Tentamen 25 juni 2014, vragen

Basiswiskunde (Technische Universiteit Eindhoven)

TECHNISCHE UNIVERSITEIT EINDHOVEN
Faculteit Wiskunde en Informatica

Tentamen Basiswiskunde, 2DL00, woensdag 25 juni 2014, 18.30–21.30 uur

---

Het tentamen bestaat uit 13 opgaven.
De antwoorden en uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en helder opgeschreven te worden. Antwoorden moeten onderbouwd zijn.
U mag géén gebruik maken van een laptop, een grafische of programmeerbare rekenmachine, of schriftelijk materiaal.
U mag alleen ter controle een eenvoudige rekenmachine gebruiken.

---

1. Bepaal alle oplossingen x van de ongelijkheid $\mathrm{e}^{2x} - 6\,\mathrm{e}^{x} + 8 > 0$.

2. Schets in het platte vlak de verzameling van punten (x, y) die zowel aan de ongelijkheid $y \geq x^2 - x$ als aan de ongelijkheid $y \leq |x|$ voldoen.

3. Beschouw in het platte vlak de kromme C door het punt $P(1, 0)$ gegeven door de vergelijking $x\,\mathrm{e}^{y} + x^2\sqrt{1-y} = 2$.

   (a) Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de kromme C in het punt P.

   (b) Bepaal de vergelijking van de normaallijn in het punt P, dat is de lijn die loodrecht op de raaklijn uit onderdeel (a) staat.

4. Beschouw de functie f gedefinieerd door $f(x) = \arctan(x)$ voor alle x in $\mathbb{R}$.
   Bepaal het Taylorpolynoom van f van orde 2 rond het punt $a = 1$.

5. Laat zien dat $\dfrac{\sin^3(x)}{1-\cos(x)} - \dfrac{\sin^3(x)}{1+\cos(x)} = \sin(2\,x)$.

6. Gegeven is dat $\varphi = \arctan(\dfrac{x}{2})$ met $x > 0$.

   Druk $\sin(\varphi)$ en $\sin(\varphi + \dfrac{\pi}{4})$ met behulp van x uit.

   Notatie: $\arctan = \tan^{-1}$

7. Laat met behulp van de middelwaardestelling (Mean-Value Theorem) zien dat voor alle x in $\mathbb{R}$, $x \neq 1$, geldt dat $\dfrac{\ln(1+x^2) - \ln(2)}{x-1} \leq 1$.

8. Beschouw de functie f met $f(x) = \cos^3(x)\,\sin(x)$.
   Bepaal de linearisatie van f rond het punt $a = \dfrac{\pi}{4}$.

zie volgende pagina

9. Bereken $\lim_{x \to 1} \dfrac{\sqrt{x+1}\,\ln(x)}{x^2-1}$.

10. Bepaal de onbepaalde integraal $\int e^{-x} \cos(\frac{x}{2})\, dx$.

11. Bereken de integraal $\int_0^1 \dfrac{1}{x+1} \cdot \dfrac{1}{\ln(x+1)+1} dx$.

12. Beschouw de functie f gedefinieerd door $f(x) = \sqrt{x} \cdot e^{\sqrt{x}}$ voor alle x in $\mathbb{R}$ met $x \geq 0$.

    (a) Bereken de integraal $\int_0^4 f(x)\, dx$.

    (b) Bepaal de gemiddelde waarde van f over het interval $[0, 4]$.

13. Vereenvoudig de uitdrukking $\dfrac{d}{dx}\left(\int_0^{\ln(x)} e^t \cdot \sqrt{1+t^2}\, dt\right)$ zonder de integraal uit te rekenen.

Voor de onderdelen van de opgaven kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Opgave	1:	4	punten	Opgave	5:	4	punten	Opgave	10:	3	punten
Opgave	2:	4	punten	Opgave	6:	4	punten	Opgave	11:	4	punten
Opgave	3a:	2	punten	Opgave	7:	4	punten	Opgave	12a:	3	punten
	3b:	2	punten	Opgave	8:	3	punten		12b:	1	punt
Opgave	4:	4	punten	Opgave	9:	4	punten	Opgave	13:	4	punten

Het cijfer voor dit tentamen wordt bepaald door het totaal der behaalde punten van dit gedeelte door 5 te delen en tot een geheel getal af te ronden.

Er is bij dit vak een bonusregeling (oncourse.tue.nl) van kracht.
