

---

# **Disciplina: Programação Linear e Aplicações**

# Variáveis

---

- Variável é a característica de interesse que é medida em cada elemento da amostra ou população.
- Seus valores variam de elemento para elemento.
- Podem ter valores numéricos ou não numéricos.
- Classificação:
  - Variáveis Quantitativas: são as características que podem ser medidas em uma escala quantitativa, ou seja, apresentam valores numéricos que fazem sentido. Podem ser contínuas ou discretas.
  - Variáveis Qualitativas (ou categóricas): são as características que possuem valores qualitativos, mas, ao contrário, são definidas por várias categorias, ou seja, representam uma classificação dos indivíduos. Podem ser nominais ou ordinais.

# Variáveis

---

- Variáveis quantitativas:
  - Variáveis discretas: características mensuráveis que podem assumir um número finito ou infinito contável de valores e, assim, somente fazem sentido valores inteiros. Geralmente, são o resultado de contagens. Exemplos: número de filhos, número de bactérias por litro de leite.
  - Variáveis contínuas: características mensuráveis que assumem valores em uma escala contínua (na reta real), para as quais valores fracionais fazem sentido. Usualmente devem ser medidas através de algum instrumento. peso (balança), altura (régua), tempo (relógio).
  - Variáveis binárias: variáveis explicativas que podem tomar apenas um de dois valores (geralmente 0 ou 1). Representam características qualitativas, em eventos que tenham apenas 2 resultados possíveis.

# Variáveis

---

- Variáveis qualitativas:
  - Variáveis nominais: não existe ordenação dentre as categorias. Exemplos: sexo, cor dos olhos, fumante/não fumante, doente/sadio.
  - Variáveis ordinais: existe uma ordenação entre as categorias. Exemplos: escolaridade (1o, 2o, 3o graus), estágio da doença (inicial, intermediário, terminal), mês de observação (janeiro, fevereiro,..., dezembro).

# Variáveis

---

- Observações:
  - Uma variável originalmente quantitativa pode ser coletada de forma qualitativa.
    - Por exemplo, a variável idade, medida em anos completos, é quantitativa (contínua); mas, se for informada apenas a faixa etária (0 a 5 anos, 6 a 10 anos, etc...), é qualitativa (ordinal).
  - Outro ponto importante é que nem sempre uma variável representada por números é quantitativa.
    - O número do telefone de uma pessoa, o número da casa, o número de sua identidade. Às vezes o sexo de um animal é registrado na planilha de dados como 1 se macho e 2 se fêmea, por exemplo.

# Variáveis

---

- Exemplo:
  - Num estudo feito numa escola, recolheram-se dados referentes às seguintes variáveis:
    - idade.
    - tempo gasto diariamente no estudo.
    - ano de escolaridade.
    - distância de casa à escola.
    - Sexo.
    - local de estudo.
    - nota na disciplina de Programação Linear.
    - número de irmãos.
  - Quais são as quantitativas e quais são as qualitativas? Das variáveis quantitativas, quais são contínuas?

# Função Linear

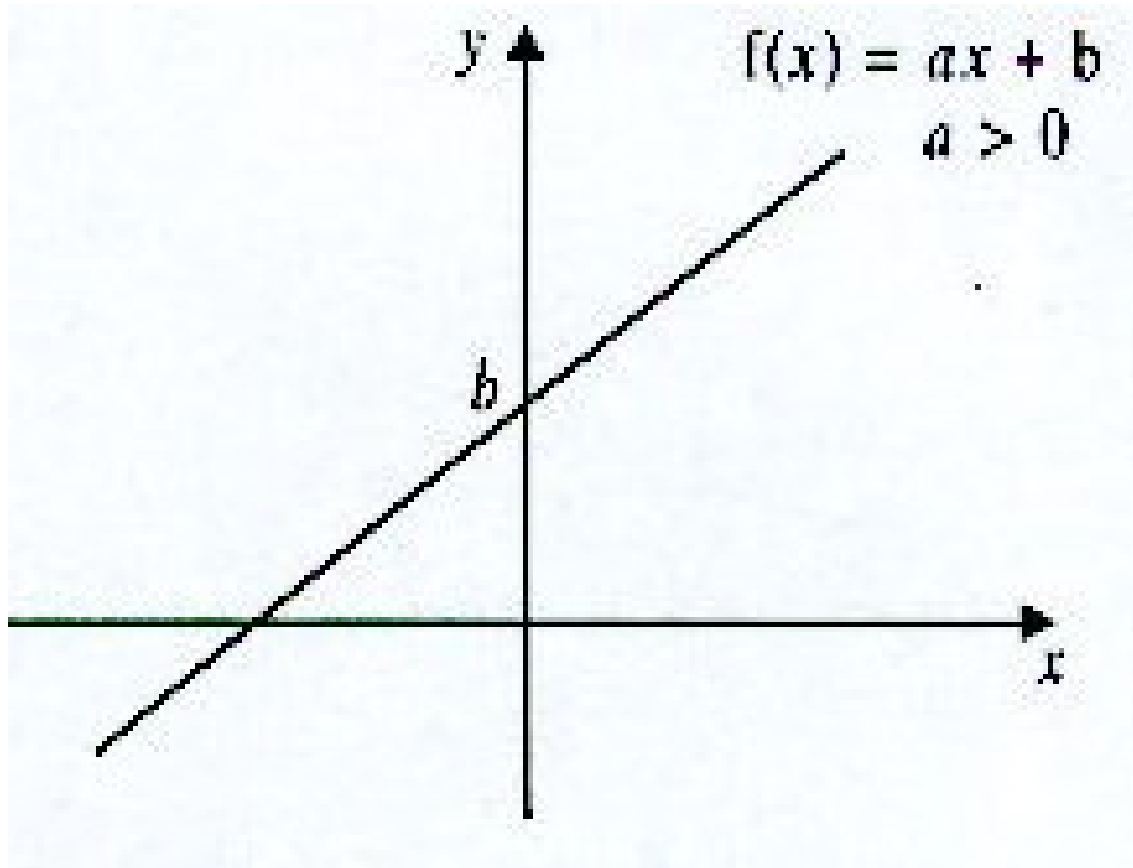
---

- Denominamos função do primeiro grau a qualquer função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que:
  - $f(x) = ax + b$  (com  $a \neq 0$ )
- O gráfico de uma função do 1º grau é sempre uma reta inclinada que encontra o eixo vertical quando  $y = b$ .
- O valor constante  $b$  da expressão  $ax + b$  é chamado coeficiente linear.
- O coeficiente  $a$  da expressão  $ax + b$  é chamado coeficiente angular e está associado ao grau de inclinação que a reta do gráfico.

# Função Linear

---

- Se  $a > 0$  a função será crescente, ou seja, quanto maior for o valor de  $x$ , maior será também o valor correspondente de  $y$  e o gráfico vai ficando mais alto para a direita.

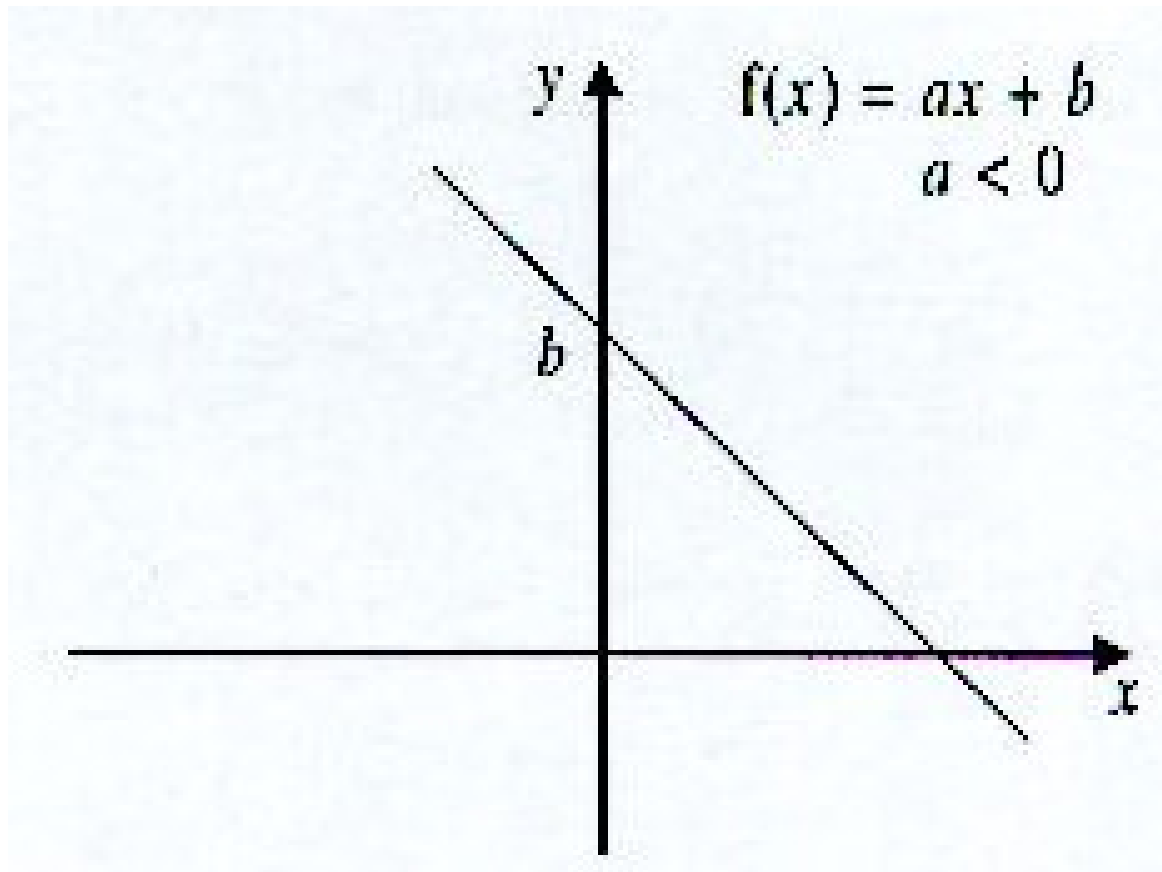




# Função Linear

---

- Se  $a < 0$  a função será decrescente, ou seja, quanto maior for o valor de  $x$ , menor será o valor correspondente de  $y$  e o gráfico vai ficando mais baixo para a direita.



# Sistemas de Equações do 1º Grau

---

- Um sistema de equações com duas variáveis,  $x$  e  $y$ , é um conjunto de equações do tipo:
  - $ax + by = c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ )
- ou de equações redutíveis a esta forma.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + 3y = 9 \end{cases}$$

# Sistemas de Equações do 1º Grau

---

- Resolver um sistema significa encontrar todos os pares ordenados  $(x;y)$  onde os valores de  $x$  e de  $y$  satisfazem a todas as equações do sistema ao mesmo tempo.
- Exemplo: no sistema indicado no exemplo anterior, o único par ordenado capaz de satisfazer às duas equações simultaneamente é:
  - $(x; y) = (2; 1)$
  - Ou seja,  $x = 2$  e  $y = 1$

# Sistemas de Equações do 1º Grau

---

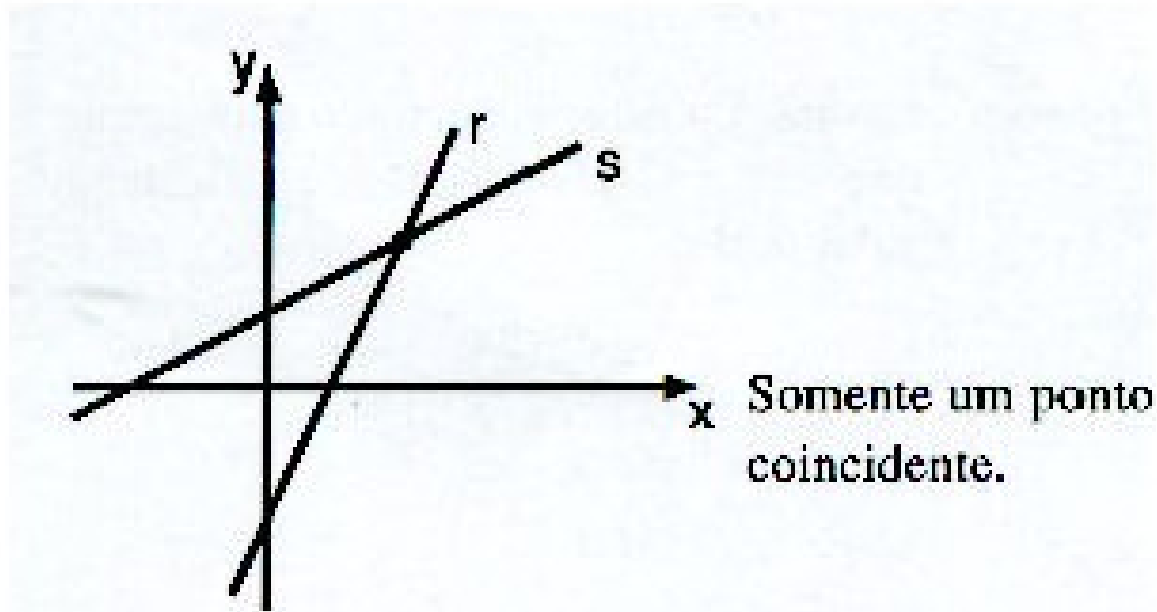
- Resolução algébrica
  - Dentre os vários métodos de resolução algébrica aplicáveis aos sistemas do 1º grau, destacam-se dois:
    - método da adição
    - método da substituição

# Sistemas de Equações do 1º Grau

---

- Resolução gráfica

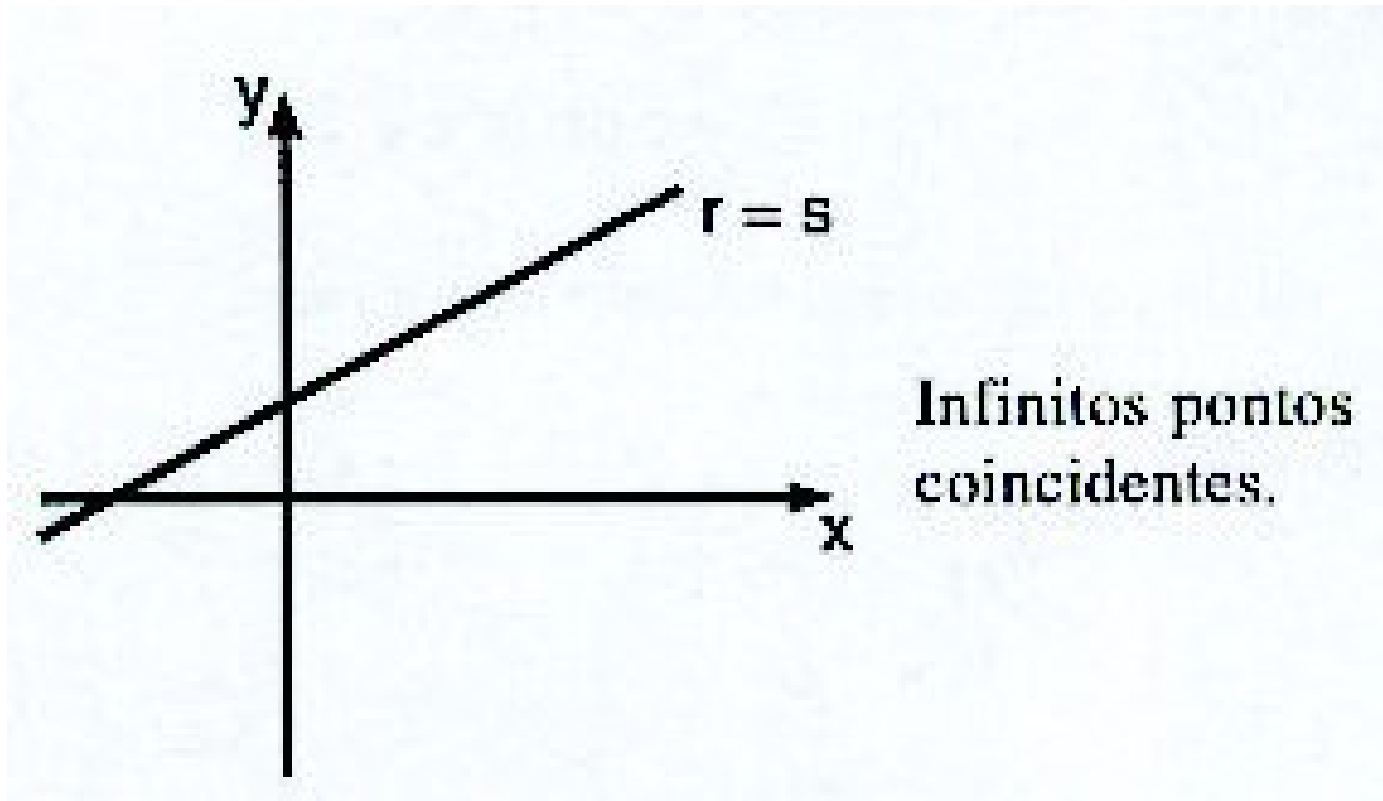
## 1º) Retas Concorrentes



# Sistemas de Equações do 1º Grau

---

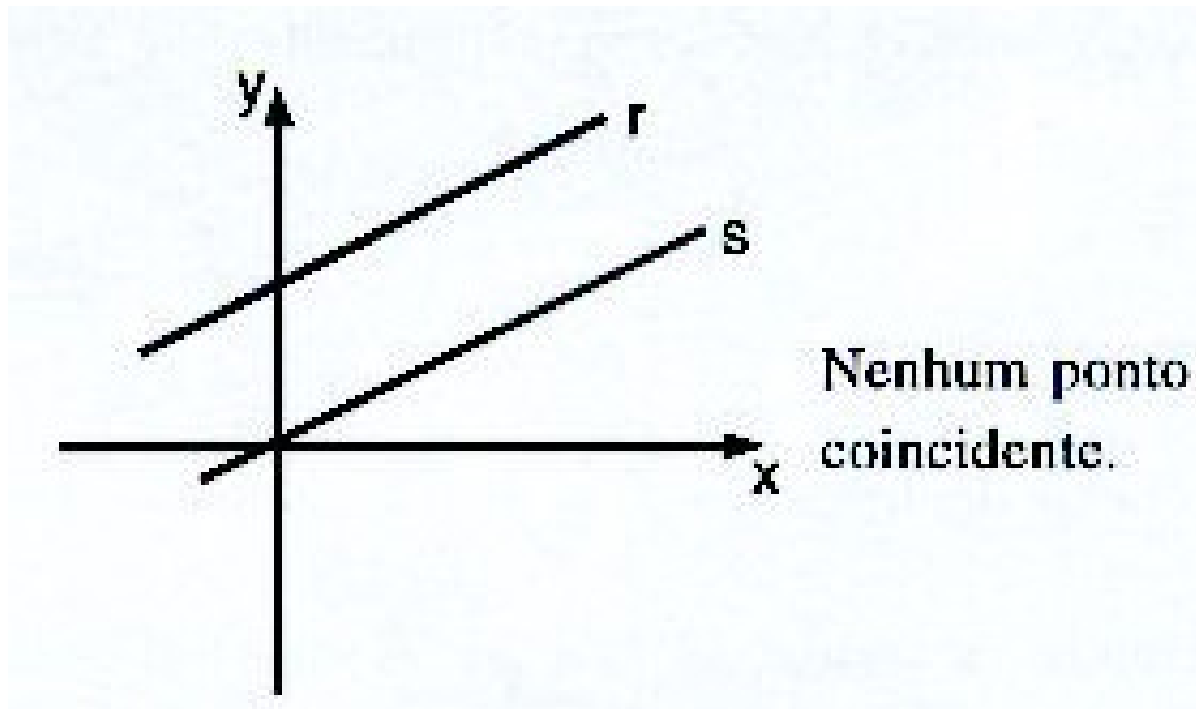
- Resolução gráfica



# Sistemas de Equações do 1º Grau

---

- Resolução gráfica



# Vetores

---

- Um vetor (variável homogênea) é um conjunto de números, que pode ser escrito como:

$$p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

- O vetor  $p$  é um vetor de dimensão  $n$ , ou seja, possui  $n$  elementos.



# Soma de Vetores

---

- Dois vetores podem ser adicionados se e somente se eles tiverem a mesma dimensão.
  - Para somar dois vetores, basta somar individualmente cada elemento deles.
  - O vetor resultante será da mesma dimensão do vetores originais.
- Dados os vetores
$$p = (4, 5, 1, 7) \quad q = (1, -2, 3, -4) \quad r = (1, 5, 4)$$
- Temos que:
  - $p + q = (5, 3, 4, 3)$
  - não é possível computar  $p + r$ , nem  $q + r$ , visto que são de dimensões diferentes.

# Multiplicação por Escalar

---

- Um vetor pode ser multiplicado por um escalar, multiplicando-se cada elemento do vetor por este escalar.
- Por exemplo:

$$2 * (1, 3, -2) = (2, 6, -4)$$

# Matrizes

- Uma matriz é qualquer arranjo retangular de números.
  - Uma matriz  $A$  com  $m$  linhas e  $n$  colunas é uma matriz  $m \times n$ .
  - $m \times n$  é a ordem de  $A$ .

Forma geral:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

O número na  $i^{\text{ésima}}$  linha e  $j^{\text{ésima}}$  coluna da matriz é denominado  $a_{ij}$ .

- Uma matriz com uma única coluna é um vetor de coluna.
- Uma matriz com uma única linha é um vetor de linha.

# Tipos de Dados - Básicos

---

- Inteiros:
  - 1, 2, 3, 4, 8 bytes
  - Com ou sem sinal
- Reais:
  - Precisão simples.
  - Dupla precisão.
- Caracteres:
  - ASCII