



## Tentamen 27 juni 2012, vragen

Basiswiskunde (Technische Universiteit Eindhoven)

**Tentamen Basiswiskunde, 2DL00, woensdag 27 juni 2012, 18.30–21.30 uur.**

---

Het tentamen bestaat uit 13 opgaven.

De antwoorden en uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden.

U mag géén gebruik maken van een laptop, een grafische of programmeerbare rekenmachine, een formulekaart, boeken en ander schriftelijk materiaal.

U mag een eenvoudige rekenmachine alleen ter controle gebruiken.

---

1. Los de ongelijkheid  $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} \leq x$  op.
2. Beschouw de functie  $f$  met  $f(x) = 2 \ln(1-x)$ .
  - (a) Laat zien dat de functie  $f$  eenduidig (one-to-one) is.
  - (b) Bepaal het domein  $D(f^{-1})$  en het bereik  $R(f^{-1})$  van de inverse functie.
  - (c) Bepaal de inverse functie  $f^{-1}(x)$ .
3. Beschouw de functie  $f$  met  $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$ . Het Taylorpolynoom van orde 2 rond  $a = 0$  wordt met  $p_2(x)$  aangegeven.
  - (a) Bepaal het Taylorpolynoom  $p_2(x)$ .
  - (b) Geef met behulp van  $p_2$  een benadering voor  $\sqrt[3]{1.03}$ .
  - (c) Geef een geschikt interval waarbinnen  $\sqrt[3]{1.03}$  ligt.
4. Bepaal de vergelijking van de raaklijn in het punt  $P : (1, -2)$  aan de kromme  $K$ , impliciet gegeven door de vergelijking  $x^3 + xy + y^2 = 3$ .
5. Bewijs de identiteit  $\frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)} = \tan(x)$ .
6. Gegeven is dat  $\varphi = \arctan(2x)$ .  
Bereken  $\cos(\varphi)$ ,  $\sin(\varphi)$  en  $\tan(2\varphi)$ .  
Notatie:  $\arctan = \tan^{-1}$
7. Toon aan dat  $\frac{\sqrt[3]{8+x} - 2}{x} \leq \frac{1}{3}$  voor alle  $x$  in  $\mathbb{R}$  met  $x > 0$ .  
Hint: gebruik de middelwaardestelling.

zie volgende pagina

8. Beschouw de functie  $f$  met  $f(x) = xe^{x^2-3x}$ .  
Op welke intervallen is de functie  $f$  monotoon stijgend?
9. (a) Bepaal het Taylorpolynoom van orde 2 rond  $a = 1$  van de functie  $f(x) = \ln(2 - x)$ .  
(b) Bereken  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{\ln(2 - x)}{(x - 1)^2} + \frac{1}{x - 1} \right)$ .
10. Bereken de integraal  $\int_0^\pi x \sin(x) \cos(x) dx$ .
11. Beschouw de integraal  $I_0 = \int_e^{e^2} \frac{\ln^2(\ln(x))}{\ln(x)x} dx$ .  
(a) Herschrijf de integraal  $I_0$  met behulp van de substitutie  $u = \ln(x)$ .  
(b) Bereken de integraal  $I_0$ .
12. Beschouw de functie  $F$  met  $F(x) = \int_0^{x^2} e^{t^2}(1 - t) dt$ .  
Bepaal  $F'(x)$ .  
Hint: reken de integraal niet uit.
13. Bereken  $\int x^3 e^{x^2} dx$ .

---

Voor de onderdelen van de opgaven kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Opgave 1: 3 punten	Opgave 4: 2 punten	Opgave 9b: 3 punten
Opgave 2a: 1 punt	Opgave 5: 3 punten	Opgave 10: 3 punten
2b: 2 punten	Opgave 6: 3 punten	Opgave 11a: 2 punten
Opgave 3a: 1 punt	Opgave 7: 2 punten	11b: 2 punten
3b: 2 punten	Opgave 8: 2 punten	Opgave 12: 3 punten
3c: 2 punten	Opgave 9a: 1 punt	Opgave 13: 3 punten

Het cijfer voor het tentamen wordt bepaald door het totaal der behaalde punten van dit gedeelte door 4 te delen en tot een geheel getal af te ronden.

Bij het vaststellen van het cijfer wordt een bonusregeling toegepast.

---