Dans le premier chapitre concernant les fluides, on s'est uniquement intéressés à la pression dans les fluides immobiles. Ici, on s'intéresse aux fluides en mouvement, ce qui nécessite une nouvelle panoplie d'outils mathématiques. On se restreindra à des situations particulières qui simplifient grandement l'approche : les écoulements dans des conduites indéformables, en régime stationnaire. Ainsi, on pourra se délester de l'étude de la dynamique de chaque particule fluide de l'écoulement, et parler uniquement de grandeurs qui caractérisent l'écoulement de manière plus grossières, telles que le débit massique, la vitesse moyenne, etc.

Ce chapitre constitue aussi un préambule nécessaire à l'étude des machines thermodynamiques industrielles, dans lesquelles circulent très souvent des fluides dans ces conduites.

TABLE DES MATIÈRES

I - DESCRIPTION D'UN FLUIDE EN MOUVEMENT

On avait déjà abordé la notion de **particule fluide** dans le premier chapitre de mécanique des fluides, mais uniquement dans le cas statique. On complète ici la définition afin de pouvoir l'utiliser dans le cas des fluides en mouvement.

> **Particule fluide**
>
> Une particule fluide est une portion de fluide mésoscopique de masse constante, qui se déplace et/ou se déforme au gré de l'écoulement (la notion de **taille mésoscopique** a été détaillée dans le chapitre de statique des fluides, et doit être connue).

Il est possible d'étudier un écoulement via le mouvement et la déformation des particules fluides qu'il contient. Il est courant de donner à une particule fluide des dimensions infinitésimales liées au système de coordonnées utilisé : $(\mathrm{d}x, \mathrm{d}y, \mathrm{d}z)$, $(\mathrm{d}r, r\,\mathrm{d}\theta, \mathrm{d}z)$, ou $(\mathrm{d}r, r\,\mathrm{d}\theta, r\sin(\theta)\,\mathrm{d}\varphi)$, etc. (dimensions qui changeront *a priori* au cours de l'écoulement).

I.1 - Description lagrangienne et eulérienne

Contrairement au cas de la mécanique du solide newtonienne, dans laquelle on s'intéresse au mouvement d'un corps assimilé à son centre de masse, on s'intéresse ici à un milieu étendu, qui ne peut absolument pas être réduit à un point. Chaque particule fluide en mouvement possède sa propre vitesse, son propre bilan de forces, sa propre masse volumique, etc.

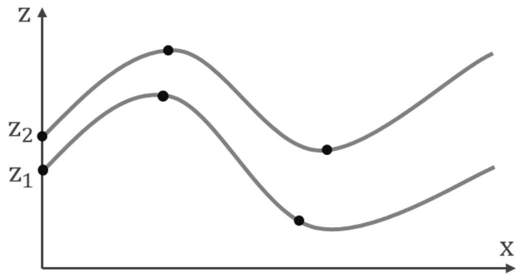
I.1.A - Description lagrangienne : description du mouvement d'un particule fluide

Il existe plusieurs approches mathématiques permettant de décrire les mouvements d'un fluide en chaque point. Par analogie avec la mécanique du solide de première année, la manière la plus naturelle de décrire le mouvement d'un fluide est probablement l'approche lagrangienne.

Description lagrangienne du mouvement d'un fluide

Dans l'approche lagrangienne, on indexe les particules fluides par leur position M_0 à un instant $t = 0$, et on décrit le mouvement de chaque particule comme une fonction du temps $M_{M_0}(t) = f(t)$.

De même, toutes les grandeurs G sont attachées à une particule fluide, et fonction du temps : $G_{M_0}(t)$.



Cette description suppose de définir un temps initial, auquel la position M_0 de chaque particule fluide est connue, et d'indexer le mouvement $\overrightarrow{OM}_{M_0}(t)$ de chaque particule par sa position initiale M_0.

Un exemple pour comprendre - Description lagrangienne d'un écoulement simple

On considère un écoulement de fluide entre une paroi située à z_p et une surface à z_s. Le fluide est à l'arrêt au fond, et sa vitesse augmente linéairement jusqu'à v_s à la surface.

Décrire l'écoulement en représentation lagrangienne.

Cette approche est utile pour établir l'équation fondamentale de la mécanique des fluide (**l'équation de Navier-Stokes**[a]), car c'est elle qui permet de considérer la particule fluide comme un système auquel il est possible d'appliquer le principe fondamental de la dynamique. Cela dit, dans la très large majorité des applications, on utilisera le **description eulérienne**.

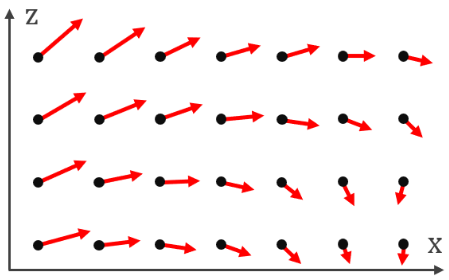
I.1.B - Description eulérienne : description du champ de vitesse en chaque point

La description eulérienne est la description la plus naturelle des mouvements du fluide lorsqu'on se rappelle des champs vectoriels, comme les cartes météorologiques du vent.

Description eulérienne du mouvement d'un fluide

Dans l'approche eulérienne, on associe **un vecteur vitesse à chaque point fixe** M du domaine dans lequel le fluide s'écoule. Le vecteur $\vec{v}(M,t)$ représente la vitesse des particules fluides qui passent par M au temps t.

De même, toutes les grandeurs G sont liées à un point fixe de l'espace, et varient dans le temps $G(M,t)$.



En représentation eulérienne, les grandeurs sont représentées par des champs, scalaires ou vectoriels : champ de vitesse $\vec{v}(M,t)$, champ de pression $P(M,t)$, champ de masse volumique $\mu(M,t)$, etc.

Un exemple pour comprendre - Description eulérienne d'un écoulement simple

On considère le même écoulement que dans l'application précédente. Décrire l'écoulement en représentation eulérienne.

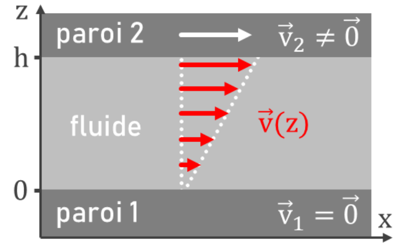
Il est toujours possible de passer d'une représentation eulérienne à lagrangienne, et vice-versa. Si on ne donne que la représentation eulérienne d'un écoulement, on peut reconstituer la trajectoire d'une particule fluide : c'est celle qui est tangente à tous les vecteurs vitesse de points par lesquels elle passe (cela demande parfois un certain travail mathématique, mais c'est toujours possible).

I.2 - Caractéristiques d'un fluide réel

I.2.A - Viscosité

La viscosité d'un fluide est une caractéristique physique qui fait partie du langage courant. On la rapproche intuitivement d'un aspect collant, épais, et à une difficulté à s'écouler. Si ces idées ne sont pas totalement fausses, il convient tout de même de préciser ce que décrit la viscosité (quand bien même l'étude détaillé des écoulements visqueux n'est pas au programme).

[a] L'équation de Navier-Stokes régit la dynamique des fluides newtoniens. Comme la plupart des équations aux dérivées partielles non-linéaires, elle est très difficilement résoluble de manière analytique au-delà de quelques exemples didactiques. Dans l'industrie, le recours à des logiciels de simulations couteux et gourmands en ressources est obligatoire.



Pour mettre en évidence la notion de viscosité, on considère l'écoulement ci-contre, appelé « écoulement de Couette », dans lequel un fluide est piégé entre deux parois (plates et infinies selon x et y). L'une des deux parois est immobile, l'autre est en translation à vitesse constante selon $\vec{e}_x$ à la vitesse $\vec{v}_2$ (depuis un temps très long, donc en régime stationnaire).

On s'intéresse alors à la vitesse du fluide entre les deux plaques, qui dépend de z. L'expérience montre qu'on obtient un profil de vitesse linéaire, de forme $\vec{v}(z) = v_2 \frac{z}{h} \cdot \vec{e}_x$. Ce profil implique deux choses sur le comportement du fluide :

- Le fluide tend à adopter la vitesse de la paroi qu'il touche ;
- Une particule fluide qui se déplace communique une partie de son mouvement aux particules fluides adjacentes, comme s'il existait une **force de frottement entre les particules fluides**.

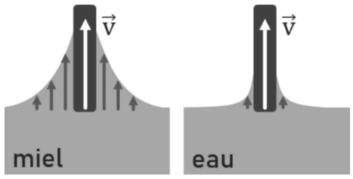
Remarque : pour établir correctement la dynamique d'une particule fluide soumise à cette force (ce qui n'est pas l'objectif ici), il faudrait faire un bilan des forces appliquées par les particules fluides au-dessus et au-dessous.

La viscosité a pour dimension :

On pourrait exprimer la viscosité en $kg.m^{-1}.s^{-1}$, mais l'unité consacrée est le **Pa.s**, parfois nommée **« Poiseuille »**.

Viscosité η d'un fluide

La viscosité est une grandeur qui renseigne sur la propension d'une particule fluide à communiquer son mouvement aux les particules fluides adjacentes (via les « forces de viscosité »)

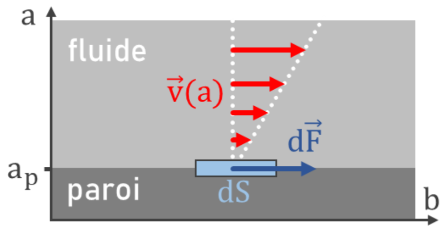


Comme toujours, les forces de frottements sont sources de dissipation d'énergie : **l'écoulement d'un fluide visqueux produit de la chaleur**, quand bien même celle-ci est absolument négligeable dans le cas général. Cela dit, dans certaines applications industrielles (où les vitesses peuvent être particulièrement élevées, et les fluides visqueux), cela doit être pris en compte pour ne pas perdre de l'énergie inutilement. De même, comme cela a été expliqué dans le chapitre 1 de thermodynamique, la dissipation d'énergie s'accompagne d'une augmentation de l'entropie du fluide lors de sa transformation (qui est ici un simple déplacement) : on en déduit que <u>la viscosité, via la dissipation d'énergie, est un facteur d'irréversibilité des écoulements.</u>

Par extension, on exprimera de la même manière la force exercée par une surface infinitésimale de paroi sur le fluide en écoulement :

Force visqueuse exercée sur une surface

La force $\overrightarrow{dF}$ exercée par le fluide du dessus sur le fluide du dessous (ou sur la paroi) au niveau d'une surface $\overrightarrow{dS}$ tangente aux vecteurs vitesse est proportionnelle à la dérivée de la vitesse selon la direction de $\vec{n}$ (perpendiculaire à dS), et orientée dans le sens de la vitesse. Dans le cas ci-contre, cela donne :



Remarques :

- Bien sûr, le fluide exerce aussi une force normale à la paroi, à cause des forces de pression (mais ce n'est pas ce que décrit la force exprimée ci-dessus).
- La formule ci-dessus reste valable dans le cas où la partie basse n'est pas une paroi, mais une autre partie du même fluide (qu'on sépare du dessus par une surface virtuelle).

Quelques exemples de valeur de viscosité pour différents fluides :

Air (sec, 15°C)	Méthane (P°, 298 K)	Dihydrogène (P°, 298 K)	**Gaz (P°, 298 K)**
	$11 \cdot 10^{-6}$ Pa.s	$9 \cdot 10^{-6}$ Pa.s	

Eau	Huiles, pétrole usuel, lubrifiants usuels	**Miel**

On sait que la viscosité est due à la communication de mouvement entre particules fluides (ou du « frottement » entre particules fluides). Cela permet d'en déduire les variations de la viscosité avec la température :

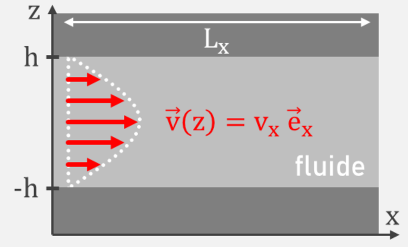
- Pour les liquides, la viscosité décroit avec la température, car l'interaction moléculaire se fait plus faible relativement à l'agitation thermique (le miel chaud coule plus facilement que le miel froid).
- Pour les gaz, la viscosité croit avec la température : l'agitation moléculaire croissante fait que le mouvement d'une particule fluide est plus grandement communiqué aux voisines (car il y a plus d'échanges de particules entre elles).

Application classique – Force exercée par un fluide sur des parois

On considère l'écoulement représenté ci-contre, dont la vitesse entre les parois s'écrit :

$$\vec{v} = v_x\,\vec{e}_x \quad \text{avec} \quad v_x = v_0\left(1 - \left(\frac{z}{h}\right)^2\right)$$

Déterminer la force totale exercée par le fluide sur la paroi, sachant que la profondeur des parois selon $\vec{e}_y$ est L_y.



Remarque : On peut aussi retenir que la dissipation d'énergie sous forme de chaleur dans un écoulement fluide est proportionnelle à la viscosité, ce qui peut être tout à fait conséquent dans le cas de liquides visqueux, comme les huiles ou le miel.

I.2.B - Vitesse d'un fluide en contact avec une paroi

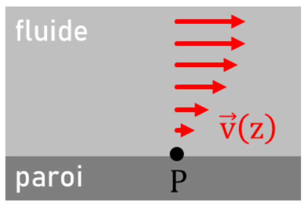
Dans la très large majorité des cas, les fluides étudiés seront en contact avec une paroi qui permettra de définir des conditions aux limites sur la vitesse du fluide. D'abord, puisque les parois sont solides, elles ne peuvent être traversées par les particules fluides, et celles-ci ne peuvent pas non plus s'en éloigner, sans quoi se créerait du vide à la surface[b].

De même, si on reprend l'expression de la force exercée entre le fluide et la paroi, elle doit prendre une valeur finie, ce qui implique la finitude du gradient de la vitesse perpendiculairement à la paroi. Mathématiquement, ces deux conditions se traduisent par :

Vitesse normale et tangente à une paroi

La vitesse d'un fluide est :

- Tangente à la paroi en tout point P de la surface : ______________________
- Égale à celle de la paroi en tout point P de la surface : ______________________



Ces deux conditions aux limites impliquent que le profil d'un fluide dans une conduite n'est jamais aussi simple qu'on pourrait le croire : **la vitesse ne peut pas être uniforme** (à moins d'être uniformément nulle). Cela dit, dans certaines conditions, on s'autorise certaines approximations qui simplifient grandement le comportement du fluide.

I.3 - Approximation du fluide newtonien, et du fluide parfait

La définition de la viscosité η donnée plus haut ne précise pas si cette valeur est constante. Notamment, il est possible qu'elle varie avec la contrainte exercée dans le fluide (par exemple, η peut changer de valeur si dv/dz devient trop grande ou trop petite, ou dépasse une valeur seuil).

Les fluides dont la viscosité est invariante par rapport à la contrainte appliquée sont appelés **« newtoniens »**. L'étude des fluides non-newtoniens[c] est un domaine très complexe, qui n'est abordé que dans des études spécialisées dans le domaine. Dans beaucoup d'applications, on considèrera des cas de fluides idéalisés encore plus simple : **les fluides parfaits.**

[b] Dans certains cas, il est possible que du vide (ou plutôt, de la vapeur) se forme à la surface d'une paroi. C'est le phénomène de *cavitation*, qui peut se produire lors du déplacement rapide d'un corps dans un liquide. C'est un phénomène d'une grande importance dans l'industrie des turbines et des hélices, où l'implosion des bulles de cavitation peut détruire prématurément des pièces métalliques en mouvement rapide.

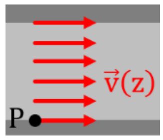
[c] Les fluides non-newtoniens incluent : les fluides dont la viscosité augmente avec la contrainte (comme le mélange eau-maïzena, ou certains gels absorbeurs de chocs, par exemple dans les vêtements de protection des motards), diminue avec la contrainte (comme les sables mouvants), diminue après un seuil de contrainte (comme le dentifrice, ou la mayonnaise).

Fluide parfait

Le fait de considérer un fluide parfait permet de s'affranchir d'une des conditions de bord établie dans la section précédente.

Fluide parfait au contact d'une paroi

Un fluide parfait peut prendre une vitesse non-nulle à la surface d'une paroi.
Il est donc possible d'avoir un **profil de vitesse uniforme** dans une conduite.

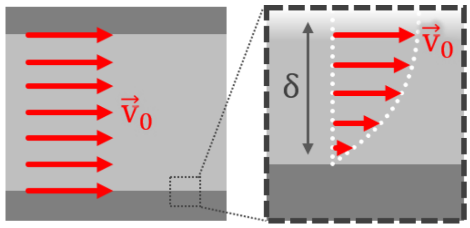


Puisqu'aucun fluide n'est rigoureusement parfait, il existera toujours une zone proche des surfaces dans laquelle la vitesse du fluide tendra vers celle de la paroi. Cela dit, il est possible que cette zone, souvent appelée **« couche limite »** soit de taille négligeable devant l'échelle à laquelle on souhaite décrire les phénomènes. Dans ces cas, l'approximation du fluide parfait sera justifiée.

Notion de couche limite

La couche limite est la zone, près des parois, dans laquelle l'approximation du fluide parfait n'est pas correcte : la vitesse du fluide est influencée par la paroi sur une épaisseur δ : l'épaisseur de la couche limite.

Elle sera le plus souvent négligée, mais elle existe toujours.



II - CARACTÉRISTIQUES DES ÉCOULEMENTS STATIONNAIRES EN CONDUITE

Dans cette partie, on se restreindra la plupart du temps à l'étude de fluides dans des conduites (tuyaux, tubes, canalisations, etc.) Cela ne signifie pas que toutes ces cas sont simples : il est possible de considérer des conduites de section variable en forme et en surface, des conduites coudées, sinueuses, etc.

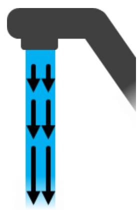
II.1 - Écoulement stationnaire dans une conduite

Dans la plupart des cas industriels, on s'intéresse uniquement au comportement les fluides une fois de régime permanent atteint (pour peu que le régime transitoire ne représente pas un danger particulier pour l'installation). Dans la suite, on s'intéressera donc aux écoulements stationnaires.

Écoulement stationnaire

Un écoulement est stationnaire (ou en régime permanent) s'il est décrit pas un champ de grandeurs eulériennes stationnaire (vitesse, masse volumique, etc.), c'est-à-dire indépendant un temps.

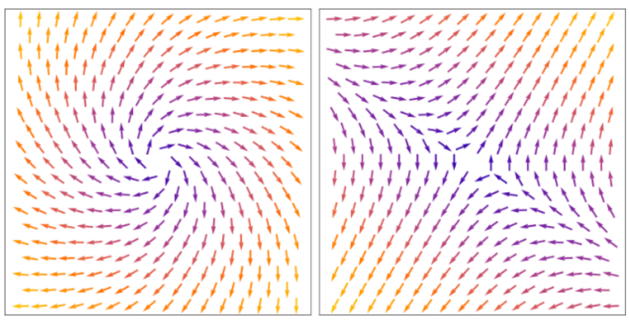
Attention : il ne faut pas confondre **écoulement stationnaire** et **écoulement à vitesse uniforme**, dans lequel le champ de vitesse est indépendant de l'espace. Dans un écoulement stationnaire, chaque particule fluide possède *a priori* une vitesse dépendante du temps. Par exemple, l'eau qui coule d'un robinet (image ci-contre) est un écoulement stationnaire dans lequel chaque particule fluide voit sa vitesse augmenter avec le temps (à mesure que l'eau tombe). Pourtant, le champ de vitesse est indépendant du temps (le champ de vecteurs vitesse ne change pas).



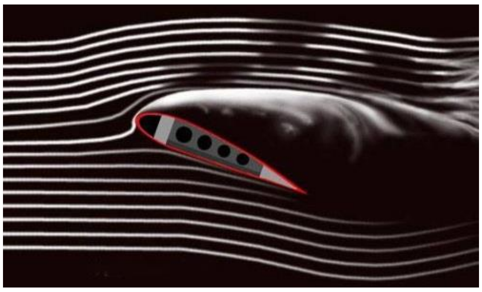
Ligne de courant

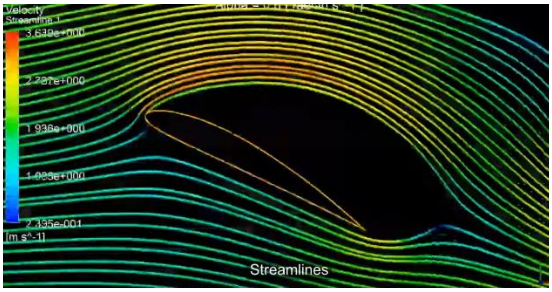
Une ligne de courant d'un écoulement est la représentation d'une courbe qui est en tout point tangente au champ de vitesse (et orientée dans le sens de l'écoulement).

Dans un écoulement stationnaire, les lignes de courant sont aussi indépendantes du temps, et correspondent aux trajectoires des particules fluides.



Il est possible de visualiser les lignes de courants d'un écoulement de manière expérimentale, ou par simulation numérique :





Deux écoulements dans lesquels on visualise les lignes de courant. En soufflerie, avec des injecteurs de fumée, et en simulation.

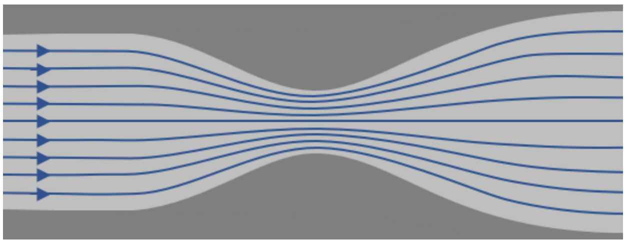
Dans les deux cas, il existe une zone d'écoulement non-stationnaire, où les l.d.c sont changeantes.

S'il est possible de construire les lignes de courant à partir du champ de vitesse eulérien, l'inverse n'est pas vrai : les lignes de courant renseignent sur la direction des vecteurs vitesse en chaque point, mais ne permettent pas de connaitre la norme de la vitesse en ce point (sauf dans le cas d'une simulation, où les lignes peuvent être colorées en fonction de la vitesse des particules fluides). En revanche, dans un écoulement en conduite, les lignes de champs se rapprochent à mesure que la vitesse augmente (un résultat semblable sera démontré avec les lignes de champ magnétique dans un chapitre à venir).

Tube de courant

Un tube de courant est le volume défini par l'ensemble des lignes de courant passant par une surface virtuelle dans l'écoulement.

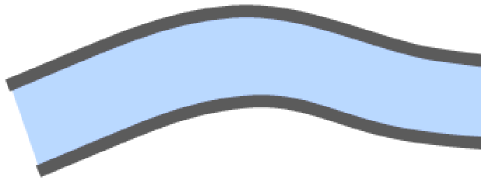
Aucune particule fluide ne rentre ni ne sort d'un tube de courant.



Deux lignes de courant, ou deux tubes de courant ne se croisent jamais. En conséquence, deux tubes de courant distincts n'échangent pas de particules fluides, ce qui sera pratique dans la suite pour exprimer des lois de conservation du débit.

Profil de vitesse

Le profil de vitesse d'un écoulement dans une conduite est l'expression du champ de vitesse sur une section plane de la conduite (dans la pratique, lorsque c'est possible, la section sera bien sûr prise perpendiculaire aux parois).

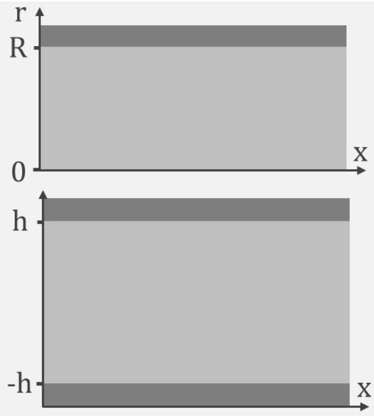


Un exemple pour comprendre - Profil de vitesse et lignes de champ

On considère les deux écoulements rencontrés jusqu'ici :

- Dans une conduite cylindre de rayon R, selon $\vec{e}_z$, la vitesse du fluide est donnée par $\vec{v}(r) = v_0(1-(r/R)^2)\vec{e}_z$;
- Entre deux plans parallèles situés à $z = \pm h$, la vitesse du fluide est donnée par $\vec{v}(z) = v_0\, z/h\ \vec{e}_x$.

1. Pour chaque écoulement, représenter précisément un profil de vitesse sur une section
2. Pour chaque écoulement, représenter quelques lignes de champ.



Le tracer des lignes de courant peut se faire de manière analytique, via l'expression mathématique du champ de vitesse eulérien, mais le processus peut parfois être très compliqué à mener.

II.2 - Débit massique et débit volumique

Débit massique et volumique

Le **débit massique D_m** au travers d'une section de surface S est la masse de fluide passant par la section par unité de temps :

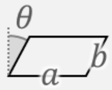
Le **débit volumique D_v** au travers d'une section de surface S est le volume de fluide passant par la section par unité de temps :

Dans le cas général, la détermination d'un débit massique d'un écoulement quelconque au travers d'une surface quelconque nécessite un calcul infinitésimal.

Démonstration manuscrite de l'expression du débit massique et volumique au travers d'une surface

On considère une surface virtuelle dans un écoulement, dont la vitesse au point M s'écrit $\vec{v}(M)$.
On appelle $\vec{n}(M)$ la normale à la surface au point M.

1. Question préliminaire : quelle est la surface d'un parallélogramme de côtés a et b, et d'angle θ comme représenté ci-contre ?



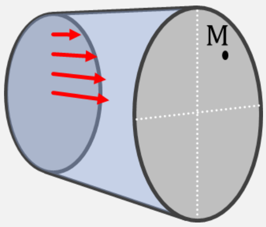
2. Exprimer le volume de fluide dV qui traverse une surface infinitésimale dS au point M pendant un temps dt, en fonction $\vec{v}$, $\vec{n}$, dS et dt.
3. En déduire l'expression générale du débit volumique dV/dt et du débit massique dm/dt.

Débit massique et volumique au travers d'une surface quelconque (expression la plus générale)

Le **débit massique D_m** sur une surface quelconque S s'exprimer comme une intégrale sur tous les points M appartenant à la surface :

Le **débit volumique D_v** sur une surface quelconque S s'exprimer comme une intégrale sur tous les points M appartenant à la surface :

Un exemple pour comprendre - Calcul d'un débit massique



On considère l'écoulement d'un fluide de masse volumique ρ_0 dans un cylindre de rayon R défini par le champ de vitesse :

$$\vec{v}(r) = v_0(1 - (r/R)^2)\,\vec{e}_z$$

Déterminer le débit massique passant par une section de la conduite.

Relation entre D_m et D_V

Si la **masse volumique est homogène** dans l'écoulement, c'est-à-dire que $\forall(M,t)$, on a $\rho(M,t) = \rho_0$, alors

Remarque : la masse volumique peut être homogène si le fluide est quasi-incompressible (comme dans le cas d'un liquide), mais aussi si le fluide est compressible, mais en écoulement suffisamment lent pour qu'il n'existe pas de zones de compressions notables (comme dans le cas d'un gaz circulant à vitesse faible dans un tuyau).

II.3 - Conservation du débit

II.3.A - Notion de volume de contrôle

Volume de contrôle

Un volume de contrôle est un volume virtuel, délimité par une surface virtuelle fermée, au travers de laquelle on peut compter les grandeurs entrantes ou sortantes (masse, volume, énergie, etc.)

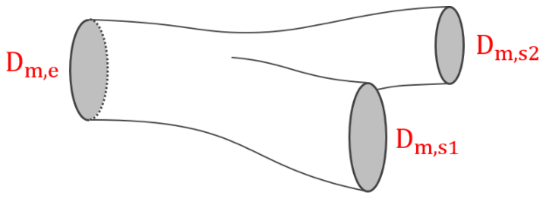
II.3.B – Conservation du débit

On appelle $m(t)$ la masse de fluide présente à l'intérieur du volume de contrôle Σ au temps t. On peut exprimer la variation de cette masse entre un temps t et $t + dt$, en toute généralité, comme :

Si l'écoulement est stationnaire, alors toutes les grandeurs dans le volume de contrôle sont constantes, y compris la masse :

Autrement dit, puisqu'il ne peut pas y avoir d'accumulation de masse dans la conduite, toute la masse entrante doit être égale à la masse sortante.

> **Conservation du débit**
>
> Dans un écoulement **stationnaire** dans une conduite, **le débit massique D_m est conservé** : sa valeur est identique dans chaque section, quelle que soit sa forme ou sa surface.
>
> Cela n'est vrai pour le débit volumique D_V **que** si la masse volumique du fluide est **uniforme** dans l'écoulement.

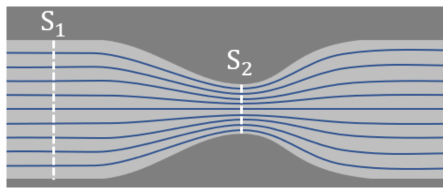


Lorsque le volume de contrôle a plusieurs entrées et sorties, la conservation du débit s'écrit :

$$\sum_{\text{entrées}} D_{m,e} = \sum_{\text{sorties}} D_{m,s}$$

Les systèmes industriels à entrées et sorties multiples sont courants : distribution de l'eau dans un immeuble, pommeau de douche, raffinerie de pétrole[d], etc. Dans le cas particulier d'une conduite de section variable, la conservation du débit influe sur la vitesse d'écoulement :

> **Conservation du débit et vitesse du fluide**
>
> Dans un écoulement stationnaire incompressible dans une conduite, un rétrécissement de la section impose une augmentation de vitesse du fluide (et vice-versa).



> **Un exemple pour comprendre - Conservation du débit et vitesse du fluide**
>
> On considère l'écoulement d'un fluide de masse volumique ρ_0 constante au travers d'une conduite de section $S(z)$. Le profil de vitesse sur une section est considéré uniforme.
>
> 1. Déterminer une relation entre $v(z_1)$ et $v(z_2)$.
> 2. Que peut-on dire si la masse volumique du fluide n'est pas constante ?

III – CARACTÉRISTIQUES DES CHAMPS DE VITESSE AU SEIN D'UN ÉCOULEMENT

Dans la plupart des problèmes que nous aborderons, les écoulements seront caractérisés par des grandeurs simples : le débit dans une conduite, la vitesse moyenne, etc. Cela dit, ces quelques grandeurs sont très insuffisantes pour décrire complètement la dynamique du fluide.

[d] Dans une raffinerie de pétrole, on injecte le pétrole au bas d'une grande colonne de distillation chauffée par le dessous. Les différents composants du pétrole sont vaporisés (à l'exception du fioul lourd, récupéré liquide par une première sortie), puis ils se liquéfient à nouveau séparément à un étage où la température le permet (les composés les plus lourds en bas, et les plus volatiles en haut). Le débit massique entrant est identique au débit sortant des multiples étages (ce qui ici n'est pas le cas du débit volumique, puisqu'il se produit plusieurs changements d'états).

Dans cette partie, on s'intéressera aux différentes manières dont on peut caractériser le fluide en mouvement (représenté par son champ de vecteurs vitesse). On introduira des opérateurs mathématiques applicables aux champs de vecteurs, qui permettent à la fois de caractériser des propriétés de l'écoulement, et d'introduire ces opérateurs qui seront cruciaux en électromagnétisme.

III.1 - Divergence et compressibilité de l'écoulement

III.1.A - Opérateur divergence

Divergence d'un champ vectoriel

La divergence est un opérateur qui s'applique à un champ vectoriel $\vec{A}$ et renvoie un champ scalaire $\mathrm{div}(\vec{A})$. En coordonnées cartésiennes, il s'exprime : ____________________

Remarque : cet opérateur appliqué à un champ de vecteurs $\vec{A}(M)$, noté $\mathrm{div}(\vec{A})$ est parfois noté $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$. En effet, si on représente le vecteur-opérateur $\vec{\nabla}$ par $\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$, alors on a naturellement :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{pmatrix} = \mathrm{div}(\vec{A})$$

Cela dit, on essaiera d'éviter cette notation, puisqu'elle sous-tend de manière erronée, que l'expression du gradient est aussi simple dans tous les systèmes de coordonnées. Par exemple, en coordonnées cylindriques (r, θ, z) :

$$\mathrm{div}(\vec{A}) = \frac{\partial A_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad \neq \qquad \begin{pmatrix} \partial/\partial r \\ \partial/\partial \theta \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_z \end{pmatrix}$$

L'expression en cylindrique n'est pas à retenir. On prendra gare à ne pas confondre la divergence et le gradient : ce dernier s'applique à un champ scalaire (et donne un vecteur qui « pointe » vers la direction de pente la plus forte) :

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}(A) = \frac{\partial A}{\partial x}\,\vec{e}_x + \frac{\partial A}{\partial y}\,\vec{e}_y + \frac{\partial A}{\partial z}\,\vec{e}_z$$

Encore une fois, l'expression du gradient est plus compliquée dans les autres systèmes de coordonnées.

III.1.B - Champ de vecteur divergent, écoulement divergent

Pour se représenter de manière intuitive la signification de la divergence, on prendra l'exemple d'un champ de vecteurs vitesse au sein d'un écoulement. Dans ce cas, la divergence $\mathrm{div}(\vec{v})$ du champ de vitesse, calculée au point M, caractérise la propension d'une particule fluide portée par le champ de vitesse à se dilater ou se comprimer lorsqu'elle passe par M.

Un exemple pour comprendre – Reconnaitre un écoulement divergent à l'œil (voir partie III.3)

Dans le cas de l'écoulement d'un fluide, la divergence du champ de vecteur vitesse est liée à des propriétés de l'écoulement :

Divergence d'un champ de vitesse et incompressibilité

En tout point d'un écoulement incompressible, la divergence du champ de vitesse est nulle : ____________________

Remarque : on dit bien ici « écoulement incompressible », et non pas « fluide incompressible », puisqu'il est possible qu'un fluide soit compressible sans que cette compressibilité ne se manifeste dans l'écoulement considéré. Par exemple, l'air est compressible, mais lors d'une légère brise, il circule sans variation notable de masse volumique.

Un exemple pour comprendre - Reconnaitre un écoulement divergent par le calcul

Déterminer si les écoulements suivants sont compressibles ou non :

- Écoulement de Couette $\vec{v}(z) = v_0 \frac{z}{h}\,\vec{e}_x$;
- N'importe quel écoulement dans une conduite de rayon R : $\vec{v}(r, \theta) = f(r, \theta)\,\vec{e}_z$.

III.2 - Rotationnel

III.2.A - Opérateur rotationnel

Rotationnel

Le rotationnel est un opérateur qui s'applique à un champ vectoriel $\vec{A}$ et renvoie un champ vectoriel $\mathrm{rot}(\vec{A})$. En coordonnées cartésiennes, il s'exprime :

Remarque : Encore une fois, on peut exprimer cet opérateur avec l'opérateur nabla par $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{A}) = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Cela dit, on garde les mêmes réserves que pour la divergence : il ne faut pas oublier que l'expression est plus compliquée dans les autres systèmes de coordonnées (les formules ne sont pas à retenir) :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{A}) = \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)\vec{e}_r + \left(\frac{\partial A_z}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial z}\right)\vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \cdot \left(\frac{\partial (r\, A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\right)\vec{e}_z \quad \neq \quad \begin{pmatrix} \partial/\partial r \\ \partial/\partial \theta \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} A_r \\ A_\theta \\ A_z \end{pmatrix}$$

III.2.B - Champ ou écoulement rotationnel

Encore une fois, on prendra l'exemple d'un champ de vecteurs vitesse au sein d'un écoulement. Dans ce cas, le rotationnel $\mathrm{rot}(\vec{v})$ du champ de vitesse, calculé au point M, caractérise la propension d'une particule fluide portée par le champ de vitesse à subir une rotation lorsqu'elle passe par M. Le vecteur $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{A})(M)$ est le vecteur rotation de la particule fluide au point M.

Un exemple pour comprendre – Reconnaitre un écoulement rotationnel à l'œil (voir partie III.3)

Un écoulement dans lequel $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{v}) = \vec{0}$ en tout point est appelé « **écoulement irrotationnel** ». Dans un écoulement irrotationnel, les particules fluides peuvent se dilater, se translater, mais pas tourner sur elles-mêmes.

Un exemple pour comprendre – Reconnaitre un écoulement rotationnel par le calcul

Déterminer si l'écoulement de Couette $\vec{v}(z) = v_0 \frac{z}{h}\, \vec{e}_x$ est rotationnel ou non.

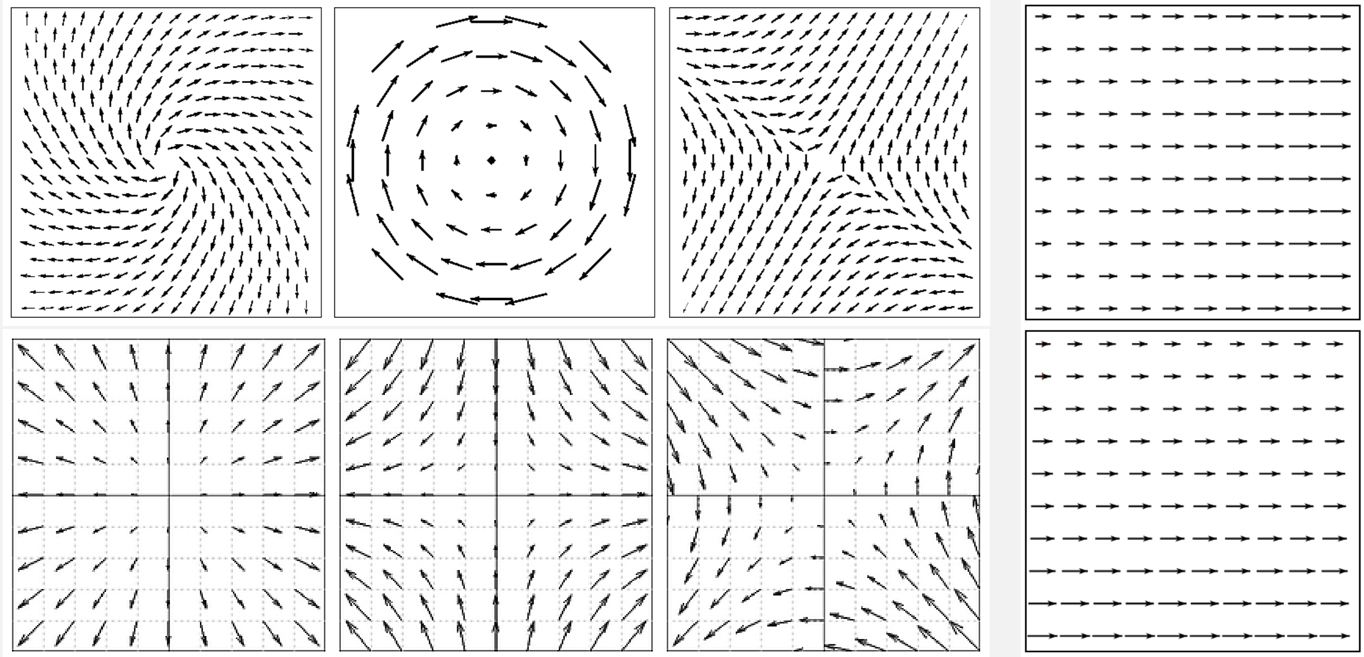
III.3 - Écoulements divergents et rotationnels, analyse qualitative

Il est tout aussi nécessaire de connaitre la définition mathématique des opérateurs que leur signification intuitive concernant l'allure du champ de vecteurs (ou de scalaires) auxquels ils s'appliquent.

Un exemple pour comprendre - Écoulements rotationnels et divergents

On considère les écoulements dont les champs de vitesse sont représentés ci-contre.

1. Déterminer qualitativement lesquels de ces champs sont **divergents**.
2. Déterminer qualitativement lesquels de ces champs sont **rotationnels**.



III.4 - Écoulement laminaire, écoulement turbulent

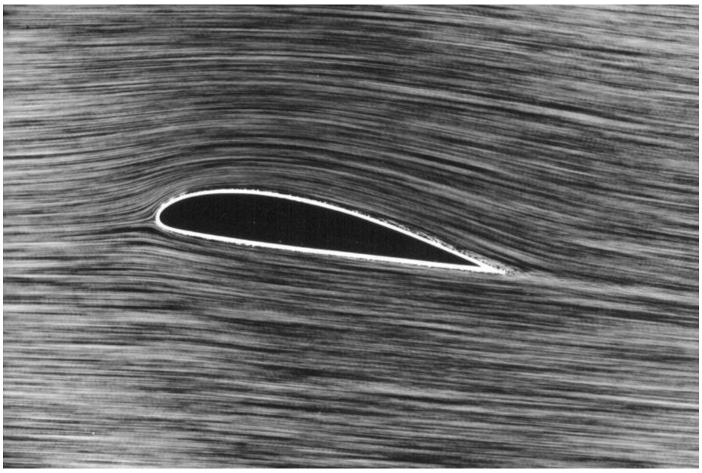
III.4.A - Distinction qualitative

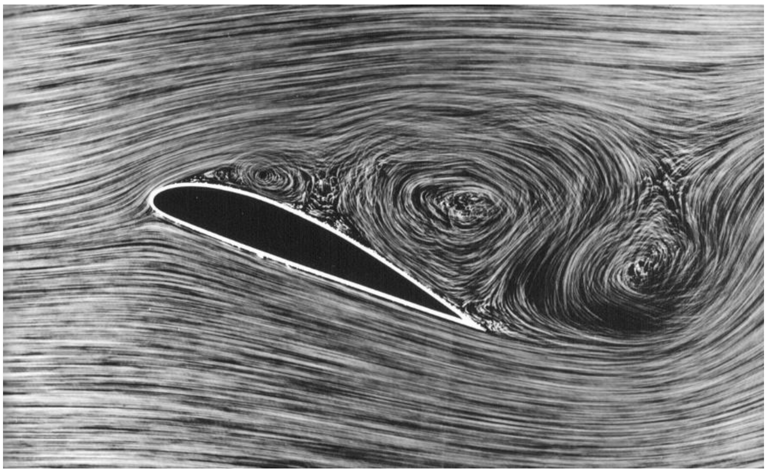
Écoulement laminaire et turbulent

Un écoulement est dit **laminaire** lorsque les particules fluides se déplacent de manière suffisamment **ordonnée et régulière**, en couches qui se mélangent peu.

Un écoulement est dit **turbulent** lorsque les particules fluides se déplacent de manière **désordonnée et instable**, ou il n'est plus possible de définir des couches, et où des tourbillons apparaissent.

On montre ci-dessous deux photographies d'un écoulement autour d'une section d'aile d'avion, ou les trajectoires sont matérialisées par des particules réfléchissantes inclues dans le fluide. À gauche, un écoulement laminaire, à droite un écoulement présentant une zone turbulente[e].





[e] L'écoulement de gauche est celui qui permet à un avion de voler, grâce à une force dirigée vers le haut, appelée « portance » exercée par le fluide sur l'aile. L'écoulement de droite peut se produire lorsque l'angle d'attaque de l'aile est trop élevé. C'est le phénomène de « décrochage », qui cause une brusque diminution de la portance, et des tremblements de l'avion dus à la nature instationnaire des écoulements turbulents.

III.4.B - Nombre de Reynolds

La nature du régime d'écoulement dépend à la fois de propriétés du fluide et du milieu dans lequel il se trouve. Intuitivement, on peut se persuader que le régime turbulent est favorisé par un écoulement à vitesse élevée, et par des obstacles, recoins, aspérités, etc. En revanche, il est défavorisé par la viscosité du fluide.

Le nombre de Reynolds est un paramètre adimensionnel, calculable via certains paramètres de l'écoulement, et qui permet d'estimer la nature laminaire ou turbulente du fluide.

Nombre de Reynolds dans une conduite

---

où V est la vitesse caractéristique du fluide, L est la largeur de la conduite, ρ et η la masse volumique et la viscosité du fluide.

Les faibles nombres de Reynolds ($\ll 10^3$) sont signes d'écoulements laminaires, alors que les hautes valeurs ($\gg 10^3$) sont plutôt signe d'écoulement turbulents (la valeur charnière est souvent prise à 2000, mais ce n'est absolument pas précis).

Remarque : il est aussi possible de calculer le Reynolds du mouvement d'un fluide libre autour d'un obstacle (hors d'une conduite). Cela dit, dans ce cas, le choix de la taille caractéristique L est plus délicat : on prendra souvent la taille caractéristique de l'obstacle, mais il existe des situations subtiles dans lesquelles ce n'est pas le cas.

Nature de l'écoulement dans un gazoduc

Déterminer si l'écoulement d'une limonade dans une paille est turbulent ou laminaire. Même question pour du miel.
Déterminer si l'écoulement d'air dans un tuyau de $10\ \mathrm{cm}$ de rayon, à $10\ \mathrm{m.s^{-1}}$ est turbulente ou laminaire.

On retiendra que dans la quasi-totalité des applications industrielles, les écoulements dans les conduites sont turbulents. Dans tous ces cas, il est impossible de déterminer précisément les profils de vitesse sans avoir recours à de lourdes simulations numériques.

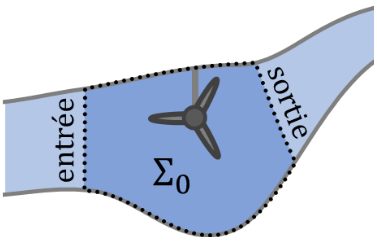
On se limitera donc à parler de **débit massique** et **volumique** au travers d'une conduite, sans chercher à caractériser l'écoulement plus précisément. De même, on considèrera la plupart du temps que le **profil de vitesse est uniforme** sur la section des conduites, quand bien même les turbulences font que ce profil est non-uniforme et instationnaire (comme si on prenait une moyenne temporelle de ce profil, pour lisser les variations rapides dues à la turbulence).

IV - APPROCHE ÉNERGÉTIQUE DES ÉCOULEMENTS

Dans cette partie, on se fixe pour objectif de décrire la relation qu'il existe entre les différentes grandeurs caractérisant le fluide à une section de conduite (l'entrée) et une autre (la sortie). Puisque ce chapitre n'est pas un chapitre de thermodynamique, mais de mécanique, on s'intéressera uniquement aux grandeurs mécaniques du fluide : sa vitesse, son énergie potentielle, son énergie mécanique, sa masse volumique, sa pression, etc. On négligera les grandeurs purement thermodynamiques, comme la température, l'entropie, l'enthalpie, etc.

Pour simplifier l'étude, on se restreindra au cas d'un écoulement stationnaire, c'est-à-dire que toutes les grandeurs eulériennes sont indépendantes du temps.

IV.1 - Bilans de grandeurs mécaniques extensives



On se place dans le cas général suivant : dans une conduite immobile circule un fluide, entrant par une ou plusieurs entrées, et sortant par une ou plusieurs sorties (une seule entrée et sortie sur le schéma ci-contre). Dans la conduite, on considère un volume de contrôle défini comme sur le schéma, entre une section d'entrée et une section de sortie.

On considère que les grandeurs (vitesse, pression, masse volumique) sont uniformes sur chaque section. Cela dit, ces grandeurs en entrée ne sont pas forcément les mêmes que celles en sortie.

L'énergie contenue dans le volume de contrôle est susceptible de varier de plusieurs manières :

- Variation d'énergie cinétique par entrée ou sortie de fluide à une certaine vitesse ;
- Variation d'énergie potentielle de pesanteur par entrée ou sortie de fluide à une certaine altitude ;

- Travail apporté ou prélevé par les parties mobiles dans le volume de contrôle ;
- Dissipation d'énergie par viscosité (à cause des mouvements du fluide sur les parois et lui-même) ;
- Travail apporté par les forces de pression nécessaires pour « pousser » le fluide dans l'enceinte.

Dans la suite, on établit un **bilan d'énergie dans le volume de contrôle $\boldsymbol{\Sigma_0}$**, entre un temps t et un temps $t + dt$; c'est-à-dire qu'on recense toutes les variations possibles d'énergie pendant un temps dt. Parmi les contributions listées ci-dessus, on distingue deux catégories : celles liées à l'entrée et la sortie de fluide, et celles liées à des variations internes à Σ_0. Ces deux catégories sont séparées dans les deux sous-parties suivantes.

IV.1.A - Variations d'énergie liées aux entrées et sorties de fluide

On s'intéresse ici à l'énergie algébriquement apportée dans le volume Σ_0 pendant un temps dt, dues aux entrées et sorties de fluide. On peut déjà définir que, pendant un temps dt, on appelle dm_e la masse entrante, et dm_s la masse sortante.

On établit la variation d'énergie comme l'énergie cinétique et potentielle « rentrante » pendant dt, à laquelle on retranche l'énergie cinétique et potentielle « sortante » :

Or, le régime stationnaire impose que la masse ne peut pas s'accumuler dans Σ_0, donc $dm_e = dm_s$:

IV.1.B - Variations d'énergie liées aux éléments internes au volume de contrôle

La variation de l'énergie mécanique d'un système est égale au travail des forces non-conservatives qui s'y appliquent[f]. On doit donc déterminer les travaux infinitésimaux appliqués au fluide pendant un temps dt, entre la section d'entrée et la section de sortie :

- <u>Travail de viscosité</u> : on sait que le contact d'un fluide réel avec les parois (et avec lui-même) cause une dissipation d'énergie. Leur travail est donc toujours négatif (le fluide perd de l'énergie mécanique pour la dissiper en chaleur) :

- <u>Travail indiqué</u> : Si la portion de conduite considérée contient des parties mobiles susceptibles d'apporter ou de retirer un travail au fluide (une hélice, un piston, etc.) alors le travail algébriquement apporté s'appelle **« travail indiqué »** et s'écrit W_i. Il peut être positif ou négatif selon que le fluide fournit ou reçoit du travail des composants mobiles.

- <u>Travail des forces de pression</u> : si le fluide avance, c'est qu'il y est poussé par des forces de pression. On distingue les **forces de pression d'admission** (dans le sens de l'écoulement, côté entrée), et les **forces de pression de refoulement** (dans le sens inverse de l'écoulement, côté sortie) :

  La somme de ces deux termes est appelée le **travail de transvasement** : $\delta W_{trans} = \delta W_{P,e} + \delta W_{P,s}$. C'est le travail qui permet la circulation du fluide au travers de la portion de conduite considérée.

En comptant ces trois travaux, la variation d'énergie mécanique du système prend la forme :

[f] Plus généralement, la variation de l'énergie mécanique d'un système est égale au travail des forces qui font sortir de l'énergie du système, ce qui apporte une subtilité supplémentaire ici : on doit compter le travail des forces de pression à l'entrée et à la sortie du volume de contrôle.

IV.1.C - Bilan : variation d'énergie dans Σ_0

En tenant compte de toutes les sources de variation d'énergie, on a :

Encore une fois, le régime stationnaire impose qu'aucune énergie ne peut s'accumuler dans le volume de contrôle, donc $dE_{tot} = 0$, ce qui impose, après division par δm :

Les deux termes de la forme δW s'interprètent comme suit : pendant un temps dt, le système Σ_0 reçoit un travail δW. Or, pendant un temps dt, la masse dm de fluide traverse la conduite. Ainsi, la quantité δW est le travail reçu par le système Σ_0 lorsqu'une masse dm traverse. Donc $\frac{\delta W}{dt}$ est un travail massique qu'il faut comprendre comme « le travail reçu par le système lorsqu'un kilogramme de fluide traverse la conduite ». C'est donc un travail massique qui n'a **aucun rapport avec la masse totale de fluide** dans la conduite.

Relation de Bernoulli généralisée dans une conduite (avec les grandeurs massiques)

Dans un écoulement stationnaire en conduite, la relation de Bernoulli s'écrit :

Où w_i et w_{visc} sont les travaux massiques indiqués et visqueux (par **unité de masse traversant** la conduite, algébriquement reçues par le volume de contrôle).

Remarque : Dans le programme de PT, on appliquera uniquement cette relation pour les fluides incompressibles, c'est-à-dire lorsque $\rho_e = \rho_s = \rho$.

Il existe une autre formulation plus commune de la relation de Bernoulli, faisant intervenir le débit massique de l'écoulement. On se rappelle qu'on a les relations suivantes :

En reprenant l'expression $(*)$, on peut alors faire apparaitre le débit et les puissances :

Ce qui donne finalement une relation de Bernoulli équivalente :

Relation de Bernoulli généralisée dans une conduite (avec le débit massique)

Dans un écoulement stationnaire en conduite, de débit massique D_m, la relation de Bernoulli s'écrit :

Où $\mathcal{P}_i$ et $\mathcal{P}_{visc}$ sont les puissances algébriques indiquées et visqueuses (algébriquement reçues par le volume de contrôle).

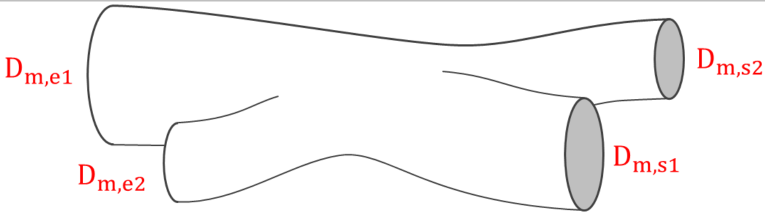
Lors de l'utilisation de la relation de Bernoulli, on aura donc le choix entre les deux formulations. Les deux sont équivalentes, mais l'une ou l'autre peut se révéler plus simple d'utilisation, selon les données du problème.

Remarques :

- Le travail indiqué (et donc la puissance indiquée) peut être **positifs ou négatifs**, selon que les parties mobiles apportent ou prélèvent de l'énergie au fluide ;
- Le travail visqueux (et donc la puissance visqueuse) est **forcément négatif**, car de l'énergie est dissipée sous forme de chaleur à cause de la viscosité.

Si le système contient plusieurs entrées et sorties, alors la conservation du débit s'écrit :

$$\sum_{\substack{\text{entrées}\\ i}} D_{m,i} = \sum_{\substack{\text{sorties}\\ j}} D_{m,j}$$



Un raisonnement très similaire au précédent, réalisé sur chaque masse entrante $\delta m_{e,i}$ et sortante $\delta m_{s,i}$, permet de généraliser la relation de Bernoulli :

$$\sum_{\substack{\text{entrées}\\ i}} D_{m,i}\left(\frac{P_i}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_i^2+g\,z_i\right) - \sum_{\substack{\text{sorties}\\ j}} D_{m,j}\left(\frac{P_j}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_j^2+g\,z_j\right) = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{visc}$$

IV.2 - Relations de Bernoulli particulières

IV.2.A - Pour un écoulement parfait en conduite

Dans la plupart des problèmes de physique, la prise en compte de la viscosité intervient après une première approche lors de laquelle le fluide est considéré parfait (c'est-à-dire sans viscosité). Dans ce cas, on peut simplifier l'expression de la relation de Bernoulli :

Relation de Bernoulli dans un écoulement parfait dans une conduite, sans travail indiqué

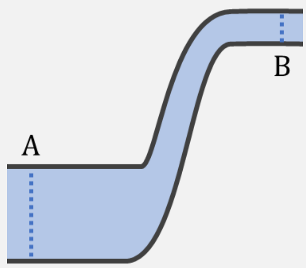
Dans un écoulement d'un fluide parfait, incompressible, en régime stationnaire, dans une conduite, on a :

La quantité $\frac{P}{\rho_0}+\frac{1}{2}v^2+g\,z$ est parfois appelée « **charge hydraulique** » qui s'exprime en $J.kg^{-1}$. On peut donc dire que *la charge hydraulique est conservée* entre deux sections de la conduite.

Remarque : sous cette forme, la relation de Bernoulli prend une forme aisément compréhensible. Elle exprime la possibilité d'une conversion entre différentes formes d'énergie massique du fluide entre l'entrée et la sortie : sous forme d'énergie potentielle de pesanteur (terme en gz), d'énergie cinétique (terme en $\frac{1}{2}v^2$) ou d'énergie liée à la pression dans le fluide (terme en P/ρ).

Un exemple pour comprendre – Relation de Bernoulli

On considère une arrivée d'eau d'immeuble horizontale dans laquelle circule de l'eau (considérée incompressible) avec le débit $D_v = 0{,}5\ L.s^{-1}$. Pour alimenter un étage de l'immeuble, la conduite s'élève d'une hauteur $h \simeq 3\ m$, et sa section passe d'une surface $S_A = 50\ cm^2$ à $S_B = 10\ cm^2$.



1. Question préliminaire : déterminer la vitesse de l'eau en A et B.
2. L'arrivée d'eau est alimentée par une pompe capable de donner une pression $P_A = 10$ bar à l'eau en bas de l'arrivée d'eau. Déterminer l'expression de la pression en B.
3. Déterminer la hauteur maximale permettant de faire couler l'eau hors du tuyau en B.

IV.3 - Pertes de charge hydraulique

IV.3.A - Mise en évidence et définition

On considère la relation de Bernoulli d'un fluide non-parfait, c'est-à-dire pour lequel l'écoulement induit de la dissipation d'énergie mécanique sous forme de chaleur :

$$D_m\left[\left(\frac{P_s}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_s^2+g\,z_s\right)-\left(\frac{P_e}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_e^2+g\,z_e\right)\right] = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_{visc} \quad \text{i.e.} \quad \left(\frac{P_s}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_s^2+g\,z_s\right)-\left(\frac{P_e}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_e^2+g\,z_e\right) = \frac{\mathcal{P}_{visc}}{D_m}$$

Si le fluide est parfait ($\mathcal{P}_{visc} = 0$) : $\frac{P_s}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_s^2+g\,z_s = \frac{P_e}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_e^2+g\,z_e$

Si le fluide est visqueux ($\mathcal{P}_{visc} < 0$) : $\frac{P_s}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_s^2+g\,z_s < \frac{P_e}{\rho_0}+\frac{1}{2}v_e^2+g\,z_e$

Pertes de charge hydraulique (ou simplement « pertes de charge »)

Une perte de charge est une diminution de la « charge hydraulique » d'un fluide circulant dans une conduite.
Ce phénomène est entièrement dû à la viscosité du fluide.

La viscosité peut être interprétée comme une force de frottement entre particules voisines, qui, comme toute force de frottement, prélève de l'énergie mécanique au système pour la dissiper dans l'environnement sous forme de chaleur. Dans les écoulements, cela se traduit majoritairement par une augmentation de la température du fluide (très souvent indésirable).

Un exemple pour comprendre – Pertes de charge

On considère le dispositif représenté ci-contre, permettant de visualiser la pression en divers points d'une conduite cylindrique, où circule un fluide incompressible en régime stationnaire. L'écoulement est forcé par un robinet, ou une retenue d'eau située en hauteur à un débit massique D_m.

1. Déterminer la différence de pression entre une section A et B de l'écoulement.
2. Tracer qualitativement la hauteur d'eau dans les tubes piézométriques

Remarque : entre un point A et B, les pertes de charge peuvent se manifester par une diminution de pression (comme sur l'exemple ci-dessus), mais aussi parfois par une diminution de la vitesse, ou une diminution de la hauteur (en somme, une diminution de l'un des trois termes intervenant dans la charge hydraulique).

Attention : il est très rare qu'on calcule directement le terme $\mathcal{P}_{visc}$ (ou w_{visc}) qui intervient dans la relation de Bernoulli. La plupart du temps, les pertes de charges seront données sous forme d'une formule exprimant une différence de pression ΔP ou de hauteur Δh. Il faudra alors ajouter ce terme à la relation de Bernoulli d'une manière qu'on détaillera en TD.

IV.3.B - Pertes de charge régulières

Pertes de charge « régulières »

Les pertes de charges dites **« régulières »** sont liées à l'interaction entre le fluide et la paroi d'une **conduite rectiligne**.
Elles sont proportionnelles à la longueur du tuyau, et dépendent de la vitesse du fluide (et de la rugosité des parois).

Dans la majorité des cas, les pertes de charges ne sont pas abordées via la puissance dissipée par les forces de viscosité, mais par leur effet sur la perte de pression entre une section d'entrée et une section de sortie du système.

Les pertes de charges régulières dans les tuyaux cylindriques ont été mesurées expérimentalement dans une grande variété de conditions : c'est un cas d'une importance capitale dans une très large gamme d'applications industrielles. En TD, on utilisera un **« digramme de Moody »**, permettant de déterminer la puissance visqueuse ou le travail massique visqueux.

IV.3.C - Pertes de charge singulières

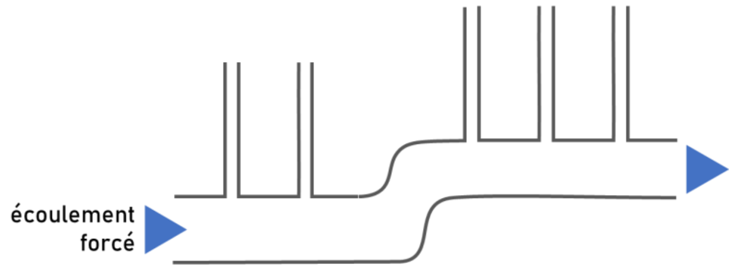
La présence d'un obstacle au sein de l'écoulement génère une zone de turbulence (localisée autour de l'obstacle), dans laquelle la dissipation visqueuse est élevée. C'est donc une zone dans laquelle la perte de charge sera grande.

Pertes de charge « singulières »

Les pertes de charges dites **« singulières »** sont liées à l'interaction entre le fluide et une irrégularité dans la conduite (un rétrécissement, un coude, un obstacle, etc.)

Par exemple, si on reprend le dispositif présenté plus haut, et qu'on y ajoute un obstacle au milieu, on constate une perte de charges localisée au niveau de celui-ci.

Puisque les pertes de charge se manifestent le plus souvent par une baisse de pression, on peut les visualiser sur l'expérience.



De la même manière, toute irrégularité dans une conduite mène à des pertes de charge singulières, dont l'effet sur le fluide sera toujours précisé dans les exercices (il n'existe pas de manière générique de les calculer).

Les irrégularités susceptibles de causer ces pertes de charge incluent les variations de section, les obstacles, les coudes, etc. (plus généralement, toute caractéristique faisant que la section n'est pas rectiligne et de section constante).

Ces pertes de charges ont été déterminées pour une grade variétés d'irrégularités : il existe des formules pour les coudes plus ou moins anguleux, pour des diminutions de sections plus ou moins abruptes, etc.