МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)»

Институт №3 **Кафедра №301**

Курсовой проект по дисциплине

«Проектирование систем автоматического управления ЛА»

на тему:

«Проектирование системы автоматического управления боковым движением самолёта на режиме полета №1»

Выполнил студент группы М30-501С-18
Дзуцев С. С.

Принял преподаватель:
Мулин П. В.

Москва 2022

Содержание

Задание

1. Разработать систему управления углом крена на указанном режиме полета, удовлетворяющую требованиям к точности, быстродействию и качеству процессов управления.

– Разработать функциональную и структурную схемы.
– Выбрать параметры законов управления.

2. Разработать систему управления углом рыскания при использовании плоского разворота на указанном режиме полета, удовлетворяющую требованиям к точности, быстродействию и качеству процессов управления.

– Разработать функциональную и структурную схемы.
– Выбрать параметры законов управления.

3. Разработать систему управления углом рыскания при использовании координированного разворота на указанном режиме полета, удовлетворяющую требованиям к точности, быстродействию и качеству процессов управления:

– Разработать функциональную и структурную схемы.
– Выбрать параметры законов управления.

Исходные данные и требования к системам

Линейная математическая модель привода имеет передаточную функцию:

$$W_{\text{пр}}(s) = \frac{\omega_{\text{пр}}^2}{s^2 + 2\xi_{\text{пр}}\omega_{\text{пр}}s + \omega_{\text{пр}}^2}$$

где $\omega_{\text{пр}} = 20\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$; $\xi_{\text{пр}} = 0.707$.

N	H, км	M	V, м/с	$\bar{Z}^{\beta}, 1/c$	$\sin\alpha_0$	$\cos\alpha_0$	$\frac{g}{V}, 1/c$
16	5	0.6	192	-0.2	0.08	1	0.051

$\bar{M}_x^{\beta}, \frac{1}{\text{с}^2}$	$\bar{M}_x^{\omega_x}, \frac{1}{\text{с}}$	$\bar{M}_x^{\omega_y}, \frac{1}{\text{с}}$	$\bar{M}_x^{\delta_э}, \frac{1}{\text{с}^2}$	$\bar{M}_y^{\beta}, \frac{1}{\text{с}^2}$	$\bar{M}_y^{\omega_x}, \frac{1}{\text{с}}$	$\bar{M}_y^{\omega_y}, \frac{1}{\text{с}}$	$\bar{M}_y^{\delta_н}, \frac{1}{\text{с}^2}$
-5.8	-1.0	-0.2	-7	-3.0	-0.05	-0.2	-2.5

– Переходный процесс отработки заданного угла крена должен удовлетворять требованиям:

$$\sigma \le 5\ \%$$

$$t_{p_\gamma} - \text{минимально}$$

– Переходный процесс отработки заданного угла рыскания при использовании плоского разворота должен удовлетворять требованиям:

$$\sigma = 0\ \%$$

$$t_{p_\Psi}^{\text{пл}} - \text{минимально}$$

– Переходный процесс отработки заданного угла рыскания при использовании координированного разворота должен удовлетворять требованиям:

$$\sigma = 0\ \%$$

$$t_{p_\Psi}^{\text{коорд}} - \text{минимально}$$

1. Математические модели бокового движения самолёта

1.1.Уравнения бокового движения самолёта

Дифференциальные уравнения бокового движения самолёта в горизонтальном полёте без крена и скольжения в спокойной атмосфере, записанные в проекциях на оси связанной системы координат, совпадающей с главными осями инерции, имеют вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\beta}{dt} = \bar{Z}^{\beta}\beta + \sin\alpha_0\,\omega_x + \cos\alpha_0\,\omega_y + \dfrac{g}{V}\cos\vartheta_0\,\gamma + \bar{Z}^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} \\ \dfrac{d\omega_x}{dt} = \bar{M}_x^{\beta}\beta + \bar{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_x^{\omega_y}\omega_y + \bar{M}_x^{\delta_{\text{э}}}\delta_{\text{э}} + \bar{M}_x^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} \\ \dfrac{d\omega_y}{dt} = \bar{M}_y^{\beta}\beta + \bar{M}_y^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_y^{\omega_y}\omega_y + \bar{M}_y^{\delta_{\text{э}}}\delta_{\text{э}} + \bar{M}_y^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}} \\ \dfrac{d\gamma}{dt} = \omega_x - tg\vartheta_0\omega_y \\ \dfrac{d\Psi}{dt} = \dfrac{\omega_y}{\cos\vartheta_0} \end{cases} \qquad (1.1.1)$$

где: $\bar{Z} = \frac{Z}{mV}, \bar{M}_x = \frac{M_x}{J_x}, \bar{M}_y = \frac{M_y}{J_y}$, остальные обозначения – стандартные.

Верхний индекс в коэффициентах уравнений (1.1.1) означает частное дифференцирование по данной переменной, измеренной в радианах в секунду (для угловых скоростей).

При решении различных задач система (1.1.1) обычно упрощается, причём характер упрощений зависит от специфики задачи. Самое распространённое упрощение, состоящее в пренебрежении слагаемыми, величина которых обычно мала, в частности слагаемыми: $\bar{Z}^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}}$, $\bar{M}_x^{\delta_{\text{н}}}\delta_{\text{н}}$, $\bar{M}_y^{\delta_{\text{э}}}\delta_{\text{э}}$, $tg\vartheta_0\omega_y$ кроме того, принимается: $\cos\alpha_0 = \cos\vartheta_0 = 1$.

В результате получается система следующая система уравнений бокового движения самолёта:

$$
\begin{cases}
\dfrac{d\beta}{dt} = \bar{Z}^{\beta}\beta + \sin\alpha_0\,\omega_x + \omega_y + \dfrac{g}{V}\gamma \\
\dfrac{d\omega_x}{dt} = \bar{M}_x^{\beta}\beta + \bar{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_x^{\omega_y}\omega_y + \bar{M}_x^{\delta_\text{э}}\delta_\text{э} \\
\dfrac{d\omega_y}{dt} = \bar{M}_y^{\beta}\beta + \bar{M}_y^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_y^{\omega_y}\omega_y + \bar{M}_y^{\delta_\text{н}}\delta_\text{н} \\
\dfrac{d\gamma}{dt} = \omega_x \\
\dfrac{d\Psi}{dt} = \omega_y
\end{cases}
\qquad (1.1.2)
$$

Данной системе уравнений соответствует структурная схема на рисунке 1:

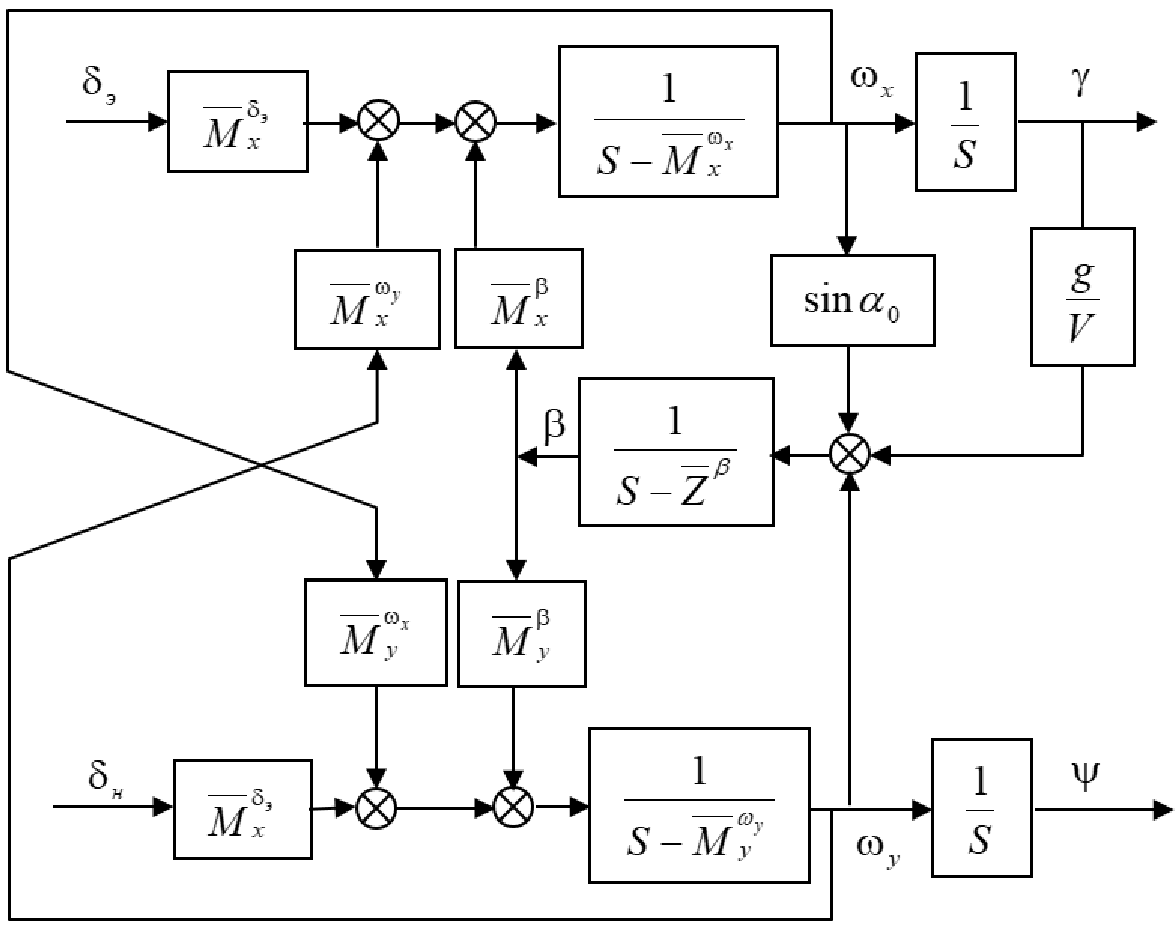

Рисунок 1. Структурная схема бокового движения самолёта

При исследовании неуправляемого бокового движения самолёта принимается $\delta_э = \delta_н = 0$, а последнее уравнение системы (1.1.2) обычно отбрасывается, так как силы и моменты, действующие на самолёт, не зависят от угла рыскания (в первые четыре уравнения ψ не входит). Получаемая при этом из (1.1.2) система имеет характеристический многочлен четвёртого порядка: $\lambda^4 + A_3\lambda^3 + A_2\lambda^2 + A_1\lambda + A_0$ коэффициенты которого выражаются через коэффициенты системы (2) следующим образом:

$$\begin{cases} A_3 = -\bar{Z}^{\beta} - \bar{M}_x^{\omega_x} - \bar{M}_y^{\omega_y} \\ A_2 = \bar{Z}^{\beta}\bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{M}_y^{\beta} + \bar{M}_x^{\omega_x}\left(\bar{Z}^{\beta} + \bar{M}_y^{\omega_y}\right) - \bar{M}_x \sin\alpha_0 - \bar{M}_x^{\omega_y}\bar{M}_y^{\omega_x} \\ A_1 = \bar{M}_x^{\omega_x}\left(\bar{M}_y^{\beta} - \bar{Z}^{\beta}\bar{M}_y^{\omega_y}\right) - \bar{M}_x^{\beta}\left(\dfrac{g}{V} + \bar{M}_y^{\omega_x} - \bar{M}_y^{\omega_y}\sin\alpha_0\right) + \bar{M}_x^{\omega_y}\left(\bar{Z}^{\beta}\bar{M}_y^{\omega_x} - \bar{M}_y^{\beta}\sin\alpha_0\right) \\ A_0 = \dfrac{g}{V}\left(\bar{M}_y^{\omega_y}\bar{M}_x^{\beta} - \bar{M}_y^{\beta}\bar{M}_x^{\omega_y}\right) \end{cases} \tag{1.1.3}$$

Характеристический многочлен имеет два действительных и два комплексно-сопряжённых корня. Один действительный корень всегда большой по модулю, он называется креновым и обозначается $\lambda_{кр}$, другой действительный корень очень мал по модулю, называется спиральным и обозначается $\lambda_{сп}$. Модуль комплексных корней находится между модулями кренового и спирального корней. Квадратный трёхчлен, образованный комплексными корнями, обычно обозначается как: $\lambda^2 + 2\xi_б\omega_б\lambda + \omega_б^2$ и, таким образом, весь характеристический многочлен можно представить в виде: $(\lambda - \lambda_{кр})(\lambda^2 + 2\xi_б\omega_б\lambda + \omega_б^2)(\lambda - \lambda_{сп})$

В боковом движении может быть два вида неустойчивости: спиральная, когда в правой полуплоскости находится корень $\lambda_{сп}$, и колебательная, когда там находятся комплексные корни.

1.2. Упрощённые модели бокового движения

Так как спиральный корень по модулю очень мал, то при исследовании креновой и колебательных составляющих без большой погрешности можно принять его равным нулю. Так как физически спиральное движение возникает из-за влияния крена на скольжение, то "обнуление" спирального корня произойдёт при пренебрежении слагаемым $\frac{g}{V}\gamma$ в системе (1.1.2). Часто можно пренебречь спиральными моментами $\bar{M}_x^{\omega_y}$, $\bar{M}_y^{\omega_x}$; а также слагаемыми $\sin\alpha_0\,\omega_x$.

В итоге система (1.1.2) принимает вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d\beta}{dt} = \bar{Z}^{\beta}\beta + \omega_y \\ \dfrac{d\omega_x}{dt} = \bar{M}_x^{\beta}\beta + \bar{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_x^{\delta_э}\delta_э \\ \dfrac{d\omega_y}{dt} = \bar{M}_y^{\beta}\beta + \bar{M}_y^{\omega_y}\omega_y + \bar{M}_y^{\delta_н}\delta_н \\ \dfrac{d\gamma}{dt} = \omega_x \\ \dfrac{d\Psi}{dt} = \omega_y \end{cases} \qquad (1.2.1)$$

Как видно, движение рыскания (1-ое, 3-е и 5-ое уравнения) стало независимым от движения крена (2-ое и 4-ое уравнения), но не наоборот.

Система (1.2.1) распадается на две системы:

$$\begin{cases} \dfrac{d\beta}{dt} = \bar{Z}^{\beta}\beta + \omega_y \\ \dfrac{d\omega_y}{dt} = \bar{M}_y^{\beta}\beta + \bar{M}_y^{\omega_y}\omega_y + \bar{M}_y^{\delta_н}\delta_н \\ \dfrac{d\Psi}{dt} = \omega_y \end{cases} \qquad (1.2.2)$$

$$\begin{cases} \dfrac{d\omega_x}{dt} = \bar{M}_x^{\beta}\beta + \bar{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_x^{\delta_э}\delta_э \\ \dfrac{d\gamma}{dt} = \omega_x \end{cases} \qquad (1.2.3)$$

Вместо β в правую часть первого уравнения системы (1.2.3) следует подставлять решение системы (1.2.2).

Системе уравнений (1.2.1) соответствует структурная схема, показанная на рисунке 2:

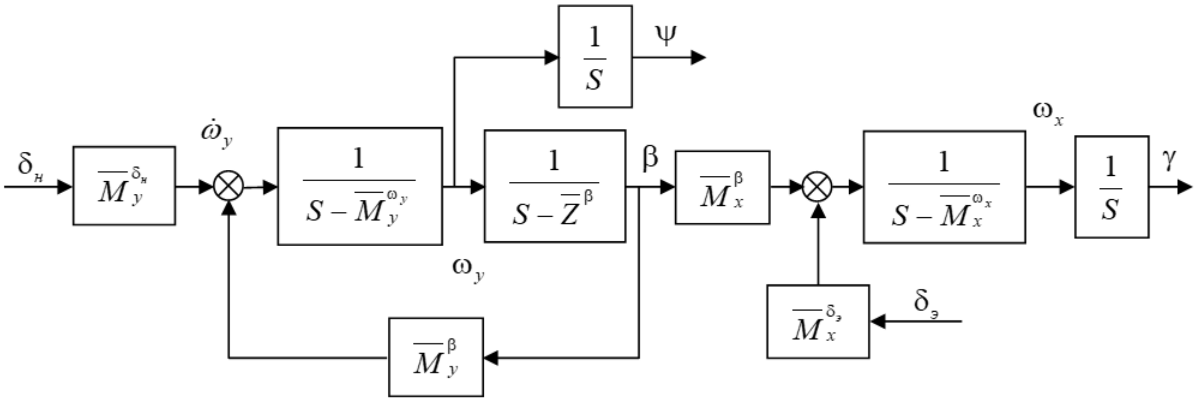

Рисунок 2. Структурная схема по системе (1.2.2)

Как видно из этой схемы, движение крена, возникающее при отклонении элеронов, можно исследовать независимо от движения рыскания, т.е. используя систему (1.2.3) при $\beta = 0$:

$$\begin{cases} \frac{d\omega_x}{dt} = \overline{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \overline{M}_x^{\delta_э}\delta_э \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x \end{cases} \qquad (1.2.4)$$

Уравнения (1.2.4) называются уравнениями изолированного движения крена, а (1.2.2) – изолированного движения рыскания.

Характеристический многочлен системы (4) имеет вид:

$$\left(\lambda - \overline{M}_x^{\omega_x}\right)\left[\lambda^2 + \left(-\bar{Z}^{\beta} - \overline{M}_y^{\omega_y}\right)\lambda + \left(-\overline{M}_y^{\omega_y}\right)\right]\lambda \quad (1.2.5)$$

Трёхчлен в квадратных скобках обозначается, как $\lambda^2 + 2\xi_\beta\omega_\beta\lambda + \omega_\beta^2$, так как он является характеристическим многочленом двух первых уравнений системы (5), описывающих изолированные колебания самолёта по ω_y и β.

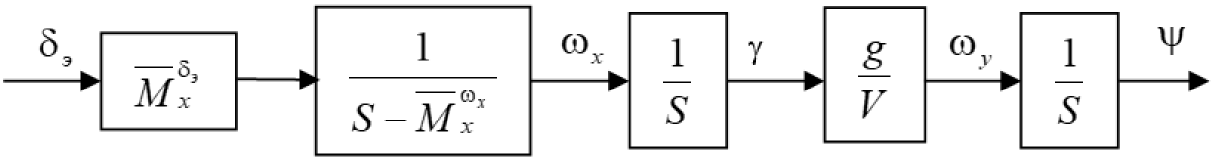

Рисунок 3. Структурная схема по системе (1.2.6)

При исследовании координированного (β = 0) или близкого к координированному (β мал) развороту применяется система уравнений (1.2.6) которой соответствует структурная схема на рисунке 3.

$$\begin{cases} \omega_y + \dfrac{g}{V}\gamma = 0 \\ \dfrac{d\omega_x}{dt} = \bar{M}_x^{\omega_x}\omega_x + \bar{M}_x^{\delta_э}\delta_э \\ \dfrac{d\gamma}{dt} = \omega_x \\ \dfrac{d\Psi}{dt} = \omega_y \end{cases} \qquad (1.2.6)$$

2. Система стабилизации угла крена

2.1. Теоретические сведения

Функциональная схема статической системы стабилизации угла крена:

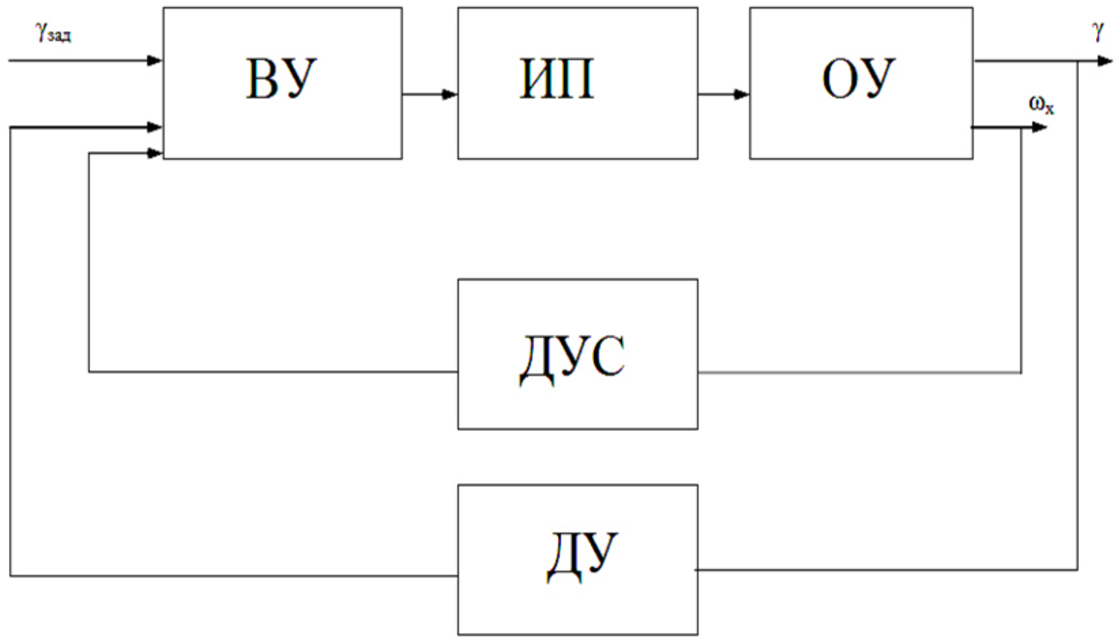

Рисунок 4. Функциональная схема статической системы стабилизации угла крена

где:

ВУ – вычислительное устройство,

ИП – исполнительный привод,

ОУ – объект управления,

ДУ – датчик угла,

ДУС – датчик угловых скоростей.

Закон управления статической системы стабилизации угла крена имеет вид:

$$\delta_э = K_\gamma\left(\gamma - \gamma_{зад}\right) + K_{\omega_x}\omega_x \qquad (2.1.1)$$

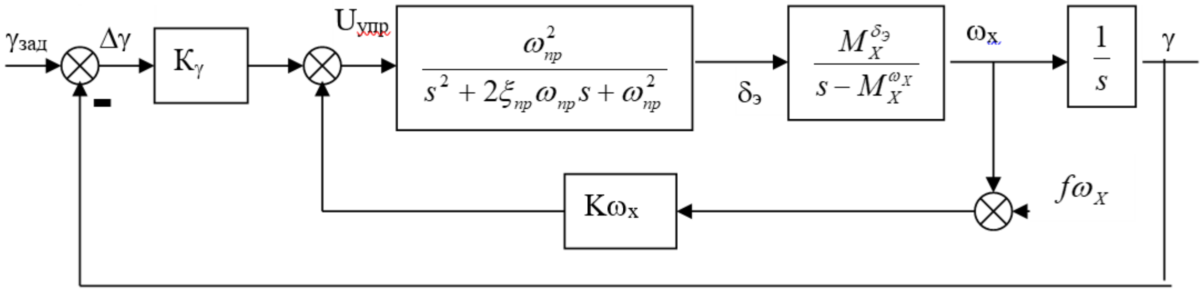

Рисунок 5. Система стабилизации угла крена

$$W_{пр}(s) = \frac{\omega_{пр}^2}{s^2 + 2\xi_{пр}\omega_{пр}s + \omega_{пр}^2} = \frac{400}{s^2 + 28{,}3s + 400} \qquad (2.1.2)$$

Для приближённого анализа процессов управления креном и предварительного выбора передаточных чисел САУ можно воспользоваться уравнением изолированного движения крена (1.2.4).

Уравнение (1.2.4) совместно с уравнением САУ (1.2.6) образуют систему уравнений замкнутого контура автоматической стабилизации угла крена. Структурная схема контура представлена на рисунке 4. Передаточная функция самолёта из уравнений (1.2.4) имеет вид:

$$W_\gamma^{\delta_э}(s) = \frac{\gamma(s)}{\delta_э(s)} = \frac{\bar{M}_X^{\delta_э}}{s\left(s - \bar{M}_X^{\omega_x}\right)} \qquad (2.1.3)$$

Передаточная функция замкнутого контура в режиме управления запишется следующим образом:

$$W_\gamma^{\gamma_{зад}}(s) = -\frac{-K_\gamma \bar{M}_X^{\delta_э}}{s^2 + \left(-K_{\omega_x}\bar{M}_X^{\delta_э} - \bar{M}_X^{\omega_x}\right)s - K_\gamma \bar{M}_X^{\delta_э}} \qquad (2.1.4)$$

2.2. Синтез системы управления углом крена

Передаточная функция (2.1.4) представляет собой передаточную функцию колебательного звена. Поэтому выбор передаточных чисел K_γ и K_{ω_x} можно достаточно просто произвести с помощью метода стандартных коэффициентов.

Представим передаточную функцию (2.1.4) в виде:

$$W_\gamma^{\gamma_{\text{зад}}}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (2.2.1)$$

где:

$$\begin{cases} 2\xi\omega_0 = -K_{\omega_x}\bar{M}_X^{\delta_э} - \bar{M}_X^{\omega_x} \\ \omega_0^2 = -K_\gamma \bar{M}_X^{\delta_э} \end{cases} \quad (2.2.2)$$

Качество переходного процесса полностью определяется степенью демпфирования ξ и собственной частотой ω_0.

Характеристическое уравнение:

$$\lambda^2 + 2\xi\omega_0\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (2.2.3)$$

Решая его, получим

$$\lambda_{1,2} = \frac{-2\xi\omega_0 \pm \sqrt{4\omega_0^2(\xi^2 - 1)}}{2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{(\xi^2 - 1)} \quad (2.2.4)$$

При этом

$$\delta = \xi\omega_0 - \text{коэффициент затухания}$$

$$\omega_{\text{с}} = \omega_0\sqrt{(1 - \xi^2)} - \text{собственная частота колебаний}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_{\text{с}}} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{(1 - \xi^2)}} - \text{период колебаний}$$

$$\tau = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\xi\omega_0} - \text{время релаксации}$$

Время переходного процесса будет примерно равно

$$t_p \approx 4\tau \quad (2.2.5)$$

При этом $t_p = 4\frac{1}{\xi\omega_0}$, $T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{(1-\xi^2)}}$

При этом, чтобы перерегулирование не было больше 5%, должно соблюдаться условие $0 < 2t_p \leq T$. При этом необходимо минимизировать время переходного процесса. Для этого нужно максимизировать ω_0 и ξ.

Решим неравенство

$$0 < 2t_p \leq T \quad (2.2.6)$$

$$0 < \frac{8}{\xi\omega_0} \leq \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{(1-\xi^2)}} \quad (2.2.7)$$

Преобразуем крест-накрест и поделим левую и правую часть на $2\omega_0$:

$$0 < 4\sqrt{(1-\xi^2)} \leq \pi\xi \quad (2.2.8)$$

Возведём левую и правую часть в квадрат:

$$0 < 16(1-\xi^2) \leq \pi^2\xi^2 \quad (2.2.9)$$

$$0 < \frac{16}{\pi^2 + 16} \leq \xi^2 \quad (2.2.10)$$

Отсюда

$$\xi \in \left[\sqrt{\frac{16}{\pi^2 + 16}};\ +\infty\right)$$

Возьмём $\xi = \sqrt{\frac{16}{4\pi^2+16}} = 0.7864$

Как видно, перерегулирование не зависит от параметра ω_0.

$$\omega_0 = \frac{4}{\xi t_p} \quad (2.2.11)$$

Если задать $t_p = 1$ с, то $\omega_0 = 5.0862$

Подставляя полученные значение ω_0 и ξ, находим передаточные числа K_γ и K_{ω_x}, соответствующие оптимальной переходной функции:

$$K_\gamma = -\frac{\omega_0^2}{\overline{M}_X^{\delta_э}} = 3.6957 \quad (2.2.12)$$

$$K_{\omega_x} = -\frac{\left(\overline{M}_X^{\omega_x} + 2\xi\omega_0\right)}{\overline{M}_X^{\delta_э}} = 1 \quad (2.2.13)$$

Исходная передаточная функция системы стабилизации угла крена без учёта привода примет вид:

$$W_\gamma^{\gamma_{зад}}(s) = \frac{-25.87}{s^2 + 8s + 25.87} \quad (2.2.14)$$

Исходная передаточная функция системы стабилизации угла крена с учётом привода примет вид:

$$W_\gamma^{\gamma_{зад}}(s) = -\frac{10350}{s^4 + 29.28s^3 + 428.3s^2 + 3200s + 10350} \quad (2.2.15)$$

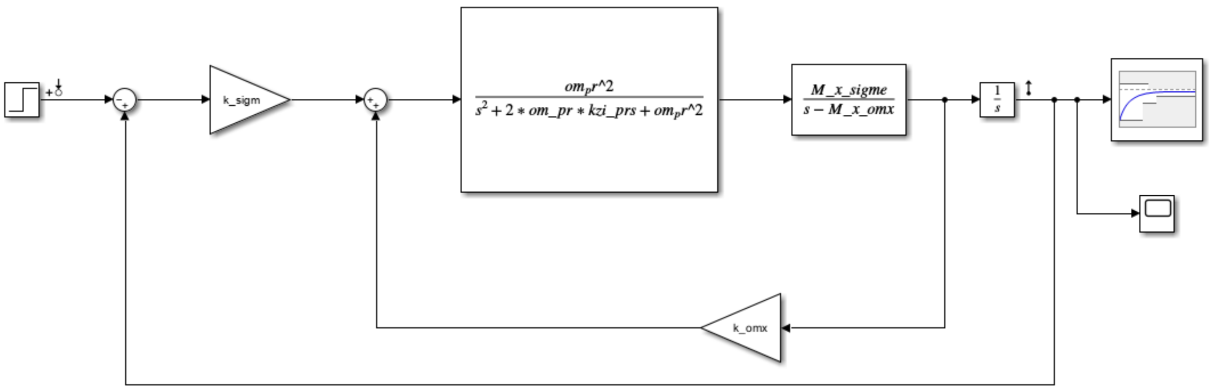

Рисунок 6. Схема моделирования САУ крена в среде Simulink с учетом динамики привода

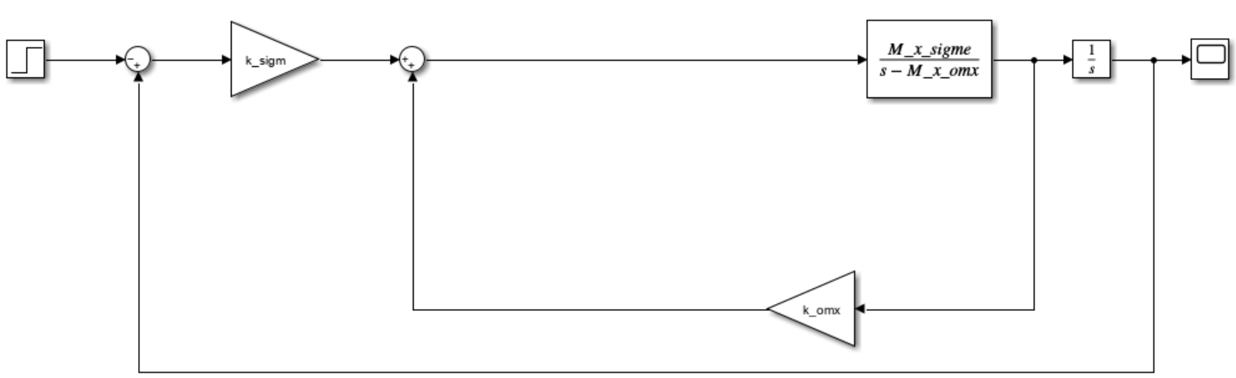

Рисунок 7. Схема моделирования САУ крена в среде Simulink без учета динамики привода

График переходных функций в системе с учётом привода и без учёта привода представлен на рисунке 8.

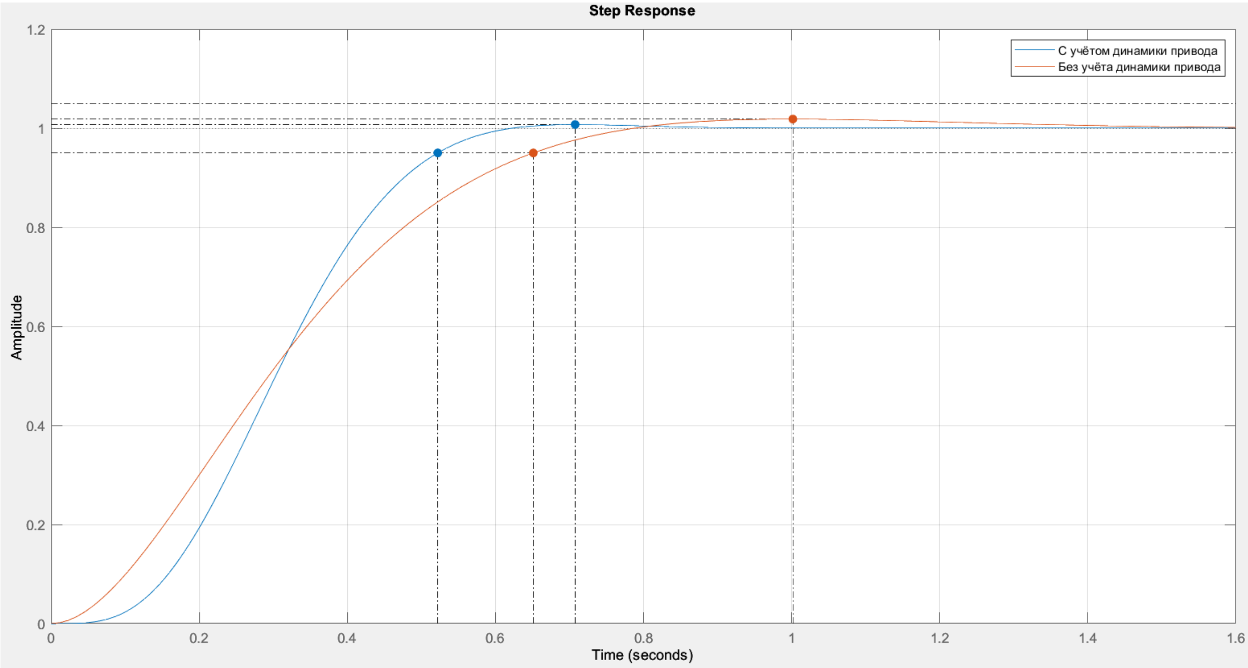

Рисунок 8. График переходной функции для системы стабилизации крена

С учетом динамики привода: $t_{\text{п.п.}} = 0.522;\ h_{max} = 1.01;\ \sigma = 0.727\%$

Без учета динамики привода: $t_{\text{п.п.}} = 0.651; h_{max} = 1.02;\ \sigma = 1.83\%$

2.3. Подбор коэффициентов в NCD-блоке для САУ углом крена

Теперь попробуем воспользоваться NCD-блоком в Simulink для подбора коэффициентов, чтобы уменьшить длительность переходных процессов. Схема с NCD-блоком представлена на рисунке 9.

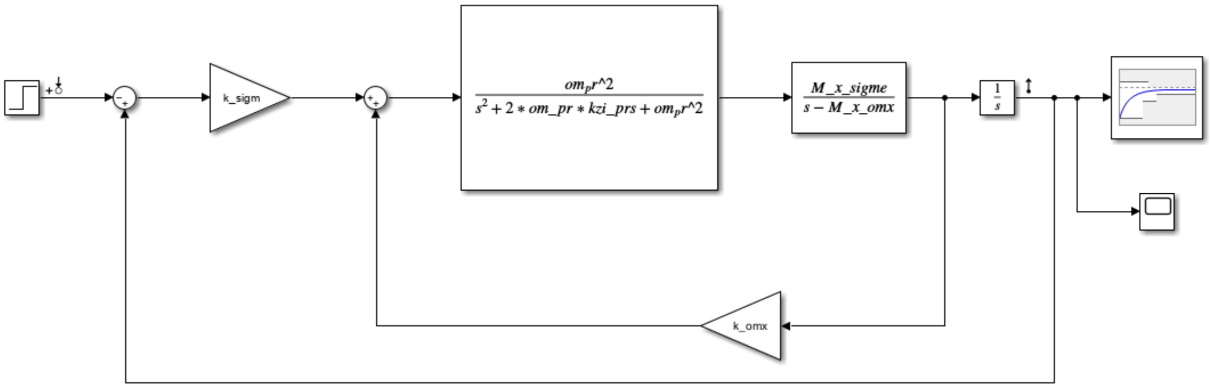

Рисунок 9. Схема моделирования САУ крена с учётом динамики привода с NCD-блоком

В результате многократных испытаний получаем переходный процесс с минимальным временем переходного процесса.

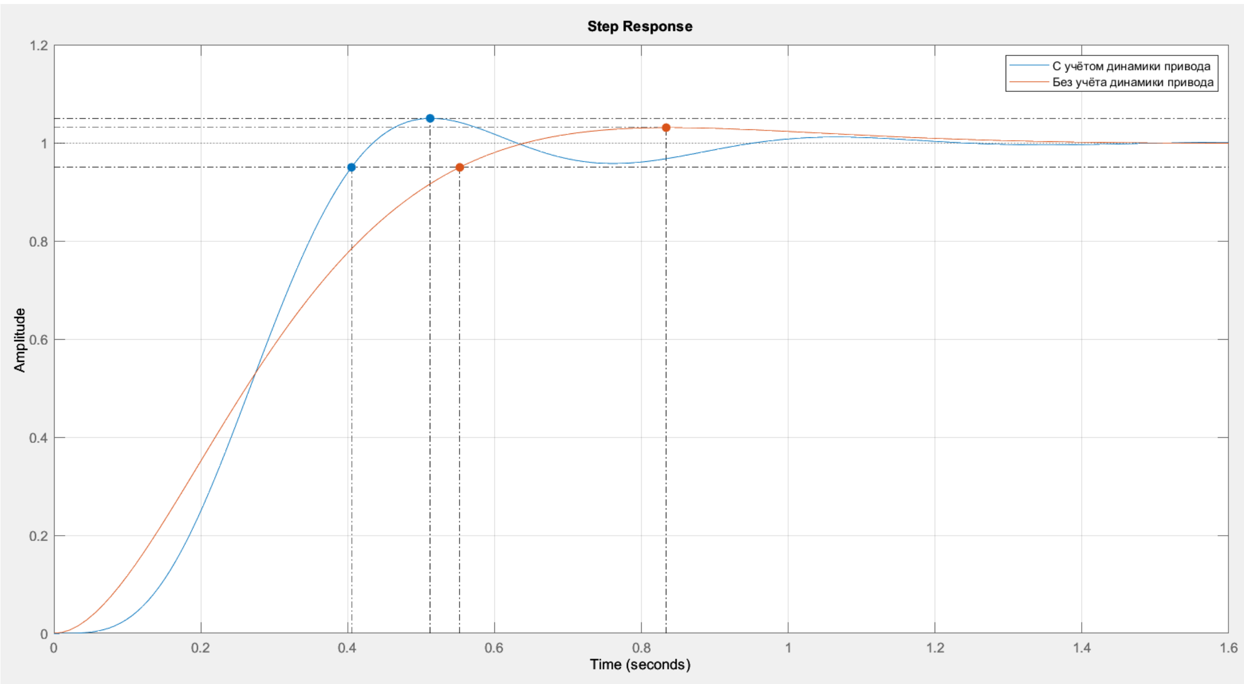

Рисунок 10. График переходного процесса по крену после моделирования в NCD-блоке

С учетом динамики привода: $t_{\text{п.п.}} = 0.4;\ h_{max} = 1.03;\ \sigma = 3.33\%$

Без учета динамики привода: $t_{\text{п.п.}} = 0.547; h_{max} = 1.02;\ \sigma = 1.59\%$

Данные результаты получились при моделировании с коэффициентами равными

$$K_{\gamma} = 5.4231 \quad (2.3.1)$$

$$K_{\omega_x} = 1.2597 \quad (2.3.2)$$

Исходная передаточная функция системы стабилизации угла крена без учёта привода примет вид:

$$W_{\gamma}^{\gamma_{\text{зад}}}(s) = -\frac{37.96}{s^2 + 9.818s + 37.96} \quad (2.3.3)$$

Исходная передаточная функция системы стабилизации угла крена с учётом привода примет вид:

$$W_{\gamma}^{\gamma_{\text{зад}}}(s) = -\frac{15180}{s^4 + 29.28s^3 + 428.3s^2 + 3927s + 15180} \quad (2.3.4)$$

Как видно, моделирование в NCD-блоке позволило достичь минимального времени переходного процесса, подобрав соответствующие коэффициенты, но при этом видно, что качество переходного процесса в системе с учётом динамики привода заметно уменьшилось.

2.4. Построение области устойчивости для САУ углом крена

Построим область устойчивости в зависимости от параметров K_γ и K_{ω_x}. Для этого воспользуемся критерием Рауса. Для системы четвёртого порядка условия устойчивости по этому критерию выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} A_4 > 0 \\ A_3 > 0 \\ A_2 > 0 \\ A_1 > 0 \\ A_0 > 0 \\ A_1 A_2 A_3 - A_1^2 A_4 - A_0 A_3^2 > 0 \end{cases} \qquad (2.4.1)$$

Где A_0, A_1, A_2, A_3, A_4 – коэффициенты характеристического многочлена полной системы с учётом привода.

$$\begin{cases} A_4 = 1 \\ A_3 = 29.28 \\ A_2 = 428.3 \\ A_1 = 2800 K_{\omega_x} + 400 \\ A_0 = 2800.0 K_\gamma \end{cases} \qquad (2.4.2)$$

Область устойчивости – это область, которая соответствует выполнению критерия Рауса для системы 4 порядка в данном случае, и на рисунке 11 она обведена оранжевым цветом.

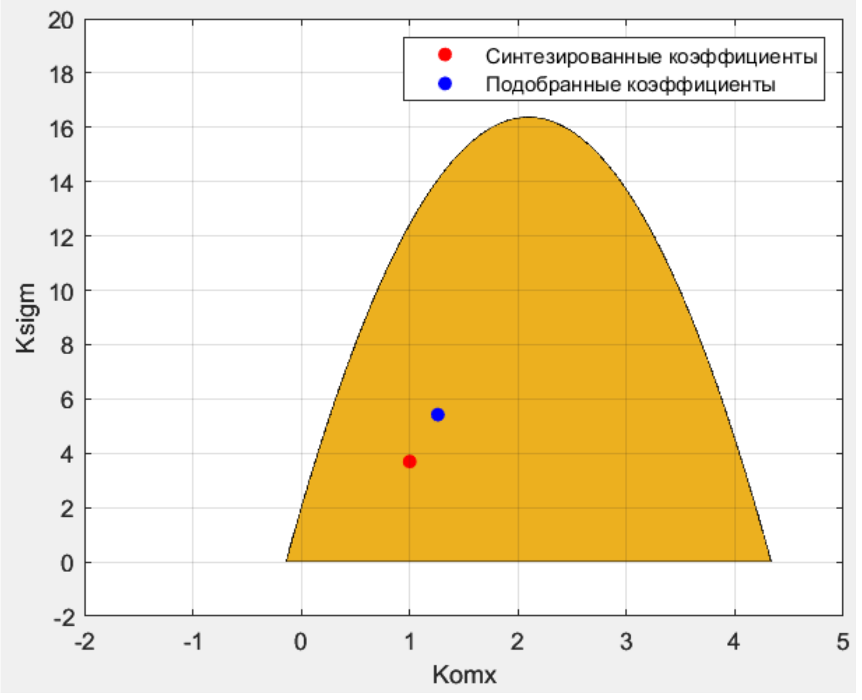

Рисунок 11. Область устойчивости для системы управления креном

3. Система стабилизации угла рысканья в режиме плоского разворота

3.1. Теоретические сведения

Плоский разворот – управление курсом воздействием на руль направления. При таком способе руль направления создаёт скольжение, которое в свою очередь создаёт поперечную, искривляющую траекторию силу $\bar{Z}^{\beta}\beta$. Для осуществления плоского разворота необходимо отклонять элероны для стабилизации угла крена (для ликвидации моментов $\bar{M}_x^{\beta}\beta$ и $\bar{M}_x^{\omega_y}\omega$). Т.е. в плоском развороте руль направления используется для создания скольжения, а элероны – для ликвидации крена.

Закон управления идеальной статической системы стабилизации угла рыскания имеет вид:

$$\delta_{\text{н}} = K_{\Psi}\left(\Psi - \Psi_{\text{зад}}\right) + K_{\omega_y}\omega_y \quad (3.1.1)$$

Для приближённого анализа движения рыскания и предварительного выбора передаточных чисел можно воспользоваться уравнениями изолированного движения рыскания (1.2.2). Добавив к уравнениям (1.2.2) уравнение САУ (3.1.1), получим систему уравнений замкнутого контура. Функциональная схема системы стабилизации угла рыскания в режиме плоского разворота:

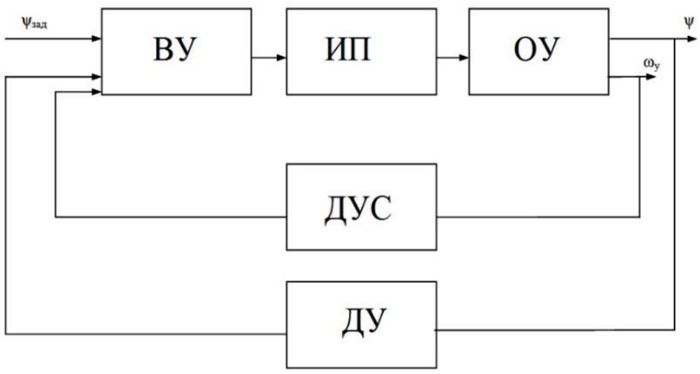

Рисунок 12. Функциональная схема системы стабилизации угла рыскания в режиме плоского разворота

Структурная схема контура показана на рисунке 13.

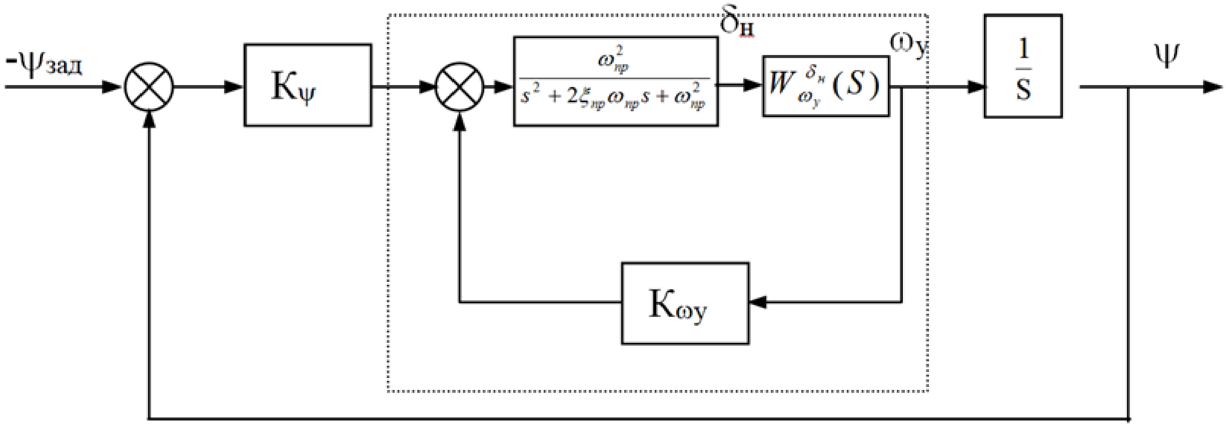

Рисунок 13. Структурная схема управления углом рыскания в режиме плоского разворота

Передаточная функция самолёта по угловой скорости рыскания, полученная из уравнений (5), имеет вид:

$$W_{\omega_y}^{\delta_\text{н}}(s) = \frac{\Psi(s)}{\delta_\text{н}(s)} = \frac{\bar{M}_y^{\delta_\text{н}} s - \bar{M}_y^{\delta_\text{н}} \bar{Z}^\beta}{s^2 + \left(-\bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{Z}^\beta\right)s + \left(\bar{Z}^\beta \bar{M}_y^{\omega_y} - \bar{M}_y^\beta\right)} \quad (3.1.2)$$

Передаточная функция для системы на рисунке 11 определяется формулой:

$$W_\Psi^{-\Psi_\text{зад}}(s) = \frac{K_\Psi \dfrac{W_{\omega_y}^{\delta_\text{н}} W_\text{пр}}{1 - W_{\omega_y}^{\delta_\text{н}} W_\text{пр} K_{\omega_y}} \dfrac{1}{s}}{1 - K_\Psi \dfrac{W_{\omega_y}^{\delta_\text{н}} W_\text{пр}}{1 - W_{\omega_y}^{\delta_\text{н}} W_\text{пр} K_{\omega_y}} \dfrac{1}{s}} \quad (3.1.3)$$

$$W_\Psi^{-\Psi_\text{зад}}(s) = \frac{-1000K_\Psi s - 200K_\Psi}{s^5 + 28.68s^4 + 414.35s^3 + \left(1000K_{\omega_y} + 245.98\right)s^2 + \left(1000K_\Psi + 200K_{\omega_y} + 1216\right)s + 200K_\Psi} \quad (3.1.4)$$

3.2. Синтез системы управления углом рыскания в режиме плоского разворота

Коэффициенты характеристического многочлена ПФ 14:

$$\begin{cases} A_5 = 1 \\ A_4 = 28.68 \\ A_3 = 414.35 \\ A_2 = 1000K_{\omega_y} + 245.98 \\ A_1 = 1000K_{\Psi} + 200K_{\omega_y} + 1216 \\ A_0 = 200K_{\Psi} \end{cases} \quad (3.2.1)$$

Сформулируем задачу математического программирования

$$min(z) = min\left(A_1 {A_0}^{-1}\right) \quad (3.2.2)$$

При ограничениях

$$\begin{cases} \lambda_1 = A_0^{-1}A_1A_2A_3^{-1} \geq 2.15 \\ \lambda_2 = A_1^{-1}A_2A_3A_4^{-1} \geq 2.15 \\ \lambda_3 = A_2^{-1}A_3A_4A_5^{-1} \geq 2.15 \\ \delta_1 = A_0^{-1}A_1^2A_2^{-1} \geq 2 \\ \delta_2 = A_1^{-1}A_2^2A_3^{-1} \geq 2 \\ \delta_3 = A_2^{-1}A_3^2A_4^{-1} \geq 2 \\ 0.1 \leq K_{\Psi} \leq 300 \\ 0.1 \leq K_{\omega_y} \leq 300 \end{cases} \quad (3.2.3)$$

После определения целевой функции и нелинейных ограничений, применим функцию fmicon(). Полученные коэффициенты:

$$K_{\omega_y} = 2.7468 \quad (3.2.4)$$

$$K_{\Psi} = 9.0425 \quad (3.2.5)$$

Получили передаточную функцию:

$$\mathrm{W}_{\Psi}^{-\Psi_{зад}}(\mathrm{s}) = -\frac{9042.47\mathrm{s} + 1808.49}{\mathrm{s}^5 + 28.68\mathrm{s}^4 + 414.35\mathrm{s}^3 + 2992.74\mathrm{s}^2 + 10807.82\mathrm{s} + 1808.49} \quad (3.2.6)$$

Переходный процесс с заданными коэффициентами показан на рисунке 14.

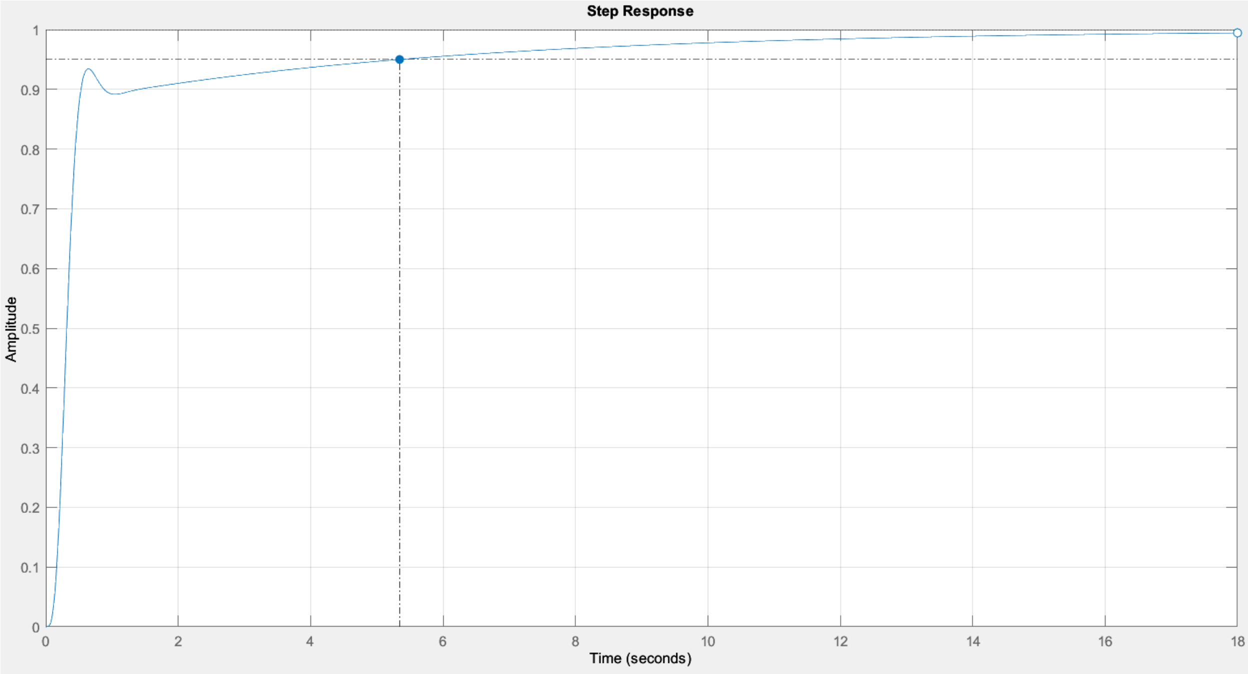

Рисунок 14. Переходный процесс в канале рыскания при плоском развороте после синтеза функцией fmicon

$$t_{\text{п.п.}} = 5.34;\ h_{max} = 1;\ \sigma = 0\%$$

3.3. Подбор коэффициентов в NCD-блоке для САУ углом рыскания в режиме плоского разворота

Осуществим подбор коэффициентов в системе Simulink при помощи NCD-блока для с параметрами моделирования.

$$t_{\text{п.п.}} = 3.5;\ h_{max} = 1.05;\ \sigma = 5\%$$

Схема моделирования представлена на рисунке 15.

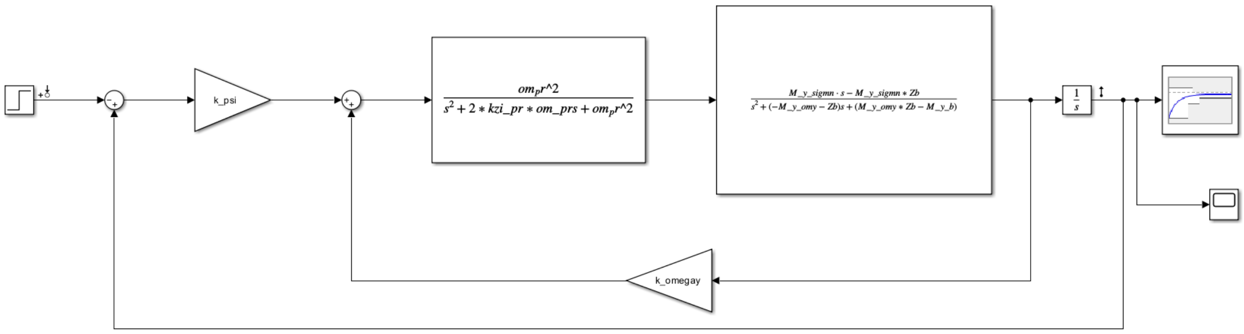

Рисунок 15. Схема моделирования для САУ углом рыскания в режиме плоского разворота

В ходе моделирования получаем коэффициенты

$$K_{\omega_y} = 2.8172 \quad (3.3.1)$$

$$K_{\Psi} = 9.0425 \quad (3.3.2)$$

Переходный процесс при таких параметрах показан на рисунке 16.

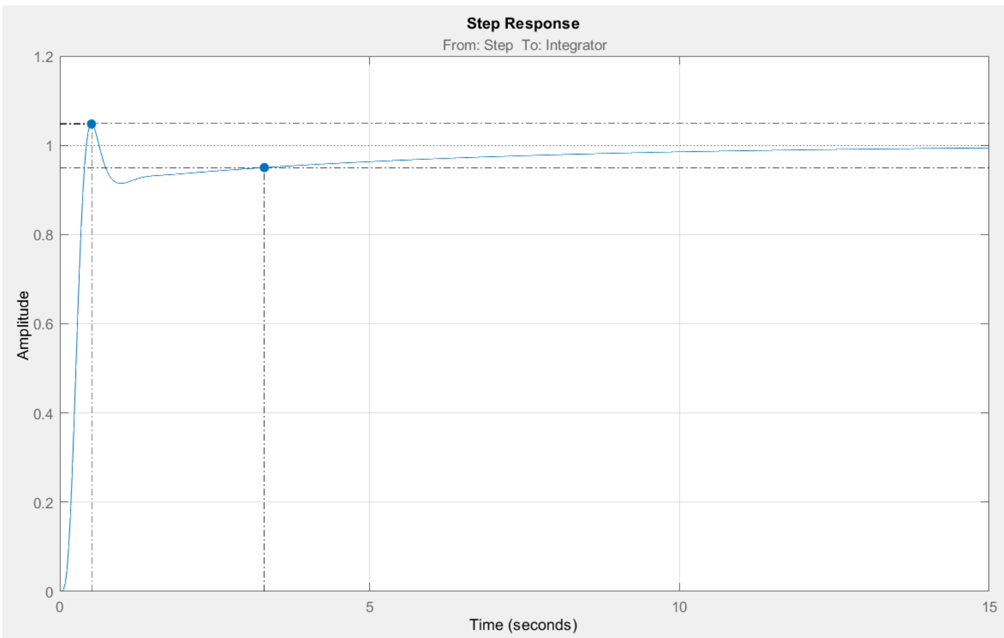

Рисунок 16. Переходный процесс в канале рыскания при плоском развороте после моделирования в NCD-блоке

$$t_{\text{п.п.}} = 3.5;\ h_{max} = 1.05;\ \sigma = 4.77\%$$

3.4. Построение области устойчивости для САУ углом рыскания в режиме плоского разворота

Построим область устойчивости в зависимости от параметров K_{ω_y} и K_{Ψ}. Для этого воспользуемся критерием Рауса. Для системы четвёртого порядка условия устойчивости по этому критерию выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} A_5 > 0 \\ A_4 > 0 \\ A_3 > 0 \\ A_2 > 0 \\ A_1 > 0 \\ A_0 > 0 \\ (A_1 A_2 - A_0 A_3)(A_3 A_4 - A_2 A_5) - (A_1 A_4 - A_0 A_5)^2 > 0 \end{cases} \qquad (3.4.1)$$

Где A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 – коэффициенты характеристического многочлена полной системы с учётом привода (уравнение 3.2.1).

Область устойчивости – это область, которая соответствует выполнению критерия Рауса для системы 5 порядка в данном случае, и на рисунке 17 она обведена оранжевым цветом.

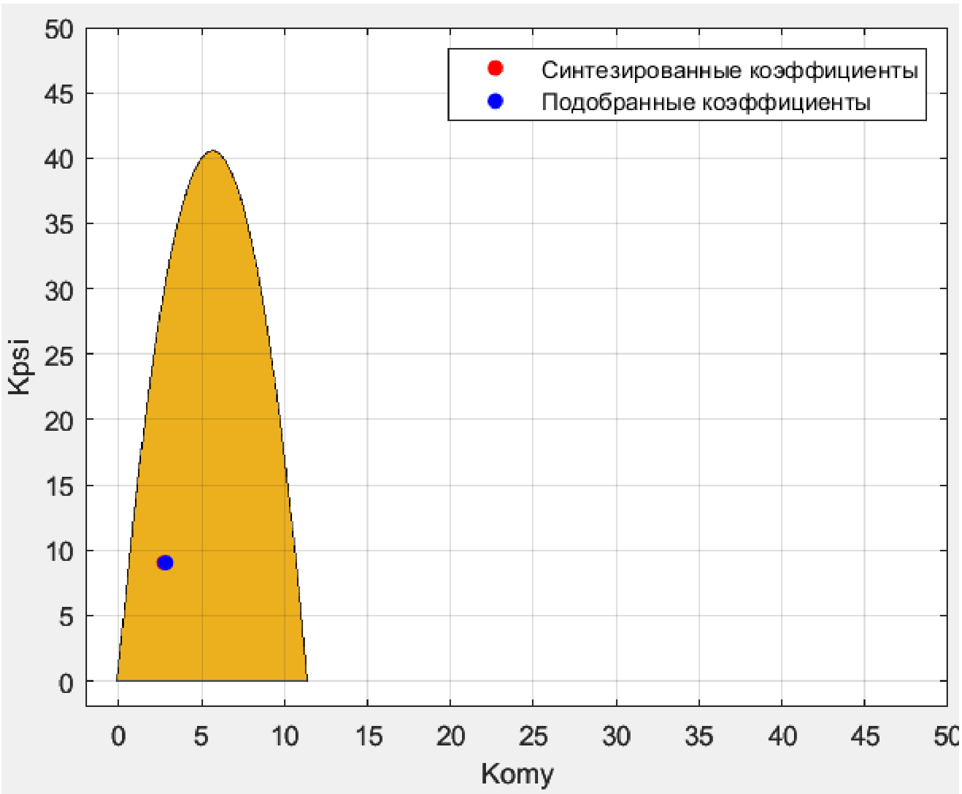

Рисунок 17. Область устойчивости для системы управления рысканием в режиме плоского разворота

4. Система стабилизации угла рыскания при использовании координированного разворота

4.1. Теоретические сведения

Управление курсом воздействием на элероны называется разворотом с креном. При таком способе разворота в качестве силы, разворачивающей вектор скорости в горизонтальной плоскости, используется проекция подъёмной силы на эту плоскость. Разворот с креном без скольжения называется координированным. Для ликвидации (или уменьшения) скольжения используется руль направления. Таким образом, при развороте с креном руль направления используется для ликвидации скольжения, а элероны – для создания крена.

При развороте с креном сигнал отклонения от заданного курса подаётся не на руль направления, а на элероны. Законы управления каналов элеронов и руля направления идеального статической САУ принимают вид:

$$\delta_{э} = K_{\Psi}^{э}(\Psi - \Psi_{зад}) + K_{\gamma}\gamma + K_{\omega_x}\omega_x, \quad \delta_{н} = K_{\omega_y}\omega_y \quad (4.1.1)$$

При координированном развороте в канал руля направления САУ подаётся сигнал перекрёстной связи по крену. Закон управления (4.1.1) принимает вид:

$$\delta_{э} = K_{\Psi}^{э}(\Psi - \Psi_{зад}) + K_{\gamma}\gamma + K_{\omega_x}\omega_x \quad (4.1.2)$$

$$\delta_{н} = K_{\omega_y}\omega_y + K_{\gamma}^{н}\gamma \quad (4.1.3)$$

Передаточные числа K_{γ} и K_{ω_x} определяются так, как описано во главе 2. Передаточное число $K_{\gamma}^{н}$ выбирается из условия $\beta = 0$ на всех этапах разворота. Для его выбора используется система уравнений (1.1.2), дополненная законами управления (4.1.2), (4.1.3).

Полученную систему уравнений представляют в области изображения по Лапласу

$$\begin{cases} \beta\left(s-\bar{Z}^{\beta}\right)-\omega_x \sin\alpha_0-\dfrac{g}{V}\gamma=0 \\ \beta\left(-\bar{M}_x^{\beta}\right)+\omega_x\left(s-\bar{M}_x^{\omega_x}-\bar{M}_x^{\delta_э}K_{\omega_x}\right)-\omega_y\bar{M}_x^{\omega_y}-\gamma K_\gamma\bar{M}_x^{\delta_э}-\varPsi\bar{M}_x^{\delta_э}K_{\varPsi}^{э}=-\varPsi_{зад} \\ \beta\left(-\bar{M}_y^{\beta}\right)-\omega_x\bar{M}_y^{\omega_x}+\omega_y\left(s-\bar{M}_y^{\omega_y}-\bar{M}_y^{\delta_н}K_{\omega_y}\right)-\varPsi K_\gamma^{н}\bar{M}_y^{\delta_н}=0 \\ -\omega_x+\gamma s=0 \\ -\omega_y+\varPsi s=0 \end{cases} \tag{4.1.4}$$

или $A \cdot X = B \cdot \varPsi_{зад}$, где A и B - матрицы коэффициентов:

$$A=\begin{vmatrix} \left(S-\overline{Z}^{\beta}\right) & -\sin\alpha & -1 & -\dfrac{g}{V} & 0 \\ -\overline{M}_x^{\beta} & \left(S-\overline{M}_x^{\omega_x}-\overline{M}_x^{\delta_э}\cdot K_{\omega_x}\right) & -\overline{M}_x^{\omega_y} & -K_\gamma\cdot\overline{M}_x^{\delta_э} & -\overline{M}_x^{\delta_э}K_\psi^{э} \\ -\overline{M}_y^{\beta} & -\overline{M}_y^{\omega_x} & \left(S-\overline{M}_y^{\omega_y}-\overline{M}_y^{\delta_н}\cdot K_{\omega_y}\right) & M_y^{\delta н}\cdot k_\gamma^{н} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & S & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & S \\ \beta & \omega_x & \omega_y & \gamma & \psi \end{vmatrix} \tag{4.1.5}$$

$$B=\begin{vmatrix} 0 \\ -\overline{M}_x^{\delta_э}\cdot K_\psi^{э} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \tag{4.1.6}$$

Для определения ПФ и $W_\beta^{\varPsi_{зад}}$ находят выражения для определителей Δ и Δ_β, где Δ - главный определитель, а Δ_β – частный определитель (в матрице A столбец, соответствующий β заменён на столбец $\varPsi_{зад}$).

В результате получим:

$$W_\beta^{\varPsi_{зад}}=\frac{\Delta_\beta}{\Delta}=\frac{B_3s^3+B_2s^2+B_1s}{s^5+A_4s^4+A_3s^3+A_2s^2+A_1s+A_0} \tag{4.1.7}$$

Чтобы выполнялось условие $\beta=0$, коэффициенты B_1, B_2, B_3 также должны быть равны нулю. Последнее реализовать технически трудно, поэтому на практике ограничиваются требованием отсутствия скольжения только в установившемся развороте, для чего достаточно лишь выполнение условия

$B_1 = 0$, что соответствует

$$K_\gamma = \left(K_{\omega_y} + \frac{\bar{M}_y^{\omega_y}}{\bar{M}_y^{\delta_\text{н}}}\right)\frac{g}{V} \quad (4.1.8)$$

Передаточное число K_{ω_y} определяют, исходя из требований к контуру демпфирования изолированного канала РН:

$$K_{\omega_y} = -\frac{\bar{M}_y^{\omega_y}}{\bar{M}_y^{\delta_\text{н}}} - \frac{1}{\bar{M}_y^{\delta_\text{н}}}\sqrt{-2\bar{M}_y^{\beta} - (\bar{Z}^{\beta})^2} \quad (4.1.9)$$

При выборе передаточного числа $K_\Psi^\text{э}$ используется упрощённая система уравнений самолёта в виде (1.2.6). Так как переменная $\delta_\text{н}$ в этой системе не фигурирует, то для получения системы уравнений контура стабилизации угла рыскания достаточно к системе (1.2.6) добавить уравнение (4.1.2). В итоге получим систему уравнений, описывающих динамику координированного разворота.

Функциональная схема системы стабилизации угла рыскания при использовании координированного разворота (рисунок 18):

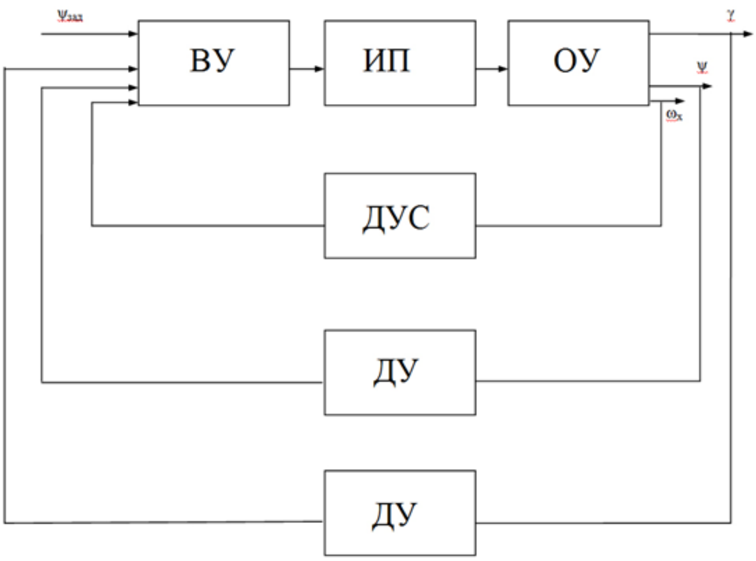

Рисунок 18. Функциональная схема системы стабилизации угла рыскания при использовании координированного разворота

Этой системе соответствует структурная схема, показанная на рисунке 19.

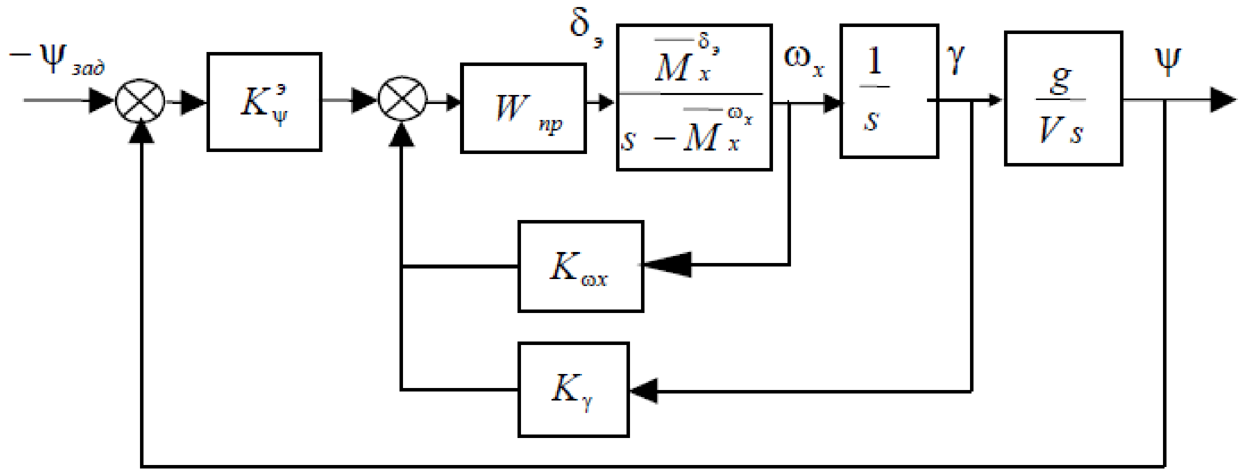

Рисунок 19. Система управления углом рыскания в режиме координированного разворота

Из этой схемы можно получить передаточную функцию замкнутой системы:

$$W_{\Psi}^{-\Psi_{зад}}(s) = \frac{-142.8K_{\Psi}^{э}}{s^5 + 29.28s^4 + 428.28s^3 + \left(2800K_{\omega_x} + 400\right)s^2 + 2800K_{\gamma}s + 142.8K_{\Psi}^{э}} \quad (4.1.10)$$

4.2. Синтез системы управления углом рыскания в режиме плоского разворота

Коэффициенты характеристического многочлена ПФ 14:

$$\begin{cases} A_5 = 1 \\ A_4 = 29.28 \\ A_3 = 428.28 \\ A_2 = 2800K_{\omega_x} + 400 \\ A_1 = 2800K_\gamma \\ A_0 = 142.8K_\Psi^{э} \end{cases} \qquad (4.2.1)$$

Сформулируем задачу математического программирования

$$min(z) = min\left(A_1 {A_0}^{-1}\right) \quad (4.2.2)$$

При ограничениях

$$\begin{cases} \lambda_1 = A_0^{-1}A_1A_2A_3^{-1} \geq 2.15 \\ \lambda_2 = A_1^{-1}A_2A_3A_4^{-1} \geq 2.15 \\ \lambda_3 = A_2^{-1}A_3A_4A_5^{-1} \geq 2.15 \\ \delta_1 = A_0^{-1}A_1^2A_2^{-1} \geq 2.1 \\ \delta_2 = A_1^{-1}A_2^2A_3^{-1} \geq 2.1 \\ \delta_3 = A_2^{-1}A_3^2A_4^{-1} \geq 2.1 \\ 0.1 \leq K_{\omega_y} \leq 300 \\ 0.1 \leq K_\gamma \leq 300 \\ 0.1 \leq K_\Psi^{э} \leq 300 \end{cases} \qquad (4.2.3)$$

После определения целевой функции и нелинейных ограничений, применим функцию fmicon(). Полученные коэффициенты:

$$K_{\omega_x} = 0.9225 \quad (4.2.4)$$

$$K_\gamma = 3.5337 \quad (4.2.5)$$

$$K_\Psi^{э} = 109.4343 \quad (4.2.6)$$

Получили передаточную функцию:

$$\mathrm{W}_\Psi^{-\Psi_{зад}}(\mathrm{s}) = -\frac{15630}{\mathrm{s}^5 + 29.28\mathrm{s}^4 + 428.3\mathrm{s}^3 + 2983s^2 + 9894s + 15630} \quad (4.2.7)$$

Переходный процесс с заданными коэффициентами показан на рисунке 20.

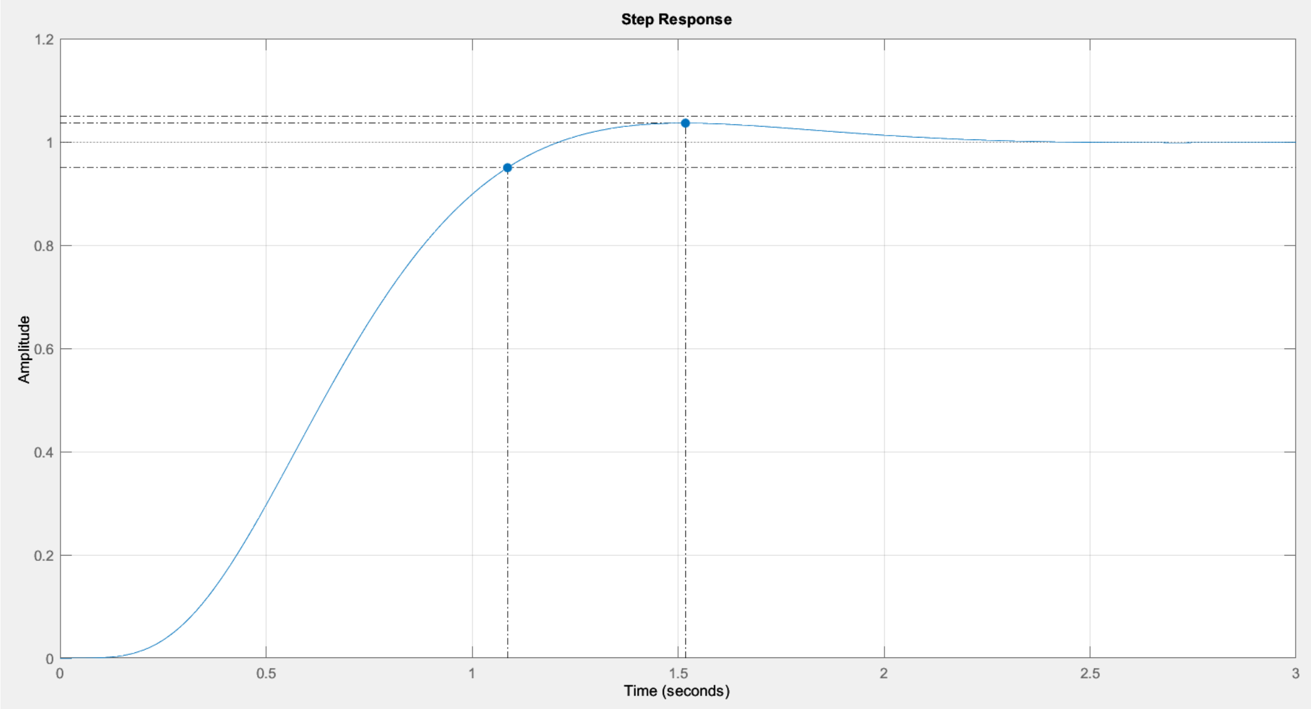

Рисунок 20. Переходный процесс в канале рыскания при координированном развороте после синтеза функцией fmicon

$$t_{\text{п.п.}} = 1.09;\ h_{max} = 1.04;\ \sigma = 3.63\%$$

4.3. Подбор коэффициентов в NCD-блоке для САУ углом рыскания в режиме координированного разворота

Осуществим подбор коэффициентов в системе Simulink при помощи NCD-блока для с параметрами моделирования.

$$t_{\text{п.п.}} = 1;\ h_{max} = 1.05;\ \sigma = 5\%$$

Схема моделирования представлена на рисунке 21.

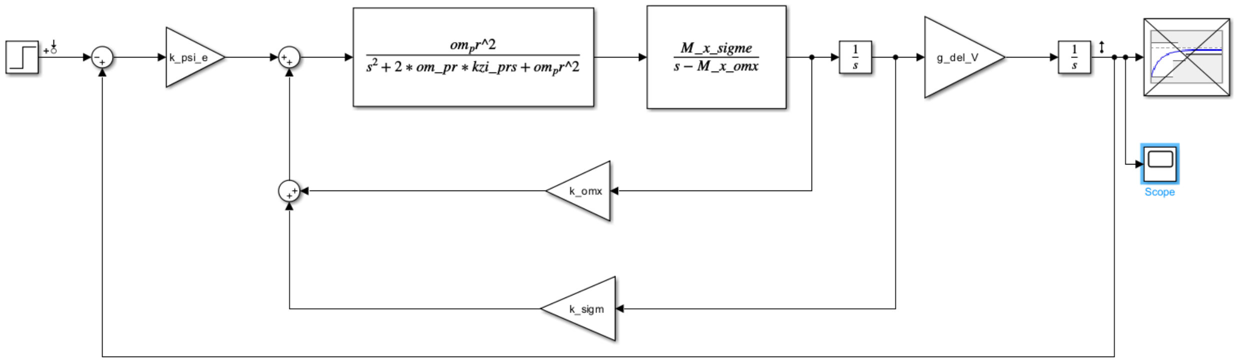

Рисунок 21. Схема моделирования для САУ углом рыскания в режиме координированного разворота

В ходе моделирования получаем коэффициенты

$$K_{\omega_x} = 0.87424 \quad (4.3.1)$$

$$K_{\gamma} = 3.5647 \quad (4.3.2)$$

$$K_{\Psi}^{\text{э}} = 116.03 \quad (4.3.3)$$

Переходный процесс при таких параметрах показан на рисунке 22.

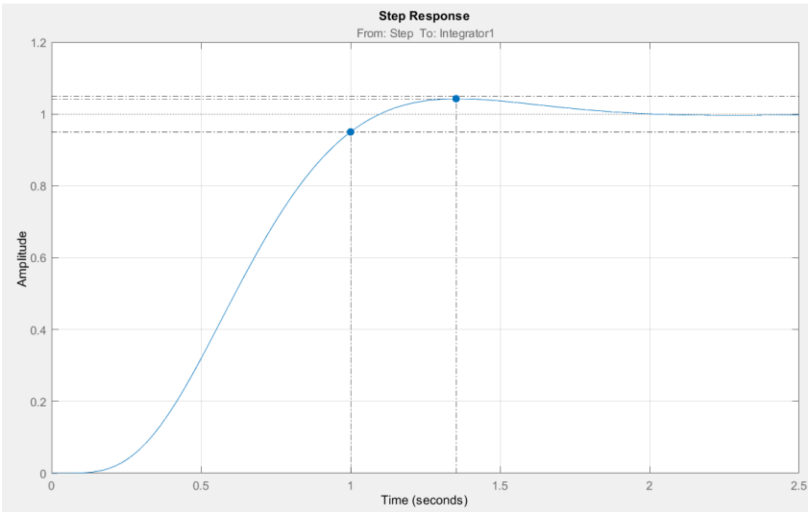

Рисунок 22. Переходный процесс в канале рыскания при координированном развороте после моделирования в NCD-блоке

$$t_{\text{п.п.}} = 1;\ h_{max} = 1.04;\ \sigma = 4.25\%$$

4.4. Построение области устойчивости для САУ углом рыскания в режиме координированного разворота

Построим область устойчивости в зависимости от параметров K_{ω_y}, K_γ и $K_\psi^э$. Для этого воспользуемся критерием Рауса. Для системы пятого порядка условия устойчивости по этому критерию выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} A_5 > 0 \\ A_4 > 0 \\ A_3 > 0 \\ A_2 > 0 \\ A_1 > 0 \\ A_0 > 0 \\ (A_1A_2 - A_0A_3)(A_3A_4 - A_2A_5) - (A_1A_4 - A_0A_5)^2 > 0 \end{cases}$$

Где A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 – коэффициенты характеристического многочлена полной системы с учётом привода (система (4.2.1)).

Область устойчивости – это область, которая соответствует выполнению критерия Рауса для системы 5-го порядка в данном случае. Данная область была построена в пространстве 3-х параметров и показана на рисунке 23.

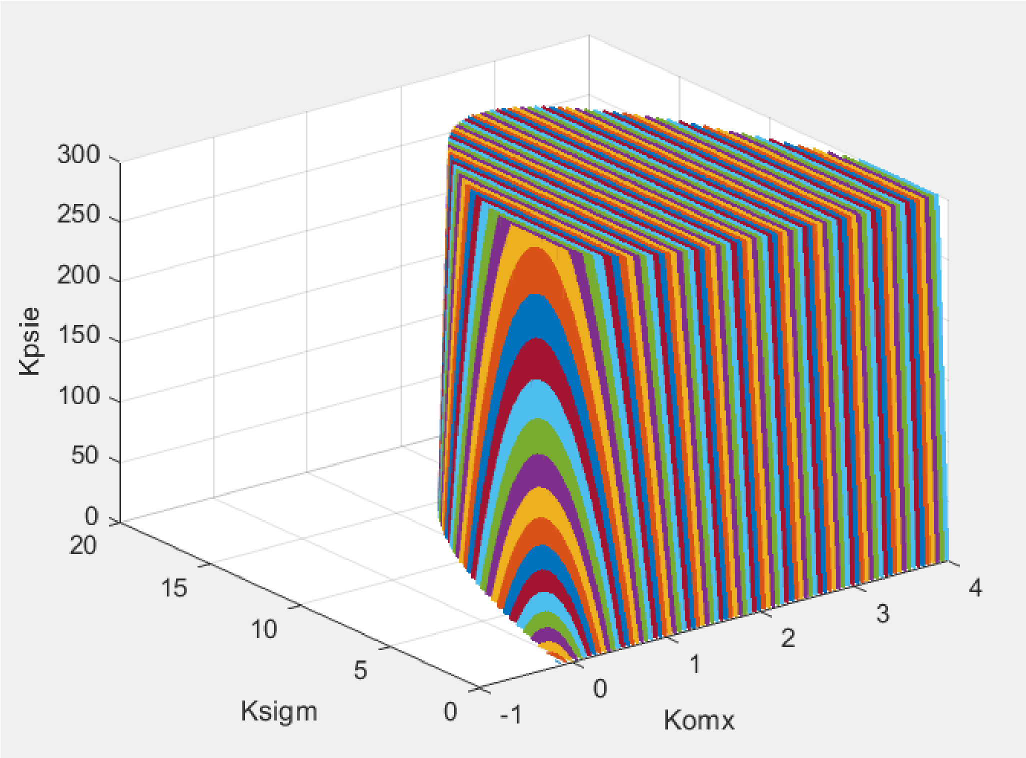

Рисунок 23. Область устойчивости для системы управления рысканием в режиме координированного разворота

Заключение

1. Разработана система управления углом крена на указанном режиме полета, удовлетворяющая требованиям к точности, быстродействию и качеству процессов управления (без учета динамики привода $t_{\text{п.п.}} = 0.651; h_{max} = 1.02;\ \sigma = 1.83\%$, с учетом динамики привода $t_{\text{п.п.}} = 0.522;\ h_{max} = 1.01;\ \sigma = 0.727\%$)

Получены следующие значения коэффициентов передачи:

$K_{\gamma} = 3.6957$

$K_{\omega_x} = 1$

Разработана система управления углом рыскания при использовании плоского разворота на указанном режиме полета, удовлетворяющая требованиям ко времени переходного процесса, но немного нарушающая требование на перерегулирование ($t_{\text{п.п.}} = 5.34;\ h_{max} = 1;\ \sigma = 0\%$)

Получены следующие значения коэффициентов передачи:

$K_{\Psi} = 9.0425$

$K_{\omega_y} = 2.7468$

3. Разработана система управления углом рыскания при использовании координированного разворота на указанном режиме полета, удовлетворяющая требованиям к точности, быстродействию и качеству процессов управления ($t_{\text{п.п.}} = 1;\ h_{max} = 1;\ \sigma = 0\%$).

Получены следующие значения коэффициентов передачи:

$K_{\gamma} = 3.5337$

$K_{\omega_x} = 0.9225$

$K_{\Psi}^{\text{э}} = 109.4343$

Список использованных источников

1. Лекции по дисциплине «Проектирование систем автоматического управления летательных аппаратов». Лектор: Мулин П.В.

Дата обращения: 01.11.2022.

2. Лекции по дисциплине «Системы автоматического управления воздушными летательными аппаратами». Лектор: Рыбников С.И.

Дата обращения: 02.11.2022.

Приложение 1

```
clc
clear


% Определение параметров системы
H = 5;
M = 0.6;
V = 192;
Zb = -0.2;
sin = 0.08;
cos = 1;
g_del_V = 0.051;

M_x_b = -5.8;
M_x_omx = -1;
M_x_omy = -0.2;
M_x_sigme = -7;
M_y_b = -3;
M_y_omx = -0.05;
M_y_omy = -0.2;
M_y_sigmn = -2.5;

om_pr = 20;
kzi_pr = sqrt(2)/2;


% Синтез параметров
a = 4; % Коэффициент пропорциональности между tpp и временем релаксации
kzi = sqrt(a^2/(pi^2+a^2)); % Коэффициент затухания
t_pp = 1; % Задаём примерное время переходного процесса
om0 = a / kzi / t_pp; % Определяем собственную частоту колебаний
T = 2*pi / (om0*sqrt(1-kzi^2)); % Определяем  время релаксации

disp('Синтезированные коэффициенты')
k_sigm = - om0^2 / M_x_sigme % Значение коэффициент k_sigm
k_omx = - (M_x_omx + 2*kzi*om0) / M_x_sigme % Определяем коэффициент k_omx


% Построение переходного процесса в системе с учётом привода
% с синтезированными коэффициентами
W1 = tf(M_x_sigme, [1 -M_x_omx]); % ПФ по угловой скорости
W2 = tf(om_pr^2, [1 2*kzi_pr*om_pr om_pr^2]); % ПФ привода
W3 = W1*W2; % Связываем W1 и W2
integr = tf(1, [1, 0]); % ПФ интегратора
W4 = feedback(W3, k_omx, 1); % Положительная ОС по угловой скорости
W5 = k_sigm * W4 * integr; % Разомкнутая цепь по углу крена
disp('ПФ замкнутой цепи по углу крена с учётом привода')
W6 = feedback(W5, 1, 1) % Замкнутая цепь по углу крена
disp('Корни характеристического уравнения')
roots(W6.denominator{1}) % Корни характеристического уравнения
figure;
step(-1*W6); % Построение переходного процесса


% Построение переходного процесса в системе без учёта привода
% с синтезированными коэффициентами
W1 = tf(M_x_sigme, [1 -M_x_omx]); % ПФ по угловой скорости
integr = tf(1, [1, 0]); % ПФ интегратора
```

```
W2 = feedback(W1, k_omx, 1); % Положительная ОС по угловой скорости
W3 = k_sigm * W2 * integr; % Разомкнутая цепь по углу крена
disp('ПФ замкнутой цепи по углу крена без учёта привода')
W4 = feedback(W3, 1, 1) % Замкнутая цепь по углу крена
disp('Корни характеристического уравнения')
roots(W4.denominator{1}) % Корни характеристического уравнения
hold on
step(-1*W4); % Построение переходного процесса
hold off
grid on
legend('С учётом динамики привода','Без учёта динамики привода')


% Корни, полученные при моделирования в NCD-блоке
disp('Плученные в NCD-блоке коэффициенты')
k_sigm = 5.4231
k_omx = 1.2597


% Те же самые построение только уже для подобранных в NCD-блоке
% коэффициентов
W1 = tf(M_x_sigme, [1 -M_x_omx]);
W2 = tf(om_pr^2, [1 2*kzi_pr*om_pr om_pr^2]);
W3 = W1*W2;
integr = tf(1, [1, 0]);
W4 = feedback(W3, k_omx, 1);
W5 = k_sigm * W4 * integr;
disp('ПФ замкнутой цепи по углу крена с учётом привода')
W6 = feedback(W5, 1, 1)
disp('Корни характеристического уравнения')
roots(W6.denominator{1})
figure;
step(-1*W6)


W1 = tf(M_x_sigme, [1 -M_x_omx]);
integr = tf(1, [1, 0]);
W2 = feedback(W1, k_omx, 1);
W3 = k_sigm * W2 * integr;
disp('ПФ замкнутой цепи по углу крена без учёта привода')
W4 = feedback(W3, 1, 1)
disp('Корни характеристического уравнения')
roots(W4.denominator{1})
hold on
step(-1*W4)
hold off
legend('С учётом динамики привода','Без учёта динамики привода')
grid on
```

Программа 1. Основной код для системы управления стабилизацией крена

```
clc
clear

syms k_sigm k_omx s

% Определение параметров системы
H = 5;
M = 0.6;
V = 192;
Zb = -0.2;
```

```
sin = 0.08;
cos = 1;
g_del_V = 0.051;

M_x_b = -5.8;
M_x_omx = -1;
M_x_omy = -0.2;
M_x_sigme = -7;
M_y_b = -3;
M_y_omx = -0.05;
M_y_omy = -0.2;
M_y_sigmn = -2.5;

om_pr = 20;
kzi_pr = sqrt(2)/2;


W_pr = om_pr^2 / (s^2 + 2*om_pr*kzi_pr*s + om_pr^2); % ПФ привода
W1 = collect(M_x_sigme / (s - M_x_omx)); % ПФ по угловой скорости
W2 = collect(W1 * W_pr); % Связываем W1 и W2
W3 = collect(W2 / (1 - W2*k_omx)); % Положительная ОС по угловой скорости
W4 = collect(k_sigm * W3 / s); % Разомкнутая цепь по углу крена
W5 = collect(W4 / (1 - W4)); % Замкнутая цепь по углу крена
disp('ПФ замкнутой цепи по углу крена с учётом привода')
pretty(W5)


[num, den] = numden(W5);
disp('Числитель передаточной функции')
num = vpa(collect(num), 4)
disp('Знаменатель передаточной функции')
den = vpa(collect(den), 4)


% Выделим коэффициенты в числителе и знаменателе
% Функция coeffs запишет их от младшей степени к старшей
koefs_num = coeffs(num, 's'); % Массив коэффициентов числителя
koefs_den = coeffs(den, 's'); % Массив коэффициентов знаменателя


% Перевернём массивы на 180 градусов, чтобы получить коэффициенты
% от старшего ко младшему
koefs_num = rot90(rot90(koefs_num));
koefs_den = rot90(rot90(koefs_den));


% Запишем соответствующие коэффициенты в соответствующие переменные
B0 = koefs_num(1);
A4 = koefs_den(1);
A3 = koefs_den(2);
A2 = koefs_den(3);
A1 = koefs_den(4);
A0 = koefs_den(5);


% Запишем неравенства жля критерия Рауса
eq1 = A0 > 0;
eq2 = A1 > 0;
eq3 = A2 > 0;
eq4 = A3 > 0;
eq5 = A4 > 0;
eq6 = simplify(A1*A2*A3 - A1^2*A4 - A0*A3^2) > 0;
```

```matlab
% Преобразуем неравенства из символьного типа данных в функции
eq1 = matlabFunction(eq1);
eq2 = matlabFunction(eq2);
eq3 = matlabFunction(eq3);
eq4 = matlabFunction(eq4);
eq5 = matlabFunction(eq5);
eq6 = matlabFunction(eq6);


% Задание сетки
l1 = [-2:0.005:5];
l2 = [-2:0.005:20];
[ko, ks] = meshgrid(l1, l2);


% Проверка устойчивости узлов сетки
c1 = eq1(ks);
c2 = eq2(ko);
c3 = eq3();
c4 = eq4();
c5 = eq5();
c6 = eq6(ko, ks);


figure;
contourf(l1, l2, c1 & c2 & c3 & c4 & c5 & c6, [1 1 1 1 1 1])
colormap lines
grid on
hold on
% Синтезированные коэффициенты
k_omx = 1;
k_sigm = 3.6957;
pnt1 = scatter(k_omx, k_sigm, 'r','filled');
% Подобранные коэффициенты
k_omx = 1.2597;
k_sigm = 5.4231;
pnt2 = scatter(k_omx, k_sigm, 'b','filled');
legend([pnt1, pnt2],"Синтезированные коэффициенты", "Подобранные коэффициенты")
hold off
xlabel('Komx')
ylabel('Ksigm')
```

Программа 2. Область устойчивости для системы управления стабилизацией крена

Приложение 2

```
clc
clear

syms k_psi k_omegay s

% Определение параметров системы
H = 5;
M = 0.6;
V = 192;
Zb = -0.2;
sin = 0.08;
cos = 1;
g_del_V = 0.051;

M_x_b = -5.8;
M_x_omx = -1;
M_x_omy = -0.2;
M_x_sigme = -7;
M_y_b = -3;
M_y_omx = -0.05;
M_y_omy = -0.2;
M_y_sigmn = -2.5;

om_pr = 20;
kzi_pr = sqrt(2)/2;

% Передаточная функция привода
W_pr = om_pr^2 / (s^2 + 2*om_pr*kzi_pr*s + om_pr^2);
% Передаточная функция по угловой скорости рысканья с учётом привода
W_sigmn_omy_raz = collect((M_y_sigmn*s + (-M_y_sigmn*Zb)) / (s^2 + (-M_y_omy-Zb)*s +
(M_y_omy*Zb-M_y_b)) * W_pr);
% Обратная связь с коэффициентом обратной связи k_omegay
W_sigmn_omy_zamk = collect(W_sigmn_omy_raz / (1 - k_omegay*W_sigmn_omy_raz));
% Разомкнутая передаточная функция по углу рысканья с замкнутым внутренним
% контуром
W_psizad_psi_raz = collect(k_psi * W_sigmn_omy_zamk / s);
% Передаточная функция замкнутой системы по углу рысканья
W_psizad_psi_zamk = collect(W_psizad_psi_raz / (1 - W_psizad_psi_raz));

% Выделим числитель и знаменатель итоговой ПФ
[num, den] = numden(W_psizad_psi_zamk);
num = collect(num);
den = collect(den);
% Выделим коэффициенты числителя и знаменателя
% При этом сами коэффициенты будут записаны в порядке от младшего к
% старшему, то есть перевернутся
koefs_num = coeffs(num, 's');
koefs_den = coeffs(den, 's');
% Выделим старший коэффициент знаменателя. В списке он будет последний
starsh_koef = koefs_den(length(koefs_den));
% Поделим все коэффициенты на это число
koefs_num = vpa(koefs_num / starsh_koef);
koefs_den = vpa(koefs_den / starsh_koef);
% Развернём оба списка с коэффициентами, чтобы они шли от старшего ко
% младшему
koefs_num = rot90(rot90(koefs_num));
koefs_den = rot90(rot90(koefs_den));
```

```
% Преобразованные коэффициенты передаточной функции
B1 = koefs_num(1);
B0 = koefs_num(2);
A5 = koefs_den(1);
A4 = koefs_den(2);
A3 = koefs_den(3);
A2 = koefs_den(4);
A1 = koefs_den(5);
A0 = koefs_den(6);

% Передаточная функция в нормальном виде (старший коэффициент знаменателя
% равен 1
num = (B1*s + B0);
den = (A5*s^5 + A4*s^4 + A3*s^3 + A2*s^2 + A1*s + A0);
PF = (num / den);
disp('Числитель ПФ')
pretty(num)
disp('Знаменатель ПФ')
pretty(den)

% Зададим параметры для оптимизации в fmicon
k0 = [10, 10];
A = [];
b = [];
Aeg = [];
beg = [];
lb = 0.1*ones(2,1);
ub = 300*ones(2,1);

% Осуществим параметрическую оптимизацию
[x, fval] = fmincon('fun_min', k0, A, b, Aeg, beg, lb, ub, 'nonclon');

% Полученные коэффициенты
k_omegay = x(1)
k_psi = x(2)

% Преобразовывает коэффициенты характеристического полинома,
% подставляя в них найденные значения
B_1 = vpa(-1000.0*x(2));
B_0 = vpa(-200.0*x(2));
A_5 = vpa(1);
A_4 = vpa(28.6842);
A_3 = vpa(414.3537);
A_2 = vpa(1000*x(1) + 245.98);
A_1 = vpa(1000*x(2) + 200*x(1) + 1216);
A_0 = vpa(200.0.*x(2));
num = B_1*s + B_0;
den = A_5*s^5 + A_4*s^4 + A_3*s^3 + A_2*s^2 + A_1*s + A_0;
num = sym2poly(num);
den = sym2poly(den);

% Получаем передаточную функцию и строим переходный процесс
disp('Передаточная функция с полученными коэффициентами')
W_sys = tf(num, den)
figure;
step(-1*W_sys)
grid on
```

Программа 3. Основной код для системы управление рысканием в режиме плоского разворота

```
function f = fun_min(x)
% x(1) = k_omegay, x(2) = k_psi

    A_1 = 1000*x(2) + 200*x(1) + 1216;
    A_0 = 200.0*x(2);

    f = A_1 * A_0^(-1);

end
```

Программа 4. Целевая функция для системы управления углом рыскания в режиме плоского разворота

```
function [c, seq] = nonclon(x)
% x(1) = k_omegay, x(2) = k_psi

    A_5 = 1;
    A_4 = 28.6842;
    A_3 = 414.3537;
    A_2 = 1000*x(1) + 245.98;
    A_1 = 1000*x(2) + 200*x(1) + 1216;
    A_0 = 200.0*x(2);

    lambd_star = 2.15; % Желаемое значение лямбды
    lambd1 = lambd_star - (A_0^(-1) * A_1 * A_2 * A_3^(-1));
    lambd2 = lambd_star - (A_1^(-1) * A_2 * A_3 * A_4^(-1));
    lambd3 = lambd_star - (A_2^(-1) * A_3 * A_4 * A_5^(-1));

    sigm_star = 2; % Желаемое значение сигмы
    sigm1 = sigm_star - (A_0^(-1) * A_1^2 * A_2^(-1));
    sigm2 = sigm_star - (A_1^(-1) * A_2^2 * A_3^(-1));
    sigm3 = sigm_star - (A_2^(-1) * A_3^2 * A_4^(-1));

    c = [lambd1; lambd2; lambd3; sigm1; sigm2; sigm3];
    seq = [];

end
```

Программа 5. Ограничения для системы управления углом рыскания в режиме плоского разворота

```
clc
clear

syms k_psi k_omegay s

% Задаём параметры системы
H = 5;
M = 0.6;
V = 192;
Zb = -0.2;
sin = 0.08;
cos = 1;
g_del_V = 0.051;

M_x_b = -5.8;
M_x_omx = -1;
M_x_omy = -0.2;
M_x_sigme = -7;
```

```
M_y_b = -3;
M_y_omx = -0.05;
M_y_omy = -0.2;
M_y_sigmn = -2.5;

om_pr = 20;
kzi_pr = 0.707;

% Передаточная функция привода
W_pr = om_pr^2 / (s^2 + 2*om_pr*kzi_pr*s + om_pr^2);
% Передаточная функция по угловой скорости рысканья с учётом привода
W_sigmn_omy_raz = collect((M_y_sigmn*s + (-M_y_sigmn*Zb)) / (s^2 + (-M_y_omy-Zb)*s +
(M_y_omy*Zb-M_y_b)) * W_pr);
% Обратная связь с коэффициентом обратной связи k_omegay
W_sigmn_omy_zamk = collect(W_sigmn_omy_raz / (1 - k_omegay*W_sigmn_omy_raz));
% Разомкнутая передаточная функция по углу рысканья с замкнутым внутренним
% контуром
W_psizad_psi_raz = collect(k_psi * W_sigmn_omy_zamk / s);
% Передаточная функция замкнутой системы по углу рысканья
W_psizad_psi_zamk = collect(W_psizad_psi_raz / (1 - W_psizad_psi_raz));

% Выделим числитель и знаменатель итоговой ПФ
[num, den] = numden(W_psizad_psi_zamk);
num = collect(num);
den = collect(den);
% Выделим коэффициенты числителя и знаменателя
% При этом сами коэффициенты будут записаны в порядке от младшего к
% старшему, то есть перевернутся
koefs_num = coeffs(num, 's');
koefs_den = coeffs(den, 's');
% Выделим старший коэффициент знаменателя. В списке он будет последний
starsh_koef = koefs_den(length(koefs_den));
% Поделим все коэффициенты на это число
koefs_num = vpa(koefs_num / starsh_koef);
koefs_den = vpa(koefs_den / starsh_koef);
% Развернём оба списка с коэффициентами, чтобы они шли от старшего ко
% младшему
koefs_num = rot90(rot90(koefs_num));
koefs_den = rot90(rot90(koefs_den));

% Преобразованные коэффициенты передаточной функции
B1 = koefs_num(1);
B0 = koefs_num(2);
A5 = koefs_den(1);
A4 = koefs_den(2);
A3 = koefs_den(3);
A2 = koefs_den(4);
A1 = koefs_den(5);
A0 = koefs_den(6);

% Передаточная функция в нормальном виде (старший коэффициент знаменателя
% равен 1
num = (B1*s + B0);
den = (A5*s^5 + A4*s^4 + A3*s^3 + A2*s^2 + A1*s + A0);
PF = (num / den);
disp('Числитель ПФ')
pretty(num)
disp('Знаменатель ПФ')
pretty(den)

% Запишем неравенства ждя критерия Рауса
eq1 = A0 > 0;
```

```
eq2 = A1 > 0;
eq3 = A2 > 0;
eq4 = A3 > 0;
eq5 = A4 > 0;
eq6 = A5 > 0;
eq7 = simplify((A1*A2-A0*A3)*(A3*A4-A2*A5) - (A1*A4-A0*A5)^2) > 0;

% Преобразуем неравенства из символьного типа данных в функции
eq1 = matlabFunction(eq1);
eq2 = matlabFunction(eq2);
eq3 = matlabFunction(eq3);
eq4 = matlabFunction(eq4);
eq5 = matlabFunction(eq5);
eq6 = matlabFunction(eq6);
eq7 = matlabFunction(eq7);

% Задание сетки
l1 = [-2:0.05:50];
l2 = [-2:0.05:50];
[ko, kp] = meshgrid(l1, l2);

% Проверка устойчивости узлов сетки
c1 = eq1(kp);
c2 = eq2(kp, ko);
c3 = eq3(ko);
c4 = eq4();
c5 = eq5();
c6 = eq6();
c7 = eq7(kp, ko);

% Построение области устойчивости
figure;
contourf(l1, l2, c1 & c2 & c3 & c4 & c5 & c6 & c7, [1 1 1 1 1 1 1])
colormap lines
hold on
% Синтезированные коэффициенты
k_omegay = 2.7468;
k_psi = 9.0425;
pnt1 = scatter(k_omegay, k_psi,'r','filled');
% Подобранные коэффициенты
k_omegay = 2.8172;
k_psi = 9.0425;
pnt2 = scatter(k_omegay, k_psi, 'b','filled');
legend([pnt1, pnt2],"Синтезированные коэффициенты", "Подобранные коэффициенты")
hold off
xlabel("Komy")
ylabel("Kpsi")
grid on
```

Программа 6. Построение области устойчивости для системы управления углом рыскания в режиме плоского разворота

Приложение 3

```
clc
clear

syms s k_psi_e k_omx k_sigm

% Зададим параметры в системе
H = 5;
M = 0.6;
V = 192;
Zb = -0.2;
sin = 0.08;
cos = 1;
g_del_V = 0.051;

M_x_b = -5.8;
M_x_omx = -1;
M_x_omy = -0.2;
M_x_sigme = -7;
M_y_b = -3;
M_y_omx = -0.05;
M_y_omy = -0.2;
M_y_sigmn = -2.5;

om_pr = 20;
kzi_pr = 0.707;

% Передаточная функция привода
W_pr = om_pr^2 / (s^2 + 2*om_pr*kzi_pr*s + om_pr^2);
% Передаточная функция ОУ
W1 = M_x_sigme / (s - M_x_omx);
% Передаточная функция ОУ и привода вместе
W2 = collect(W_pr*W1);
% Передаточная функция с обратной связью
W3 = collect(W2 / (1 - W2*k_omx));
% Умножаем на интегратор
W4 = collect(W3 / s);
% Ещё раз оборачиваем обратной связью
W5 = collect(W4 / (1 - W4*k_sigm));
% ПФ разомкнутой цепи
W6 = collect(k_psi_e * W5 * g_del_V / s);
% ПФ всей системы
W7 = collect(W6 / (1 - W6));

% Выделим числитель и знаменатель итоговой ПФ
[num, den] = numden(W7);
num = collect(num);
den = collect(den);
% Выделим коэффициенты числителя и знаменателя
% При этом сами коэффициенты будут записаны в порядке от младшего к
% старшему, то есть перевернутся
koefs_num = coeffs(num, 's');
koefs_den = coeffs(den, 's');
% Выделим старший коэффициент знаменателя. В списке он будет последний
starsh_koef = koefs_den(length(koefs_den));
% Поделим все коэффициенты на это число
koefs_num = vpa(koefs_num / starsh_koef);
koefs_den = vpa(koefs_den / starsh_koef);
% Развернём оба списка с коэффициентами, чтобы они шли от старшего ко
```

```
% младшему
koefs_num = rot90(rot90(koefs_num));
koefs_den = rot90(rot90(koefs_den));

% Преобразованные коэффициенты передаточной функции
B0 = koefs_num(1);
A5 = koefs_den(1);
A4 = koefs_den(2);
A3 = koefs_den(3);
A2 = koefs_den(4);
A1 = koefs_den(5);
A0 = koefs_den(6);

% Передаточная функция в нормальном виде (старший коэффициент знаменателя
% равен 1
num = B0;
den = (A5*s^5 + A4*s^4 + A3*s^3 + A2*s^2 + A1*s + A0);
PF = (num / den);
disp('Числитель ПФ')
pretty(num)
disp('Знаменатель ПФ')
pretty(den)

% Зададим параметры для оптимизации в fmicon
k0 = [1;1;1];
A = [];
b = [];
Aeg = [];
beg = [];
lb = 0.1*ones(2,1);
ub = 300*ones(2,1);

% Осуществим параметрическую оптимизацию
[x, fval] = fmincon('fun_min', k0, A, b, Aeg, beg, lb, ub, 'nonclon');

% Полученные коэффициенты
k_omx = x(1)
k_sigm = x(2)
k_psi_e = x(3)
% Преобразовывает коэффициенты характеристического полинома,
% подставляя в них найденные значения
B_0 = vpa(-142.8*x(3));
A_5 = vpa(1);
A_4 = vpa(29.28);
A_3 = vpa(428.28);
A_2 = vpa(400.0 + 2800.0*x(1));
A_1 = vpa(2800.0*x(2));
A_0 = vpa(142.8*x(3));
num = B_0;
den = A_5*s^5 + A_4*s^4 + A_3*s^3 + A_2*s^2 + A_1*s + A_0;
num = sym2poly(num);
den = sym2poly(den);
% Получаем передаточную функцию и строим переходный процесс
disp('Передаточная функция с полученными коэффициентами')
W_sys = tf(num, den)
figure;
step(-1*W_sys)
grid on
```

Программа 7. Основной код для системы управления углом рыскания в режиме координированного разворота

```
function f = fun_min(x)
% x(1) = k_omegay, x(2) = k_psi

    A_1 = 2800*x(2);
    A_0 = 142.8*x(3);

    f = A_1 * A_0^(-1);

end
```

Программа 8. Целевая функция для системы управления углом рыскания в режиме координированного разворота

```
function [c, seq] = nonclon(x)
% x(1) = k_omegay, x(2) = k_psi

    A_5 = 1;
    A_4 = 29.28;
    A_3 = 428.28;
    A_2 = 400.0 + 2800.0*x(1);
    A_1 = 2800*x(2);
    A_0 = 142.8*x(3);

    lambd_star = 2.15; % Желаемое значение лямбды
    lambd1 = lambd_star - (A_0^(-1) * A_1 * A_2 * A_3^(-1));
    lambd2 = lambd_star - (A_1^(-1) * A_2 * A_3 * A_4^(-1));
    lambd3 = lambd_star - (A_2^(-1) * A_3 * A_4 * A_5^(-1));

    sigm_star = 2.1; % Желаемое значение сигмы
    sigm1 = sigm_star - (A_0^(-1) * A_1^2 * A_2^(-1));
    sigm2 = sigm_star - (A_1^(-1) * A_2^2 * A_3^(-1));
    sigm3 = sigm_star - (A_2^(-1) * A_3^2 * A_4^(-1));

    c = [lambd1; lambd2; lambd3; sigm1; sigm2; sigm3];
    seq = [];

end
```

Программа 9. Ограничения для системы управления углом рыскания в режиме координированного разворота

```
clc
clear

syms k_psi_e k_omx k_sigm s

% Зададим параметры в системе
H = 5;
M = 0.6;
V = 192;
Zb = 0.2;
sin = 0.08;
cos = 1;
g_del_V = 0.051;

M_x_b = -5.8;
M_x_omx = -1;
M_x_omy = -0.2;
```

```
M_x_sigme = -7;
M_y_b = -3;
M_y_omx = -0.05;
M_y_omy = -0.2;
M_y_sigmn = -2.5;

om_pr = 20;
kzi_pr = 0.707;

% Передаточная функция привода
W_pr = om_pr^2 / (s^2 + 2*om_pr*kzi_pr*s + om_pr^2);
% Передаточная функция ОУ
W1 = M_x_sigme / (s - M_x_omx);
% Передаточная функция ОУ и привода вместе
W2 = collect(W_pr*W1);
% Передаточная функция с обратной связью
W3 = collect(W2 / (1 - W2*k_omx));
% Умножаем на интегратор
W4 = collect(W3 / s);
% Ещё раз оборачиваем обратной связью
W5 = collect(W4 / (1 - W4*k_sigm));
% ПФ разомкнутой цепи
W6 = collect(k_psi_e * W5 * g_del_V / s);
% ПФ всей системы
W7 = collect(W6 / (1 - W6));

% Выделим числитель и знаменатель итоговой ПФ
[num, den] = numden(W7);
num = collect(num);
den = collect(den);
% Выделим коэффициенты числителя и знаменателя
% При этом сами коэффициенты будут записаны в порядке от младшего к
% старшему, то есть перевернутся
koefs_num = coeffs(num, 's');
koefs_den = coeffs(den, 's');
% Выделим старший коэффициент знаменателя. В списке он будет последний
starsh_koef = koefs_den(length(koefs_den));
% Поделим все коэффициенты на это число
koefs_num = vpa(koefs_num / starsh_koef);
koefs_den = vpa(koefs_den / starsh_koef);
% Развернём оба списка с коэффициентами, чтобы они шли от старшего ко
% младшему
koefs_num = rot90(rot90(koefs_num));
koefs_den = rot90(rot90(koefs_den));

% Преобразованные коэффициенты передаточной функции
B0 = koefs_num(1);
A5 = koefs_den(1);
A4 = koefs_den(2);
A3 = koefs_den(3);
A2 = koefs_den(4);
A1 = koefs_den(5);
A0 = koefs_den(6);

% Передаточная функция в нормальном виде (старший коэффициент знаменателя
% равен 1
num = B0;
den = (A5*s^5 + A4*s^4 + A3*s^3 + A2*s^2 + A1*s + A0);
PF = (num / den);
disp('Числитель ПФ')
pretty(num)
disp('Знаменатель ПФ')
```

```
pretty(den)

% Запишем неравенства ждя критерия Рауса
eq1 = A0 > 0;
eq2 = A1 > 0;
eq3 = A2 > 0;
eq4 = A3 > 0;
eq5 = A4 > 0;
eq6 = A5 > 0;
eq7 = simplify((A1*A2-A0*A3)*(A3*A4-A2*A5) - (A1*A4-A0*A5)^2) > 0;

% Преобразуем неравенства из символьного типа данных в функции
eq1 = matlabFunction(eq1);
eq2 = matlabFunction(eq2);
eq3 = matlabFunction(eq3);
eq4 = matlabFunction(eq4);
eq5 = matlabFunction(eq5);
eq6 = matlabFunction(eq6);
eq7 = matlabFunction(eq7);

% Задание сетки
ko = [-1:0.05:4];
ks = [-1:0.05:20];
kp = [-1:0.5:300];

% Построение трехмерного графика
% Задаём k_omega
% Строим плоскую область для параметров k_sigm, k_psi
% Прибавляет к параметру k_omega шаг 0.05
% Повторяем действия
% Таким образом - получится много плоских рисунков,
% которые в сумме будут давать пространство устойчивости
hold on
grid on
view(3)
for i=1:length(ko)
    X = [];
    Y = [];
    Z = [];
    ind = 1;
    for j=1:length(ks)
        for k=1:length(kp)
            c1 = eq1(kp(k));
            c2 = eq2(ks(j));
            c3 = eq3(ko(i));
            c4 = eq4();
            c5 = eq5();
            c6 = eq6();
            c7 = eq7(ko(i), kp(k), ks(j));
            if  c1 & c2 & c3 & c4 & c5 & c6 & c7
                X(ind) = ko(i);
                Y(ind) = ks(j);
                Z(ind) = kp(k);
                ind = ind + 1;
            end
        end
    end
    plot3(X, Y, Z)
end
```

```
xlabel('Komx')
ylabel('Ksigm')
zlabel('Kpsie')
```

Программа 10. Построение области устойчивости для системы управления углом рыскания в режиме координированного разворота