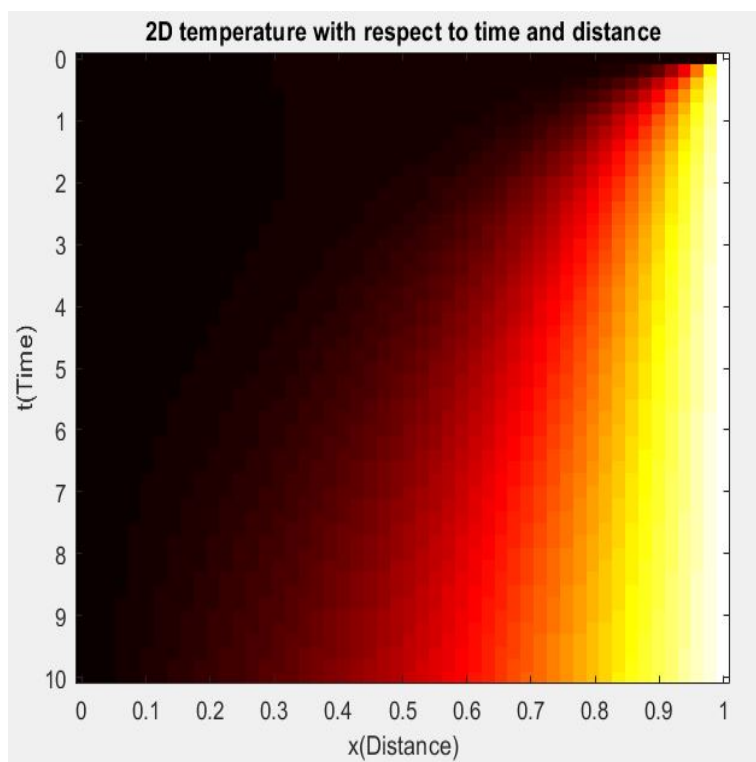
همینطور که ملاحظه می‌گردد فرم کلی دو شکل تقریباً یکسان حاصل گشته است، اما اگر دقت کنیم، شکل دومی کمی *pixelated* شده و از دقت کمتری نسبت به قبلی که در آن تقسیم بندی x را 100 تایی و t را 101 تایی انجام داده بودیم دارد، علت این موضوع نیز واضح است، نرم افزار متلب مسائل PDE را به صورت عددی (Numeric) حل می‌کند و نه به روش تحلیلی (Analytic) پس *increment* که ما برای متغیرهای x و t لحاظ می‌کنیم در دقت پاسخ موثر خواهد بود.

برای بهتر دیده شدن ماجرا یک بار کد را در حالت Colormap=Hot هم اجرا می‌کنم تا خروجی زیباتری داشته باشیم.



شکل ۱۴: 2D Plot NO1(Colormap=Hot)

حال x را به 50 قسمت و t را به 51 قسمت می‌شکنیم و تصویر حاصل را ارائه می‌کنیم:

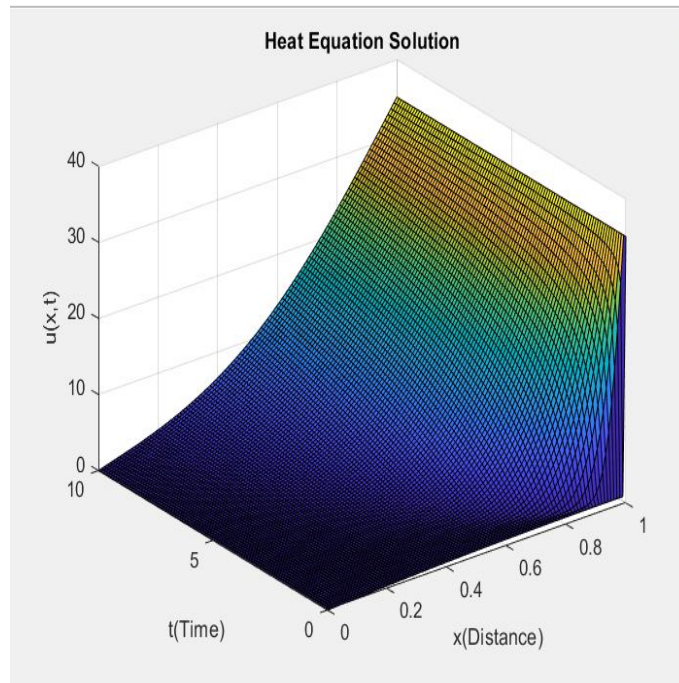


شکل ۱۵: 2D Plot NO₂(Colormap=Hot)

همینطور که ملاحظه می‌فرمایید pixelated بودن و کمتر بودن دقت حل با شکستن به ۵۰ و ۵۱ قسمت در حالت Colormap=Hot مقداری واضح تر است.

ت:

تصویر نمودار به صورت زیر است:



شکل ۱۶: 3D Plot