

$$A_{p \times q} \quad B_{q \times r} \rightarrow C_{p \times r} \rightarrow \text{cost} = p \times q \times r$$

Ejemplo.

Tenemos 3 matrices:  $\langle A_1, A_2, A_3 \rangle$

$$A_1 \rightarrow 10 \times 100$$

$$A_2 \rightarrow 100 \times 5$$

$$A_3 \rightarrow 5 \times 50$$

Caso 1

$$\underbrace{(A_1 A_2)}_{10 \times 100 \times 5} \cdot A_3 \rightarrow \underbrace{(A_1 A_2)}_{10 \times 100} \cdot \underbrace{A_3}_{5 \times 50} \rightarrow A_1 A_2 A_3$$

$$A_1 A_2 \rightarrow 10 \times 5$$

$$A_3 \rightarrow 5 \times 50$$

$$A_1 A_2 A_3 \rightarrow 10 \times 50$$

$$\text{Costo} = 10 \times 100 \times 5 + 10 \times 5 \times 50 = 7500$$

Caso 2 :

$$A_1 \cdot \underbrace{(A_2 A_3)}_{100 \times 5 \times 50} \rightarrow \underbrace{(A_1 \cdot A_2)}_{10 \times 100} \cdot \underbrace{A_3}_{5 \times 50} \rightarrow A_1 A_2 A_3$$

$$\downarrow \quad \quad \quad \underbrace{10 \times 100 \times 50}$$

$$\text{costo} = 100 \times 5 \times 50 + 10 \times 100 \times 50 = 75000$$

The Problem: Dada una secuencia de matrices  $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle$  donde el orden de una matriz  $A_i$  es  $p_{i-1} \times p_i$   $\forall i / 1 \leq i \leq n$  determinar el costo mínimo de entre todas las  $p$ -izaciones.

$$P = [p_0 \ p_1 \ \dots \ p_n]$$

Sea  $f(i, j)$  el costo mínimo entre todas las particiones para realizar el producto  $A_i \cdot A_{i+1} \cdot \dots \cdot A_j$

Para realizar  $(A_i \cdot A_{i+1} \cdot \dots \cdot A_j)$ , se puede partir el proceso en 2. Sea un  $i \leq k \leq j$ , se puede realizar la multiplicación de esta forma.

$$(A_i \cdot A_{i+1} \cdot \dots \cdot A_j) \quad i \leq k \leq j$$

$$\left( \overbrace{(A_i \dots A_k)}^{p_{i-1} p_i} \cdot \overbrace{(A_{k+1} \dots A_j)}^{p_k \cdot p_{k+1}} \right)$$

$$\downarrow f(i, k)$$

$$\text{orden: } p_{i-1} p_k$$

$$\downarrow f(k+1, j)$$

$$\text{orden } p_k \cdot p_j$$

$$f(i, j) = \min_k \left\{ f(i, k) + f(k+1, j) + p_{i-1} \cdot p_k \cdot p_j \right\} ; i \leq k < j$$

CASO BASE :

$$1) i = j \rightarrow f(i, j) = 0$$

$$2) j = i+1 \rightarrow f(i, j) = p_{i-1} p_i p_{i+1}$$