Лабораторна робота № 9 Рекурсивні алгоритми

Мета роботи: навчитися розробляти рекурсивні алгоритми і програмувати їх засобами мови С з використанням функцій.

Завдання. Переробити розроблений у лабораторній роботі № 8 алгоритм модульної структури, замінивши функцію, у якій для обчислення наближеного значення ряду використано цикл, рекурсивною функцією, також замінити функцію для введення і перевірки правильності введених даних з використанням циклів функцією з використанням кількох рекурсивних функцій. Функції для обчислення точного значення заданої функції і виведення результатів залишити без змін. Обмін інформацією здійснювати через параметри **без використання глобальних змінних**.

Коментарі в програмі обов'язкові (17-25%; не забувайте в коментарях писати **прізвище, групу, варіант, назву роботи**).

Звіт не оформляти — **захищати будете повністю коментовану програму**.

Варіанти завдань (номер варіанту відповідає номеру студента за списком)

Хоч ряди, для яких не вказано проміжок збіжності, збігаються на всій числовій прямій, при розрахунках брати проміжок $[-10,10]$.

1. $\dfrac{1}{\sqrt{1-4x}} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n)!\,x^n}{(n!)^2}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25)$

2. $\cos x - 1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$

3. $chx - 1 = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} - 1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$

4. $\dfrac{1}{(1-4x)\sqrt{1-4x}} - 1 - 6x = \sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{(2n+1)!\,x^n}{(n!)^2}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25)$

5. $1 + (x-1)e^x - \dfrac{x^2}{2} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(n+1)x^{n+2}}{(n+2)!}$

6. $\dfrac{1}{2} - x - \dfrac{\sqrt{1-4x}}{2} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(2n)!\,x^{n+1}}{(n!)^2 (n+1)}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25)$

7. $chx = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{(2n)!}$

8. $e^x - 1 = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{n+1}}{(n+1)!}$

9. $x\cos 3x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n 3^{2n} x^{2n+1}}{(2n)!}$

10. $\ln 2 - \ln(1 + \sqrt{1-4x}) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n+1)!\,x^{n+1}}{((n+1)!)^2}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25]$

11. $\dfrac{1 - \sqrt{1-4x}}{2} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n)!\,x^{n+1}}{n!(n+1)!}$ при $x \in (-0{,}25; 0{,}25)$

12. $\dfrac{e^x - e^{-x} + 2\sin x}{4} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{4n+1}}{(4n+1)!}$

13. $\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{1-4x}}{2} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n)!\,x^{n+1}}{(n!)^2 (n+1)}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25)$

14. $\ln\dfrac{2}{1+\sqrt{1-4x}} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(2n-1)!\,x^n}{(n!)^2}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25]$

15. $\dfrac{1}{(1-4x)\sqrt{1-4x}} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n+1)!\,x^n}{(n!)^2}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25)$

16. $1 + (x-1)e^x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(n+1)x^{n+2}}{(n+2)!}$

17. $\dfrac{e^x - e^{-x} - 2\sin x}{4} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{4n+3}}{(4n+3)!}$

18. $\dfrac{1 - 2x - \sqrt{1-4x}}{4} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n+1)!\,x^{n+2}}{n!(n+2)!}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25]$

19. $\dfrac{(1-4x)\sqrt{1-4x} + 6x - 1}{12} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n)!\,x^{n+2}}{n!(n+2)!}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25]$

20. $x - \sin x = \sum\limits_{n=2}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n-1}}{(2n-1)!}$

21. $\sin x - x = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

22. $\dfrac{e^x + e^{-x} + 2\cos x}{4} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{4n}}{(4n)!}$

23. $e^{x^2} - 1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{n!}$

24. $shx = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

25. $\dfrac{(1-4x)\sqrt{1-4x} + 6x(1-x) - 1}{12} = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(2n+2)!\,x^{n+3}}{(n+1)!(n+3)!}$ при $x \in [-0{,}25; 0{,}25]$

26. $x\cos x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n)!}$

27. $(x-1)e^x + 1 = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{x^{n+2}}{n!(n+2)}$

28. $shx - x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2} - x = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

29. $a^x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(\ln a)^n x^n}{n!}$ $(a > 0,\ a \neq 1)$

30. $\sin x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

31. $\cos x = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}$

Приклад використання рекурсивних функцій.

Рекурсивний алгоритм ведення даних з перевіркою правильності.

```
/* Введення значення x */
void vvid_x(double *x) {
  printf("Введіть значення x в межах від -10 до 10:   ");
  scanf("%lf",x);
  fseek(stdin,0,SEEK_END);
  if (*x<-10 || *x>10) {
    printf("\tневірне значення x\n");
    vvid_x(x);
  }
}
```

Обчислення наближеного значення функції $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$. Загальний член ряду $a_n = \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ можна подати рекурентною формулою $a_n = \frac{-x^2}{2n\cdot(2n+1)} a_{n-1}$ при $a_0 = x$.

```
/* Обчислення наближеного значення функції sin(x) */
double fiter(double x, double eps, int k) {
  int n;   // має бути не локальною змінною, а параметром
  n=0;   // при n=0 перший член ряду a0=x,
         // початкове значення суми s=a0=x,
         // множник -x*x/2. не залежить від n
  return x+sin_eps(&n, x, x, -x*x/2., eps, k);
}
/* Рекурсивне обчислення значення функції sin(x)
   з точністю eps, починаючи з другого доданка */
double sin_eps(int *n, double x, double an,
               double r, double eps, int k) {
  double s;    // накопичує результат обчислення
  (*n)++;   // номер ітерації (рекурсивного виклику)
  /* Обчислюються наступні члени ряду */
  an=r/(*n)/(2.*(*n)+1.)*an;
  if (fabs(an)>=eps && (*n)<k)   // умова продовження рекурсії
    s=sin_eps(n, x, an, r, eps, k);   // рекурсивне звернення
  else
    s=0;   // щоб при останньому зануренні повернути тільки an
  return s+an;
}
```

Також як зразки див. приклади 7.5.4 і 7.5.8 з "Алгоритми та структури даних. Основи алгоритмізації", 2022, стор. 255-266.