



بسمه تعالی

دانشکده ی مهندسی برق و کامپیوتر

درس سیگنال ها و سیستم ها

تمرین کامپیوتری ۲



استاد: دکتر ربیعی

مهلت تحویل: ۲۴ اردیبهشت ماه ۱۴۰۰

طراح: امیرحسین ناظری

مقدمه:

هدف از این تمرین آشنایی با تبدیل فوریه و طیف سیگنال ها و پاسخ سیستم های خطی و خواص آنها، در محیط نرم افزار متلب می باشد.

تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته-زمان:

همانطور که در درس مشاهده کردید تبدیل فوریه برای سیگنال های پیوسته-زمان با استفاده از انتگرال زیر بدست می آید.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-2\pi f t} dt$$

که $X(f)$ در حالت کلی عددی مختلط است که می توان آن را به صورت اندازه (دامنه) و فاز (زاویه) نمایش دهیم.

۱. کانولوشن سیگنال های گسسته

همانطور که میدانید کانولوشن دو سیگنال گسسته-زمان $x[n]$ و $h[n]$ به صورت زیر تعریف میشود:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] * h[n-k]$$

تصویری از تعریف بالا را میتوان به این صورت شرح داد: ابتدا دنباله $h[m]$ نسبت به محور عمودی منعکس میشود و n نمونه به سمت چپ یا راست (با توجه به علامت n) جابجا می شود. سپس دنباله $h[n-m]$ در دنباله $x[m]$ ضرب میشود و حاصل جمع دنباله حاصل را بدست می آید. این تصویر از ویژگی خطی بودن و تغییر ناپذیری با زمان سیستم های گسسته بدست می آید.

در متلب تابعی به نام conv وجود دارد که دو سیگنال را در هم کانوالو می کند و همچنین اگر فرض کنیم سیگنال $x[n]$ فقط در بازه ای به طول N_x و سیگنال $h[n]$ فقط در بازه ای به طول N_h مقدار غیر صفر داشته باشند، آنگاه سیگنال $y[n]$ فقط در بازه $N_h + N_x - 1$ غیر صفر خواهد بود.

این تابع هیچ اطلاعاتی راجع به اندیس زمانی (ماتریس index های n) سیگنال $y[n]$ را بر نمی گرداند.

تابع convIndices را پیاده کنید به طوری که اندیس های زمانی $x[n]$ و $h[n]$ گرفته و اندیس های زمانی $y[n]$ را بر می گرداند.

*راهنمایی: برای پیدا کردن ارتباط بین اندیس های $x[n]$ و $h[n]$ با اندیس های زمانی $y[n]$ دو سیگنال زیر را به صورت دستی در یک دیگر کانوالو کنید و اندیس زمانی خروجی را بر حسب a, b, c, d بدست آورید و سپس آنرا به ازای هر سیگنال ورودی بین $[a, b]$ و هر پاسخ ضربه بین $[c, d]$ تعمیم دهید و تابع convIndices را پیاده کنید.

$$h[n] = \delta[n - a] + \delta[n - b]$$

$$x[n] = \delta[n - c] + \delta[n - d]$$

حال به ازای ورودی و پاسخ ضربه زیر ، خروجی سیستم LTI را محاسبه کنید توسط دستور stem آنرا رسم کنید.

$$x[n] = \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)u[n - 3] \quad . \quad 0 \leq n \leq 20$$

$$h[n] = u[n - 1] \quad . \quad 0 \leq n \leq 10$$

۱.۱ پیاده سازی تابع کانولوشن

تابعی همانند تابع conv متلب پیاده سازی کنید و کانولوشن دو سیگنال زیر را با تابع خودتان و conv متلب بررسی کنید.

*نکته: به سریعترین الگوریتم ها ۲۰ نمره امتیازی تعلق می گیرد.

$$x[n] = \frac{1}{2^{1-n}}(u[n + 2] - u[n - 5]) \quad . \quad -10 \leq n \leq 10$$

$$h[n] = e^{2n-1} \quad . \quad -5 \leq n \leq 20$$

۲. طیف سیگنال

۱.۲ رسم و اصلاح طیف سیگنال

هدف از این بخش آشنایی با روش بدست آوردن تبدیل فوریه ی (طیف) سیگنال ها در نرم افزار متلب می باشد.

در نرم افزار متلب تابعی به نام `fft` وجود دارد که با استفاده از یک روش عددی تبدیل فوریه سیگنال های پیوسته را محاسبه می کند، با استفاده از `Help` متلب و سایر منابع، درباره این تابع تحقیق کنید و نحوه ی کارکرد آن را در گزارش کار ذکر کنید. حال در نرم افزار متلب سیگنال زیر را تعریف کنید و با استفاده از تابع فوق، تبدیل فوریه آن را بدست آورده سپس اندازه و فاز آن را ترسیم نمایید.

$$x_1 = e^{-20|t|} \quad f_s = 100 \quad -30 < t < 30$$

همانطور که در قسمت قبل مشاهده کردید، نمودار اندازه تبدیل فوریه، شباهتی به چیزی که توقع داریم ندارد. مراحل اصلاح طیف خروجی به شرح زیر می باشند:

۱- تابع `fft` یک شیفت ناخواسته در تبدیل فوریه خروجی خود ایجاد می کند که با استفاده از تابع `fftshift`، طیف سیگنال اصلاح می شود. نحوه ی عملکرد تابع `fftshift` را در گزارش کار خود ذکر کنید.

۲- یکی دیگر از اعمال ناخواسته ای که تابع `fft` در خروجی اعمال می کند این است که دامنه ی تبدیل فوریه را با یک ضریب، افزایش می دهد، که باید در انتها اثر آن را در دامنه تبدیل فوریه خروجی از بین برد. این ضریب را پیدا کرده و با ذکر دلیل در گزارش کار خود توضیح دهید.

۳- برای نمایش صحیح طیف خروجی، محور فرکانس را طوری باید درجه بندی کرد که به درستی نشان دهد اندازه یا فاز مربوطه در چه فرکانسی رخ داده است. توضیح دهید که محور فرکانس طیف خروجی بعد از اعمال تابع `fftshift` به چه صورتی است؟

سپس با استفاده از توضیحات فوق تبدیل فوریه اصلاح شده ی سیگنال x_1 را ترسیم کنید و همچنین نمودار خروجی را با نمودار حاصل از حل دستی مقایسه کنید.

۲.۲ خواص تبدیل فوریه سیگنال

در این قسمت، بخشی از خواص تبدیل فوریه (حوزه فرکانس) متناسب با سیگنال (حوزه ی زمان) را بررسی می کنیم.

۱.۲.۲

با استفاده از بخش ۱.۲ اندازه طیف سیگنال زیر را رسم کنید.

$$x_2(t) = \text{sinc}^2\left(\frac{5t}{2}\right) \quad f_s = 100 \quad -30 < t < 30$$

۲.۲.۲ خاصیت مقیاس

طیف سیگنال $x_3(t) = x_2(4t)$ رسم کنید و سپس تغییر مشاهده شده در اندازه ی طیف را توجیه کنید.

۳.۲.۲ خاصیت مدولاسیون

طیف سیگنال $x_4(t) = x_3(t) \times \cos(2\pi \times 40t)$ رسم کنید و سپس تغییر مشاهده شده در اندازه ی طیف را توجیه کنید.

۳.۲ کاربرد تبدیل فوریه در سیستم های LTI

در این بخش قصد داریم پاسخ یک سیستم LTI را از دو روش الف) کانولوشن- در حوزه ی زمان ب) تبدیل فوریه- در حوزه ی فرکانس بدست آوریم.

همانطور که می دانیم پاسخ سیستم های LTI در حوزه ی زمان و فرکانس به صورت زیر بدست می آیند.

input: $x(t) \rightarrow X(f)$ impulse response: $h(t) \rightarrow H(f)$ output: $y(t) \rightarrow Y(f)$

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$Y(f) = X(f)H(f) \rightarrow y(t) = F^{-1}\{X(f)H(f)\} \quad \text{رابطه (1)}$$

$$\text{where. } x(t) = \Pi(t) \quad . \quad h(t) = \Pi(t) + \Pi\left(\frac{t}{2}\right)$$

۱.۳.۲ پاسخ سیستم در حوزه ی زمان

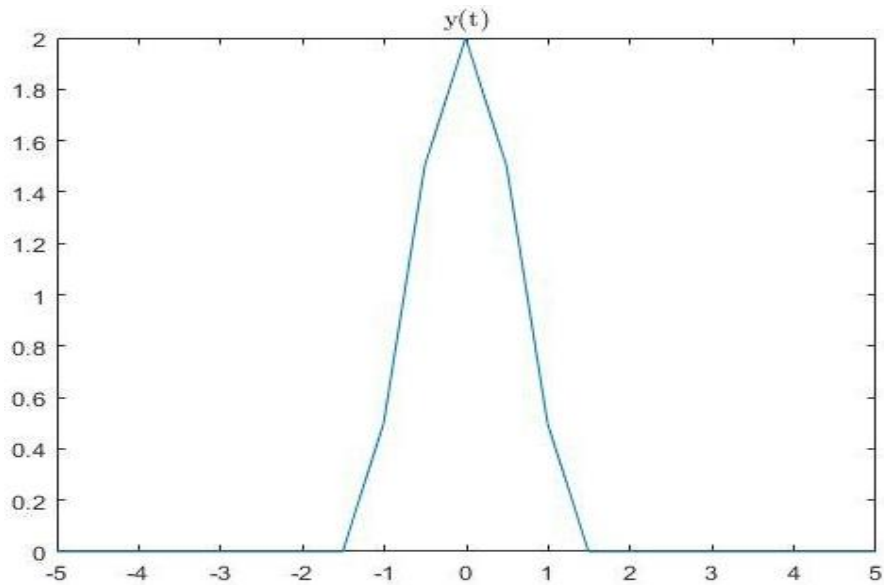
پاسخ سیستم LTI با پاسخ ضربه ی $h(t)$ را به ورودی $x(t)$ با استفاده از تابع $conv$ متلب بدست آورده و رسم کنید.

۲.۳.۲ پاسخ سیستم در حوزه ی فرکانس

در این قسمت با استفاده از رابطه ی ۱، پاسخ سیستم LTI را ابتدا در حوزه فرکانس و سپس در حوزه ی زمان بدست آورده و رسم کنید.

*برای محاسبه تبدیل فوریه ی معکوس می توانید از توابع `ifft` , `ifftshift` استفاده کنید.

**خروجی سیستم در حوزه ی زمان در هر دو بخش فوق باید به صورت زیر باشد.



شکل ۱ - خروجی سیستم LTI

نکات تحویل:

- فایل های خود را به صورت زیپ شده با فرمت CA#2_full name_student number در صفحه ی درس آپلود کنید.
- هدف این تمرین یادگیری شماسست. در صورت کشف تقلب مطابق قوانین درس با آن برخورد خواهد شد.
- سیاست تحویل با تاخیر در فایل قوانین تمرین های کامپیوتری آورده شده است.
- سوالات خود در خصوص این تمرین را در گروه تلگرامی درس و نیز از طریق ایمیل زیر می توانید مطرح نمایید:

ah.nazeri1@gmail.com

موفق باشید...