



به نام خدا

تمرین کامپیوتری دوم

مخابرات بی سیم - نیمسال دوم 01-02



دکتر صباغیان

مسئول تمرین: محمدحیدری، اویس دل افروز

بخش اول: کانال باند باریک

یک سیستم وایرلس در نظر بگیرید فرض کنید کانال باند باریک باشد و پس از نمونه برداری، سیگنال دریافتی در لحظه m به صورت رابطه زیر باشد:

$$y[m] = h[m]x[m] + \omega[m]$$

که در رابطه اخیر $\omega[m] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ و $h[m] \sim \mathcal{CN}(0, 1)$.

1) فرض کنید از مودولاسیون $BPSK$ برای ارسال داده استفاده شده باشد. به عبارتی $x[m] = \pm a$

الف: نمودار احتمال خطای بهینه را بر حسب SNR در بازه $[-20 \text{ dB}, 20 \text{ dB}]$ رسم کنید.

ب: نمودار قسمت الف را در حالتی که کانال محوشدگی نداشته باشد (به عبارتی $h[m] = 1$) رسم کنید.

ج: احتمال خطای بهینه را به صورت تئوری برای قسمت (ب) بدست آورید. برای رسیدن به احتمال خطای $P_e = 10^{-6}$ مقدار SNR چند dB باید باشد؟

2) فرض کنید برای ارسال بیت 1 در دو بازه زمانی متوالی به ترتیب سمبل 0 و α ارسال شود.

الف: نحوه تصمیم گیری بهینه و احتمال خطای بهینه را به صورت تئوری بر حسب SNR بدست آورید و نمودار آن را با استفاده از رابطه بدست آمده در بازه $[-20 \text{ dB}, 20 \text{ dB}]$ رسم کنید.

ب: نمودار احتمال خطای بهینه را براساس شبیه سازی بدست آورده و رسم کنید.

ج: با استفاده از رابطه بدست آمده در (الف) برای رسیدن به احتمال خطای $P_e = 10^{-6}$ مقدار SNR چند dB باید باشد؟ این مقدار چند dB با قسمت (ج) سوال 1 تفاوت دارد؟

3) حال فرض کنید اطلاعات کانال (مقادیر $h[m]$) به صورت کامل درگیرنده معلوم باشد. فرض کنید از مودولاسیون $BPSK$ برای ارسال داده استفاده شده باشد. به عبارتی $x[m] = \pm a$

الف: نحوه تصمیم گیری بهینه در گیرنده و همچنین احتمال خطای بهینه آشکارسازی سمبل $x[m]$ در گیرنده را بصورت تئوری برحسب $h[m]$ و میزان SNR بدست آورید و سپس مقدار میانگین احتمال خطا را برحسب SNR بدست آورید و نمودار آن را در بازه $[-20 \text{ dB}, 20 \text{ dB}]$ رسم کنید. برای رسیدن به احتمال خطای $P_e = 10^{-6}$ حداقل میزان SNR چند dB باید باشد.

ب: با استفاده از شبیه سازی نیز، نمودار احتمال خطای قسمت قبل را رسم کنید و منحنی بدست آمده را همراه با منحنی احتمال خطای بدست آمده در قسمت (ب) سوال 2 در یک نمودار رسم کنید. این دو نمودار در SNR های به اندازه کافی بزرگ چند dB تفاوت دارند؟

ج: باتوجه به نتایج بدست آمده، به نظر شما آیا دانستن اطلاعات کانال در گیرنده مزیت قابل توجهی نسبت به نداشتن این اطلاعات (مانند سوال 2) داشته است؟

4) مانند سوال 3 فرض کنید اطلاعات کانال درگیرنده معلوم باشد. فرض کنید از مودولاسیون QPSK برای ارسال داده استفاده شده باشد.

الف: نمودار احتمال خطای بهینه را برحسب SNR هم به صورت تئوری و هم به صورت شبیه سازی بدست آورده و در بازه $[-10 \text{ dB}, 10 \text{ dB}]$ رسم کنید.

ب: نسبت به سوال 2 در SNR های بالا، نمودار احتمال خطا چند dB تفاوت دارد؟ آیا احتمال خطا بهبود یافته است؟

5) در این سوال می خواهیم از روش دایورسیتی در زمان استفاده کنیم. فرض کنید برای ارسال سمبل x به تعداد L بار، این سمبل را ارسال کنیم و سپس در گیرنده این سمبل را آشکار کنیم. به عبارتی سیگنال دریافتی در ارسال i ام به صورت زیر است:

$$y_i = h_i x + \omega_i, \quad L \geq i \geq 1$$

که در رابطه اخیر $\omega_i \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$.

الف: توضیح دهید در این روش، فاصله زمانی بین ارسال سمبل ها چقدر باید باشد؟ (این قسمت نیازی به شبیه سازی ندارد)

ب: فرض کنید مودولاسیون BPSK در فرستنده استفاده کرده باشیم. به عبارتی $x = \pm a$. نحوه تصمیم گیری بهینه و همچنین احتمال خطای بهینه را برحسب SNR بدست آورید و سپس هم با استفاده از رابطه بدست آمده و هم به صورت شبیه سازی احتمال خطا را برای هر $L \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ برحسب SNR در بازه $[-10 \text{ dB}, 10 \text{ dB}]$ در یک نمودار رسم کنید. منحنی های بدست آمده را مقایسه و تحلیل کنید.

6) در این سوال می خواهیم از دایورسیتی در مکان استفاده کنیم. فرض کنید M آنتن در گیرنده و یک آنتن در فرستنده داشته باشیم. فرض کنید آنتن های گیرنده به اندازه کافی از هم فاصله داشته باشند تا بهره کانال در آنها از هم مستقل شود. به عنوان مثال اگر $M = 2$ آنگاه سیگنال دریافتی در بازه زمانی m ام به صورت زیر است:

$$y[m] = h_1[m]x_1[m] + h_2[m]x_2[m] + \omega[m], \quad L \geq i \geq 1$$

الف: توضیح دهید چگونه میتوان با استفاده از این ساختار، سیستم سوال 5 (دایورسیتی در زمان) را پیاده سازی کرد؟ (این قسمت نیازی به شبیه سازی ندارد)

ب: فرض کنید $M = 2$ و مدولاسیون در فرستنده را BPSK فرض کنید. برای ارسال سمبل x_1, x_2 از کد الموتی استفاده کنید و با استفاده از تصمیم گیری بهینه احتمال خطا را در گیرنده در بازه $[-10 \text{ dB}, 15 \text{ dB}]$ رسم کنید.

راهنمایی: در طول درس دیدیم که در روش الموتی، از دو بازه زمانی متوالی برای ارسال دو سمبل u_1, u_2 استفاده می شود. به طور دقیق تر در بازه زمانی m ام $x_1[m] = u_1$ و $x_2[m] = u_2$ و در بازه زمانی بعدی $x_1[m+1] = -u_2^*$ و $x_2[m+1] = u_1^*$ انتخاب می شود. همچنین فرض می شود بهره کانال در این دو بازه زمانی متوالی ثابت باشد یعنی $h_1 = h_1[m] = h_1[m+1]$ و همچنین $h_2 = h_2[m] = h_2[m+1]$. در این صورت سیگنال دریافتی در این دو بازه زمانی به فرم برداری به صورت زیر است:

$$[y[m], y[m+1]] = [h_1 \quad h_2] \begin{bmatrix} u_1 & -u_2^* \\ u_2 & u_1^* \end{bmatrix} + [\omega_1 \quad \omega_2]$$

که در رابطه اخیر $\omega_i \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ و مستقل هستند.

ج: توضیح دهید از لحاظ احتمال خطا و نرخ ارسال، روش قسمت (ب) چه مزیت(ها)یی نسبت به سوال 5 (برای $L = 2$) دارد؟ (این قسمت نیازی به شبیه سازی ندارد)

بخش دوم: کانال فرکانس گزین

در این بخش فرض کنید، کانال فرکانس گزین یا به عبارتی پهن باند باشد. بنابراین سیگنال دریافتی در لحظه k در حوزه گسسته (پس از نمونه برداری) به صورت زیر است:

$$y[k] = \sum_i h_i[k]x[k-i] + \omega[k] \quad (1)$$

که در رابطه اخیر، $h_i[k] \sim \mathcal{CN}(0, N_0)$ تپ i ام کانال در لحظه k می باشد. فرض کنید L تعداد کل تپ های کانال باشد. در این صورت رابطه (1) به صورت رابطه زیر ساده می شود:

$$y[k] = \sum_{i=0}^{L-1} h_i[k]x[k-i] + \omega[k] \quad (2)$$

فرض کنید پهنای باند کانال $W = 20 \text{ MHz}$ ، زمان همدوسی کانال $T_c = 5 \text{ ms}$ و گستردگی تاخیر کانال برابر $T_d = 10 \mu\text{s}$ باشد. می خواهیم یک پیام به طول $N = 10^8$ بیت را در این کانال به سمت گیرنده ارسال کنیم. یک سیستم $OFDM$ برای ارسال این پیام طراحی کنید. فرض کنید n_c تعداد زیرحامل ها، cp طول پیشوند گردشی باشد. بیت های پیام را به صورت تصادفی (با احتمال $\frac{1}{2}$ بیت صفر و احتمال $\frac{1}{2}$ بیت 1) تولید نمایید. مدولاسیون را $BPSK$ فرض کنید. فرض کنید تپ های کانال در طول یک بازه زمانی به طول T_c تغییرات کمی دارند و برای سادگی ثابت فرض کنید.

- 1) تعداد تپ های کانال L و طول پیشوند گردشی cp چقدر است؟
- 2) باتوجه به اطلاعات داده شده، با ذکر دلیل، مقدار مناسبی برای تعداد زیرحامل ها در هر بلاک $OFDM$ انتخاب کنید.
- 3) تعداد کل بلاک های $OFDM$ برای ارسال کل پیام چقدر است؟
- 4) بلاک دیاگرام سیستم (به عنوان مثال بلاک $IFFT$ ، بلاک اضافه کردن CP و ...) را به صورت کامل در فرستنده و گیرنده رسم کنید و هر بلاک را توضیح دهید. فرض کنید مجموع توان زیرحامل ها P_{max} باشد. همچنین فرض کنید اطلاعات کانال در فرستنده معلوم باشد و از روش $Waterfilling$ برای تخصیص توان هر زیرحامل استفاده نمایید.

راهنمایی: در روش $Waterfilling$ تخصیص توان در زیرحامل i ام از رابطه (3) بدست می آید:

$$P_i^* = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{N_0}{|H_i|^2} \right)^+ \quad (3)$$

که در رابطه اخیر، $x^+ = \max(x, 0)$ و \underline{H} ، n_c نقطه ای L تپ کانال می باشد. مقدار λ با توجه به قید

$$\sum_{i=0}^{n_c-1} P_i^* = P_{max}$$

بدست می آید.

5) سیستمی که در سوال 4 طراحی کرده اید را در متلب شبیه سازی کنید و نمودار ظرفیت کانال و احتمال خطا را برحسب

$SNR = \frac{P_{max}}{N_0 n_c}$ رسم کنید. ظرفیت کانال از رابطه زیر بدست می آید:

$$\sum_{i=0}^{n_c-1} \log \left(1 + \frac{P_n |H_n|^2}{N_0} \right) \frac{bits}{OFDM Symbol} \quad (4)$$

6) به جای روش Waterfilling در سوال 4 از روش دایورسیتی در مکان در گیرنده برای جبران محوشدگی در گیرنده استفاده نمایید (توان هر زیرحامل را $\frac{P_{max}}{n_c}$ در نظر بگیرید). فرض کنید در گیرنده تعداد 10 آنتن که فاصله بین این آنتن ها به اندازه کافی بزرگ است در اختیار داریم. از روش MRC در گیرنده استفاده کنید و نمودار احتمال خطا را برحسب $SNR = \frac{P_{max}}{N_0 n_c}$ رسم کنید.

7) به جای روش دایورسیتی در سوال 6 از روش همسان سازی در گیرنده با معیار ZF و MMSE استفاده کنید. برای هر یک از این دو معیار ، سیستم را شبیه سازی کرده و نمودار احتمال خطا را بدست آورید.

8) در سوال 7 فرض کنید به اندازه $0.8 \max(|X_k|)$ در خروجی IFFT اثر clipping رخ دهد، نمودار احتمال خطا را برحسب $SNR = \frac{P_{max}}{N_0 n_c}$ رسم کنید. (از معیار MMSE استفاده کنید).

❖ نکات کلی درباره‌ی تمرین کامپیوتری:

1. توجه کنید برای انجام پروژه بایستی از **متلب** استفاده کنید.
2. گزارش تمرین بخش بزرگی از نمره‌ی شما را تشکیل خواهد داد و بدون داشتن گزارش نمره صفر در نظر گرفته خواهد شد.
3. فایل نهایی باید به صورت zip با عنوان زیر در سایت درس آپلود شود.
YourFirstName_YourLastName_YourStudentNumber.zip
فایل نهایی شامل گزارش شما به صورت pdf با عنوان زیر و یک پوشه با عنوان **Codes** که شامل تمام فایل‌های کد متلب است خواهد بود.
Report_YourStudentNumber.pdf
4. نام‌گذاری فایل‌های کد بایستی روشن و واضح باشد. در صورت مشاهده مغایرت نتایج گزارش شده در فایل pdf گزارش با نتایج بدست آمده از اجرای کدها، کل نمره سوال مربوطه صفر در نظر گرفته خواهد شد.
5. فایل گزارش بایستی به **زبان فارسی** داخل word یا با ویرایشگر زبان latex نوشته شود و سپس خروجی آن در قالب pdf داخل فایل zip نهایی قرار گیرد. خروجی pdf از Livescript متلب تصحیح نخواهد شد.
6. در صورت وجود هرگونه پرسش و ابهام با مسئولین تمرین در ارتباط باشید.
7. در صورت مشاهده مشابهت در گزارش یا کدها، نمره صفر برای تمامی افراد مشارکت کننده لحاظ خواهد شد. همچنین هر نشانه‌ای مبنی بر اینکه فایل آپلود شده حاصل تلاش شما نباشد نیز تقلب محسوب شده و نمره صفر در پی خواهد داشت.