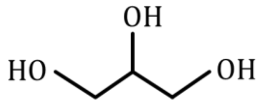
Objectifs	Mesure de la viscosité d'un fluide	
Thèmes	Dynamique des fluides, viscosité des fluides, coefficient de frottements	
Matériel paillasse prof.	Balance de précision	
Matériel paillasses élèves	Éprouvette 500 mL remplie de glycérol Petites billes de verre (de rayon et de masse identique)	Chronomètre et palmer Deux élastiques
Sécurité & Déchets	Le glycérol n'est pas toxique, mais on évitera de le toucher ou de le renverser. On ne le jette pas.	

Intuitivement, on sait qu'un fluide visqueux s'oppose au déplacement des corps qu'il contient (une bille dans le miel se déplace plus lentement qu'une bille dans l'eau). L'objectif de ce TP est de mesurer la **viscosité du glycérol** (et l'incertitude associée) en étudiant la chute d'une bille dans le fluide.



I - TABLE DES MATIERES

II - FORCE VISQUEUSE SUR UNE SPHERE DANS UN FLUIDE ..... - 1 -
II.1 - Forces de trainée dans un fluide visqueux ..... - 1 -
II.2 - Nombre de Reynolds ..... - 1 -
II.3 - Coefficient de trainée Cx d'une sphère ..... - 2 -
II.4 - Mouvement d'une bille dans un fluide visqueux ..... - 3 -
III - DETERMINATION DE LA VISCOSITE DU GLYCEROL ..... - 3 -
III.1 - Protocole expérimental ..... - 3 -
III.2 - Corrections éventuelles : prise en compte des parois de l'éprouvette ..... - 3 -

II - FORCE VISQUEUSE SUR UNE SPHERE DANS UN FLUIDE

II.1 - Forces de trainée dans un fluide visqueux

La force de trainée subie par solide en mouvement dans un fluide est la force colinéaire au vecteur vitesse, mais s'opposant au mouvement, donc dirigée en sens inverse. Dans la plupart des exercices de mécanique, cette force est appelée « force de frottements fluides », et exprimée comme $\vec{F} = -\alpha\,\vec{v}$.

En réalité, l'expression de cette force est notablement difficile à déterminer dans le cas général : elle dépend bien sûr de la vitesse, de la viscosité du fluide, de la forme de l'objet en déplacement, de sa rugosité, de régime d'écoulement (laminaire, turbulent), etc.

De manière générale, on peut exprimer la force de trainée selon :

$$\vec{F} = -\frac{1}{2}\rho\, S\, C_x\, v\, \vec{v} \qquad \left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ la masse volumique du fluide ;} \\ S \text{ la section de l'objet dans la direction perpendiculaire au déplacement ;} \\ \vec{v} \text{ le vecteur vitesse de l'objet dans le fluide ;} \\ C_x \text{ le coefficient de trainée, qui lui-même dépend de divers paramètres (voir plus bas).} \end{array} \right.$$

Le coefficient de traînée C_x dépend principalement de deux paramètres : la **forme de l'objet** en mouvement et le nombre de **Reynolds de l'écoulement** $Re = VL\rho/\eta$ autour de l'objet.

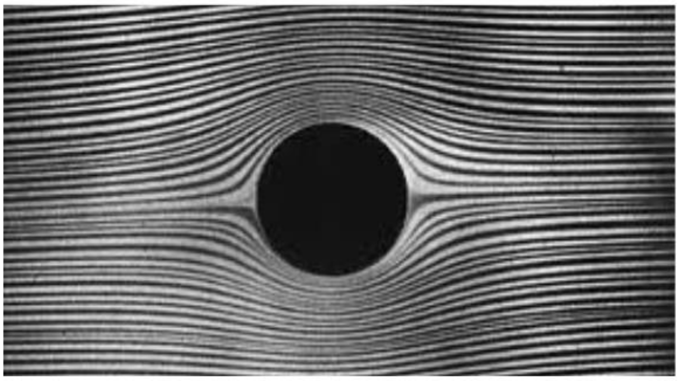
II.2 - Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds est un paramètre numérique important qui caractérise l'écoulement d'un fluide dans une conduite ou autour d'un objet (nous le définirons plus tard dans le cours). Il se calcule à partir de la vitesse V, de la viscosité η, et de la masse volumique ρ du fluide, ainsi que de la taille caractéristique L de l'objet autour duquel le fluide se déplace[a] :

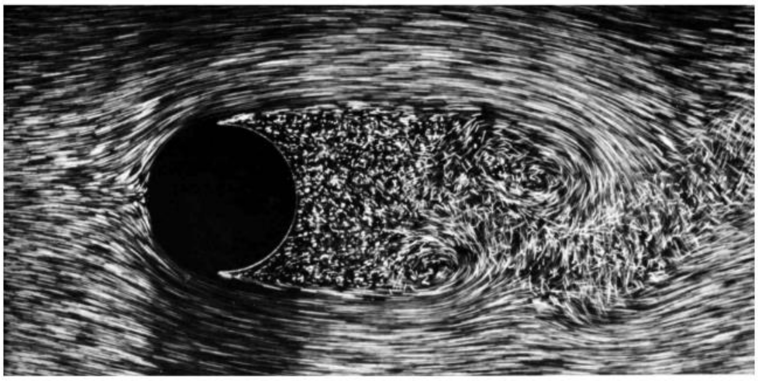
$$R_e = \frac{V\,L\,\rho}{\eta}$$

La valeur de ce coefficient permet de déterminer approximativement la nature de l'écoulement : **laminaire** ou **turbulent**, dont on représente deux exemples ci-dessous (ces clichés ont été pris en pose longue, en ayant introduit des paillettes dans le fluide, pour visualiser son mouvement).

[a] Dans le cas d'un écoulement sans obstacle, mais dans une conduite, la taille de l'objet est remplacée par la taille de la conduite dans laquelle s'écoule le fluide ; c'est le cas le plus souvent rencontré en PT.



Ecoulement laminaire (Reynolds faible) : le fluide circule de manière ordonnée en couches qui se mélangent peu forment des figures stables dans le temps (on peut imaginer un caillou qui tombe lentement dans du miel).

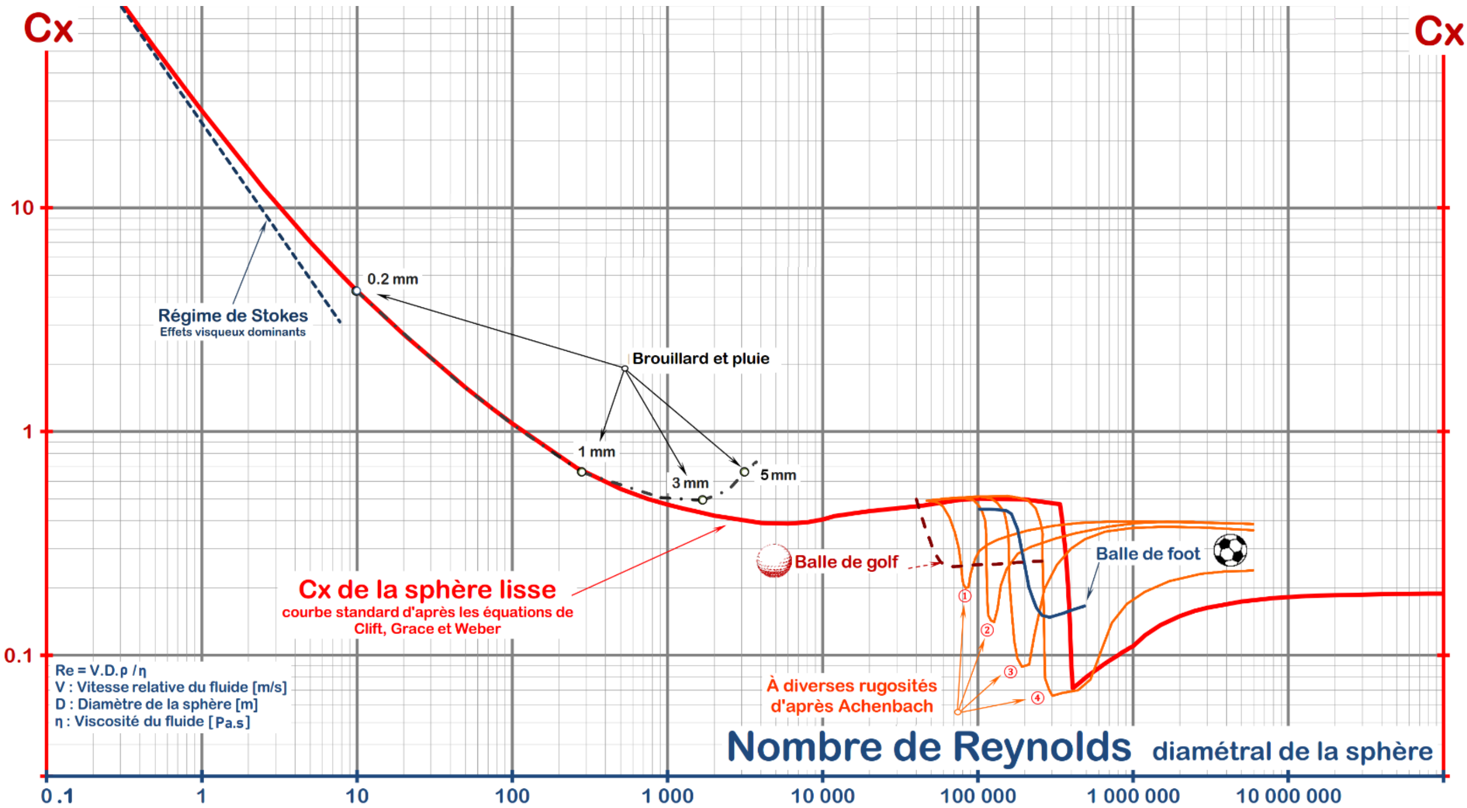


Ecoulement turbulent (Reynolds élevé) : le fluide circule de manière désordonnée, forme des figures instables et changeantes dans le temps (on peut imaginer un bras sorti de la voiture sur l'autoroute).

II.3 - Coefficient de trainée C_X d'une sphère

Pour les formes simple (sphère, cube, ellipsoïde, etc.) <u>**et**</u> en écoulement laminaire, il est possible de calculer les C_x. En revanche, dès que l'écoulement devient turbulent, ou la forme plus complexe, il est nécessaire des réaliser des expériences en soufflerie, ou des simulations numériques pour évaluer le coefficient de trainée.

On donne ci-dessous un graphique donnant la <u>**valeur du C_x de la sphère**</u> en fonction du <u>**nombre de Reynolds de l'écoulement**</u>.



On voit sur le graphique que :

- Lorsque le Reynolds est faible, le coefficient de traînée prend une forme simple : $\mathbf{C_x = 24/\,Re}$ **(régime de Stokes)**.
- Pour des nombres de Reynolds intermédiaires, il se stabilise autour de 0,4 avant de chuter brutalement pour $\mathrm{Re} \sim 10^5$. Ce phénomène, appelé crise de traînée, survient à un nombre de Reynolds qui dépend de la rugosité de la surface. C'est une des raisons expliquant que la majorité des balles de sport ne sont pas parfaitement lisses : on déclenche la crise de trainée de sorte à ce que les frottements fluides soient plus faibles.
- Aux très haut Reynolds, le coefficient de trainée se stabilise à une nouvelle valeur.

II.4 - Mouvement d'une bille dans un fluide visqueux

Préambule expérimental :
Réaliser une expérience rapide permettant de déterminer **l'ordre de grandeur** de Reynolds de l'écoulement du glycérol autour de la bille. En déduire l'expression du C_x dans le cas de la bille dans le glycérol.

Données : la densité du glycérol est $\rho_{gly} \simeq 1260\ \mathrm{kg.m^{-3}}$, et l'ordre de grandeur de sa viscosité est $\eta_{gly} \sim 1\ \mathrm{Pa.s}$.

1. Montrer alors que la force de trainée (donnée plus haut) prend la forme $\vec{F} = -3\pi\eta d\,\vec{v}$, où d est le diamètre de la bille.
2. Établir alors l'équation différentielle vérifiée par la norme v de la vitesse de la bille lors de sa chute dans le fluide. On introduira la masse volumique de la bille ainsi que son rayon.
3. En déduire que cette vitesse tend vers une valeur limite $v(\infty) = \frac{1}{18}\frac{\rho_b\, g\, d^2}{\eta_{gly}}$ où ρ_b est la masse volumique de la bille.
4. Estimer un ordre de grandeur du temps τ_∞ que met une bille, lâchée dans le glycérol, pour atteindre cette valeur limite.

III - DETERMINATION DE LA VISCOSITE DU GLYCEROL

III.1 - Protocole expérimental

Dans cette partie, on considère que la bille évolue dans un fluide de dimensions illimitées, c'est-à-dire qu'on ne prend pas en compte l'éventuelle influence des parois de l'éprouvette sur la dynamique de la bille. On vérifiera cette approximation dans la sous partie-suivante.

À l'aide des questions de la partie précédente et du matériel présent sur les paillasses, proposer une expérience permettant de mesurer précisément la viscosité η_{gly} du glycérol. Réaliser cette expérience, en estimant les incertitudes des mesures réalisées, et en réfléchissant sur la manière de les minimiser. On propagera l'incertitude obtenue sur le résultat de η_{gly}.

Densité du glycérol : $\rho_{gly} = 1260\ \mathrm{kg.m^{-3}}$ Masse volumique des billes : $\rho_b = 2700\ \mathrm{kg.m^{-3}}$

III.2 - Corrections éventuelles : prise en compte des parois de l'éprouvette

L'expression de la force déterminée à la question 1 n'est valable que dans le cas d'un fluide infini. S'il y a des parois latérales, et un fond au récipient contenant le fluide, la force de Stokes appliquée sur une bille de diamètre d est modifiée :

- Effet des parois latérales (pour une éprouvette de diamètre D) : $\vec{F} = -3\pi\eta d\,\vec{v}\left(1 + 2{,}104\left(\frac{d}{D}\right) - 2{,}089\left(\frac{d^3}{D^3}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{d^5}{D^5}\right)\right)$
- Effet du fond (lorsque la bille est à une hauteur z du fond) : $\vec{F} = -3\pi\eta d\left(1 + \frac{d}{2z}\right)\vec{v}$

5. Parmi les termes correctifs ci-dessus, lesquels devraient être pris en compte, et lesquels sont négligeables ?

Attendus concernant la présentation :

- Présentation brève et personnelle des forces visqueuses, et de leur lien avec le Reynolds.
- Explication de l'expérience préalable permettant de déterminer l'expression des forces visqueuses dans le cas du TP.
- Explication du protocole expérimental permettant de déterminer η.
- Valeur de η et de l'incertitude associée. Comparaison avec la valeur tabulée (disponible facilement sur internet).
- Réponse argumentée à la question 5.

Rappel de la formule de propagation des incertitudes :

Si on souhaite connaitre l'incertitude ΔF associée à la grandeur $F(X_1, X_2, \dots)$ à partir des mesures et des incertitudes mesurées sur les X_i, on peut appliquer la formule ci-contre :

$$\Delta F \simeq \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial X_1}(X_1, X_2)\right)^2 (\Delta X_1)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}(X_1, X_2)\right)^2 (\Delta X_2)^2 + \cdots}$$