سروش مس‌فروش مشهدی
شماره دانشجویی: 810198472

آمار و احتمال مهندسی
تکلیف سری اول

تاریخ تحویل: 99/7/14

3 - مسأله را با دو روش فرمولی، نمودار درختی حل می‌کنم:

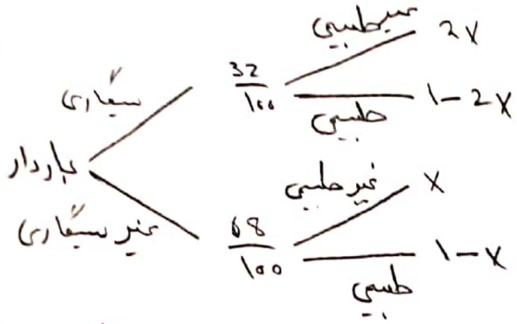
روش اول) A: پیشامد زایمان زودرس (غیرطبیعی)   B: پیشامد سیگاری بودن $P(A|B)=2x$ $P(A|\bar{B})=x$

$P(B)=\frac{32}{100}$ $P(\bar{B})=\frac{68}{100}$ $\xrightarrow{\text{قانون احتمال کل}}$ $P(A)=P(A|B)+P(A|\bar{B})$

$= P(A|B)P(B)+P(A|\bar{B})P(\bar{B}) = 2x\cdot\frac{32}{100}+x\cdot\frac{68}{100}=\frac{132x}{100}$ احتمال زایمان غیرطبیعی

$P(\text{سیگاری | زایمان غیرطبیعی}) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(A|B)P(B)+P(A|\bar{B})P(\bar{B})} = \dfrac{\frac{64x}{100}}{\frac{132x}{100}} = \frac{64}{132}=\frac{16}{33}$

روش دوم)



$P(\text{زایمان غیرطبیعی}) = \frac{32}{100}\times 2x+\frac{68}{100}\times x=\frac{132x}{100}$

$P(\text{سیگاری و زایمان غیرطبیعی}) = \frac{64x}{100}$

$\longrightarrow$ پاسخ: $\dfrac{\frac{64x}{100}}{\frac{132x}{100}} = \frac{64}{132}=\frac{16}{33}$

---

6 - الف)

K: پیشامد دانستن پاسخ   O: پیشامد حذف یک گزینه   T: پیشامد حذف دو گزینه

R: پیشامد شانسی زدن   C: پیشامد پاسخ درست $P(K)=0.6$ $P(O)=P(T)=0.15$ $P(R)=0.1$

$P(C)=P(C|K)P(K)+P(C|O)P(O)+P(C|T)P(T)+P(C|R)P(R)$ *

بدیهی: $P(C|K)=1$, $P(C|O)=\frac{1}{3}$, $P(C|T)=\frac{1}{2}$, $P(C|R)=\frac{1}{4}$

$\rightarrow P(C)=1\times0.6+\frac{1}{3}\times0.15+\frac{1}{2}\times0.15+\frac{1}{4}\times0.1=\frac{6}{10}+\frac{5}{100}+\frac{15}{200}+\frac{1}{40}=\frac{150}{200}$

$=\frac{3}{4}$ $P(K|C)=\frac{P(C|K)P(K)}{P(C)}=\dfrac{\frac{6}{10}}{\frac{3}{4}}=\frac{24}{30}=\frac{4}{5}$

ب) W: پاسخ تستی را ندانستن، درست میدهد $\longrightarrow$ $P(W)=P(C)-\frac{6}{10}=\frac{3}{4}-\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$

$P(O|W)=\frac{P(W|O)P(O)}{P(W)}=\dfrac{\frac{1}{3}\times\frac{15}{100}}{3/20}=\dfrac{\frac{5}{100}}{\frac{3}{20}}=\frac{100}{300}=\frac{1}{3}$

۹ - بخش اول)

ماشین	قطعات تولید شده	قطعات خراب
A	100	10
B	200	10

با توجه به جدولی که رسم کردیم، ساعتی ۳۰۰ قطعه تولید می‌شود که ۲۰ عدد از آن ها معیوب است. حال داریم:

F: پیشامد معیوب بودن هردو → $p(F) = \frac{20}{300} \times \frac{19}{299}$

دقت شود علت این که کسر دوم $19/299$ نوشته شده است این است که ما یک قطعه را خارج کردیم پس باید از تعداد کل قطعات، و همچنین قطعات معیوب یکی کم کنیم.

بخش دوم) در قسمت قبل احتمال معیوب بودن را به طور کلی محاسبه کردیم حال داریم:

F_A: پیشامد این که هر دو کالا معیوب از ماشین A باشند.

$P(F_A) = \frac{10}{300} \times \frac{9}{299}$ دقیقاً مشابه قسمت قبل استدلال کردیم منتهی چون باید فقط از ماشین A باشد صورت کسرها فرق دارد.

$$P(F_A \mid F) = \frac{10/300 \times 9/299}{20/300 \times 19/299} = \frac{10\times 9}{20\times 19} = \frac{9}{38}$$

12 - ابتدا مسئله را برای یک ترتیب فشار دادن کلیدها حل می کنیم سپس آن را تعمیم می دهیم.

F: پیشامد جلو رفتن ربات B: پیشامد عقب رفتن ربات $p(F) = 2x \quad p(B) = x$

$p(F) + p(B) = 1 \rightarrow 3x = 1 \rightarrow x = 1/3 \rightarrow p(F) = 2/3 \quad p(B) = \frac{1}{3}$

منطق حکم می‌کند که ربات باید ۳ بار جلو رود و سه بار عقب آید.

$\xrightarrow[\text{فشردن دکمه}]{\text{یک حالت}}$ F F B B F B

S: پیشامد برگشتن ربات به نقطه اولیه در حالت خاص A: پیشامد برگشتن ربات به نقطه اولیه در تمام حالات

$p(S) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 1/3 \times 2/3 \times 2/3 \times 2/3$

$\rightarrow p(S) = (\frac{1}{3})^3 \times (\frac{2}{3})^3$

این برای یک حالت خاص بود، برای کل حالات باید $p(S)$ را ضرب در جایگشت های حالات مختلف فشردن کلید کنیم:

$p(A) = \frac{6!}{3!\,3!} p(S) = 20 \times (\frac{1}{3})^3 \times (\frac{2}{3})^3$

15 - $P(M \cap N) = P(M \cap N \mid A_1) P(A_1) + \cdots + P(M \cap N \mid A_k) P(A_k)$

$\xrightarrow[\text{شرط}]{\text{استقلال}} P(M \cap N \mid A_k) = P(M \mid A_k) P(N \mid A_k)$

$\longrightarrow P(M \cap N) = P(M \mid A_1) P(N \mid A_1) P(A_1) + \cdots + P(M \mid A_k) P(N \mid A_k) P(A_k)$ مستقل از N.

$\xrightarrow{P(N \mid A_k) = P(N)} P(M \cap N) = P(N) \underbrace{\left(P(M \mid A_1) P(A_1) + \cdots + P(M \mid A_k) P(A_k)\right)}_{P(M)} \rightarrow P(M \cap N) = P(M) P(N)$

3/3	تاریخ تحویل : 99/7/14	آمار و احتمال مهندسی تکلیف سری اول	سروش بیس فروش مشهد شماره دانشجویی : 810198472

17- احتمال $P_1[n]$ اینطوری تعریف می‌شود که تا تصویر n اُم فقط یک تصویر ببینیم خب واضح است که:

$$P_1[1]=1 \quad , \quad P_1[n] = 1 \times \underbrace{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \cdots \times \frac{1}{3}}_{n-1 \text{ بار}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

احتمال دیدن یک تصویر خاص

برای $P_2[n]$ داریم:

کل حالات تصویرها $= 3^n$

$$P_2[n] = \binom{3}{2} \times \frac{1}{3^n} \times (2^n - 2)$$

حالاتی که دو تصویر عین هم می‌بینیم که در واقع مربوط به $P_1[n]$ است

انتخاب دوتا از سه تصویر

جایگشت‌ها قرارگیری تصاویر: $\underbrace{2 \times 2 \times \cdots \times 2}_{n \text{ بار}}$

احتمال $P_3[n]$ بدین‌سان تعریف می‌شود که سه تصویر در خرید n اُم مشاهده شود. خب واضح است یعنی n تا خرید اول یک نوع نباشد و دو نوع نیز نباشد. پس $P_3[n]$ در واقع متمم $P_1[n]$, $P_2[n]$ است.

$$P_3[n] = 1 - P_1[n] - P_2[n] = 1 - \frac{1}{3^{n-1}} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n - \left(-\frac{2}{3^{n-1}}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{3^{n-1}} - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n = 3\left(\frac{1}{3}\right)^n - 3\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$$