

Épreuve de physique

Durée 4h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit (le problème comporte néanmoins un certain nombre d'applications numériques, dont le caractère révèle une certaine importance pour la compréhension de l'ensemble)

Le sujet est composé de trois parties indépendantes, elles-mêmes composées de sous-parties largement indépendantes.

AVERTISSEMENT

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à **encadrer les résultats de leurs calculs**.

CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom.
- Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

LE THÉRÉMINE

Le sujet s'intéresse aux différents organes d'instruments de musique dans lesquels le musicien crée des signaux électriques pour engendrer in fine à partir de ceux-ci des ondes sonores perçues par les auditeurs. Le problème étudie les transformations des signaux et leurs interactions au fur et à mesure de leur cheminement dans le montage électrique.

Nous allons nous intéresser à un instrument de musique qui est l'ancêtre des instruments électroniques (et qui est encore utilisé de nos jours pour sa musicalité particulière) : le thérémine, présenté en concert à Paris en 1927, qui dans son fonctionnement exploite l'effet hétérodyne découvert en 1917.

Aucune connaissance relative aux ondes sonores n'est requise. Les documents 2 et 3 donnent les informations nécessaires.



Figure 1 - Thérémine

Document 1 - Description de l'instrument

Le thérémine est un boîtier électronique avec deux antennes qui produit de la musique sans que l'instrumentiste ne touche l'instrument. Une antenne verticale est dite antenne de tonalité ou « pitch » car on commande la hauteur de la note en faisant varier la distance de la main droite à l'antenne verticale. L'antenne horizontale en forme de boucle est utilisée pour faire varier l'intensité du son selon la position de la main gauche (**figure 1**).

La sortie du son, proche de celui d'une scie musicale, se fait par un haut-parleur. Cet instrument exige de l'instrumentiste une grande précision des mouvements de ses mains et une quasi-immobilité du reste du corps : la note juste est difficile à atteindre. Les morceaux joués sont lents.

Dans cet instrument, les électrons « obéissent » à l'exécutant et jouent le rôle de l'anche d'un instrument à vent ou de la corde d'un instrument à corde. Dans les thérémines de concert, on utilise encore pour réaliser l'amplification des tubes à vide (lampes) plutôt que des montages à transistor car les mélomanes en préfèrent la musicalité.

Document 2 - Caractéristiques des sons : hauteur et intensité

La hauteur d'un son est la fréquence du fondamental. Les harmoniques décroissants avec le rang participent au son global. L'oreille perçoit la hauteur même si le fondamental est quasi-inexistant ! Mais il y a un lien avec la durée aussi car l'oreille possède une constante de temps mécanique et la durée limite en dessous de laquelle le son est perçu comme un bruit est 5 ms.

Le « la₃ » ou « La du diapason » est un son de fréquence 440 Hz. Une octave correspond à la multiplication par 2 de la fréquence.

Le timbre est lié à la composition spectrale (présence, durée et importance des harmoniques) et même l'oreille la moins exercée distingue facilement le timbre d'un instrument.

Intensité sonore : On obtient des effets musicaux en jouant certaines notes de manière plus intense que d'autres. Le son est généralement restitué par un haut-parleur qui transforme un signal électrique en son. L'intensité du son est une fonction croissante de l'amplitude du signal électrique.

Le thérémine s'appuie sur l'effet hétérodyne pour engendrer la fréquence audible.

Document 3 - Audibilité

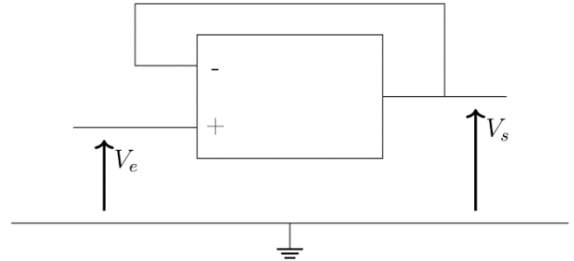
L'oreille humaine moyenne est sensible aux sons dont la fréquence est dans le domaine [20 Hz, 20 kHz]. Le domaine audible correspond à 10 octaves ($10^3 \approx 2^{10}$). Un son grave est un son de basse fréquence, un son aigu de haute fréquence.

PARTIE A : GÉNÉRALITÉS SUR LES ALI

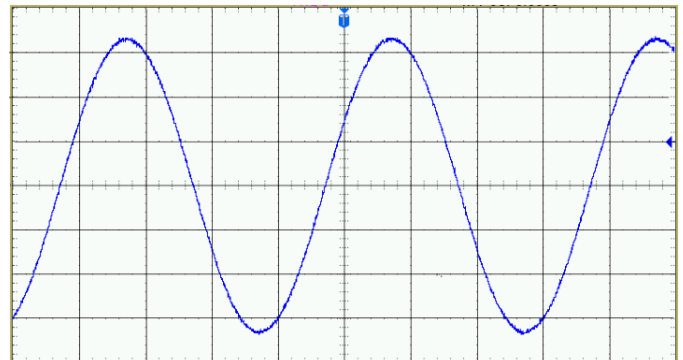
Dans cette partie, on considère un ALI alimenté en $+15/-15$ Volts par une alimentation à point milieu. On admettra que les tensions de saturation haute et basse sont $+/-15$ Volts.

1. Représenter la tension de sortie en fonction de la tension différentielle d'entrée, en indiquant clairement les ordres de grandeur considérés (on indiquera la partie correspondant au régime linéaire et au régime saturé).

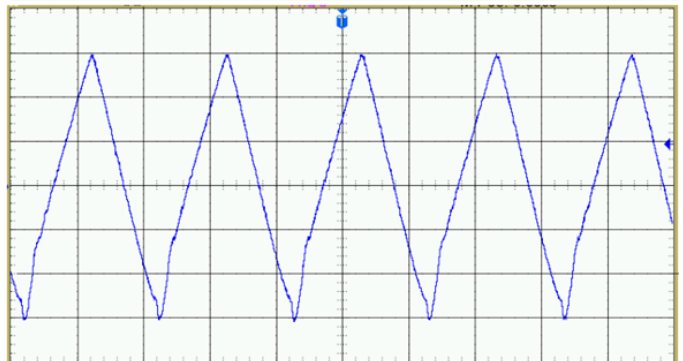
2. On s'intéresse au montage représenté ci-contre. Montrer que $V_s = V_e$. Comment s'appelle ce montage ? Quel est son intérêt ? (on considérera le gain de l'ALI comme infini)



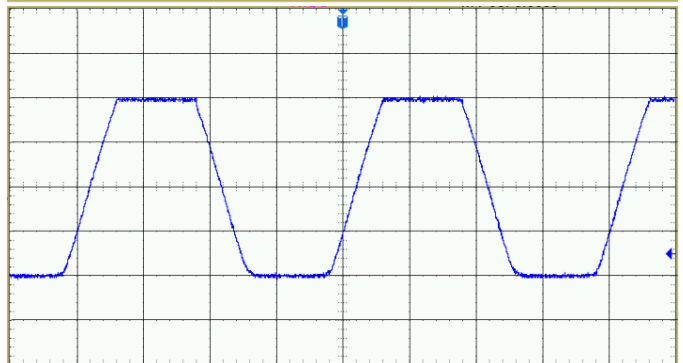
3. On alimente ce montage avec en entrée la tension dont l'oscillogramme est donné ci-contre. Les réglages sont 2 V/div et $100\text{ }\mu\text{s/div}$, quelles sont les caractéristiques de cette tension ? Peut-on raisonnablement penser observer la même chose en sortie ?



4. Toutes choses égales par ailleurs, on augmente la fréquence et on observe en sortie la tension ci-contre. Les réglages sont 2 V/div et $1\text{ }\mu\text{s/div}$. Quelle caractéristique de l'ALI est ainsi mise en évidence ? Evaluer sa valeur numérique.



5. On revient à la fréquence de la question 3, et on ajoute une résistance de charge $R_0 = 50\text{ }\Omega$ entre la sortie et la masse. Les réglages sont 2 V/div et $100\text{ }\mu\text{s/div}$. Quelle caractéristique de l'ALI est ainsi mise en évidence ? Evaluer sa valeur numérique.



6. Donner le schéma d'un montage amplificateur non-inverseur utilisant un ALI et 2 résistances. Établir l'expression du gain de ce montage.
7. Proposer des valeurs pour les résistances pour avoir des gains de 10, 100 et 1000. Jusqu'à quelle valeur de gain peut-on aller avec un tel montage avec une tension d'entrée continue ? Avec une tension d'entrée sinusoïdale de fréquence 10 kHz ? (de simples ordres de grandeur sont attendus)

On alimente ce montage, en prenant un gain de 10, avec la tension d'entrée de la question 3. Dessiner l'allure de la tension attendue en sortie.

PARTIE B : CONTROLE DE LA TONALITE DU SON EMIS PAR LE THEREMINE

On donne : $\sin(a) \sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$

L'effet hétérodyne est l'exploitation de deux signaux s_1 et s_2 de fréquence f_1 et f_2 très élevées (inaudibles), du domaine des radiofréquences et dont la différence produit une vibration de fréquence audible. L'oscillateur électrique local crée le signal électrique de fréquence f_2 stable et l'instrumentiste engendre le signal électrique de fréquence f_1 . Un « mélangeur » ou multiplieur crée la multiplication des deux signaux $s = k s_1 s_2$ avec un coefficient k réel.

8. On dispose de deux signaux harmoniques : s_1 de fréquence $f_1 = 80\,440$ Hz et s_2 de fréquence $f_2 = 80\,000$ Hz. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?
9. On envoie ces signaux à l'entrée du multiplieur. Préciser quel est le spectre en fréquence du signal de sortie du multiplieur. Ces fréquences font-elles partie du domaine audible ?
10. Pourquoi faut-il placer un filtre en sortie du multiplieur ? Quelle doit être la nature de celui-ci ?

On suppose que le circuit oscillant local est un circuit série contenant une bobine idéale d'inductance L_0 et un condensateur de capacité C_0 (figure 3).

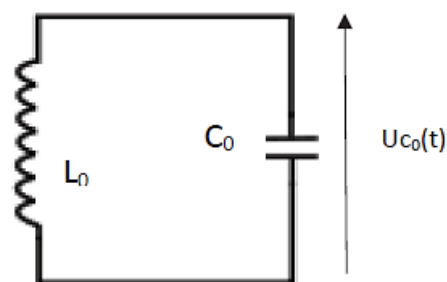


Figure 3 - circuit oscillant

11. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension $U_{C_0}(t)$ aux bornes du condensateur.
12. Quelle est la forme mathématique de la solution $U_{C_0}(t)$?
13. En déduire la relation qui lie la fréquence propre du circuit f_2 aux grandeurs C_0 et L_0 ?
14. Dans le schéma-bloc partiel d'un thérémine donné ci-dessous (figure 4), retrouver les éléments qui correspondent à cet effet hétérodyne et indiquer où est le signal électrique de fréquence « audible ».

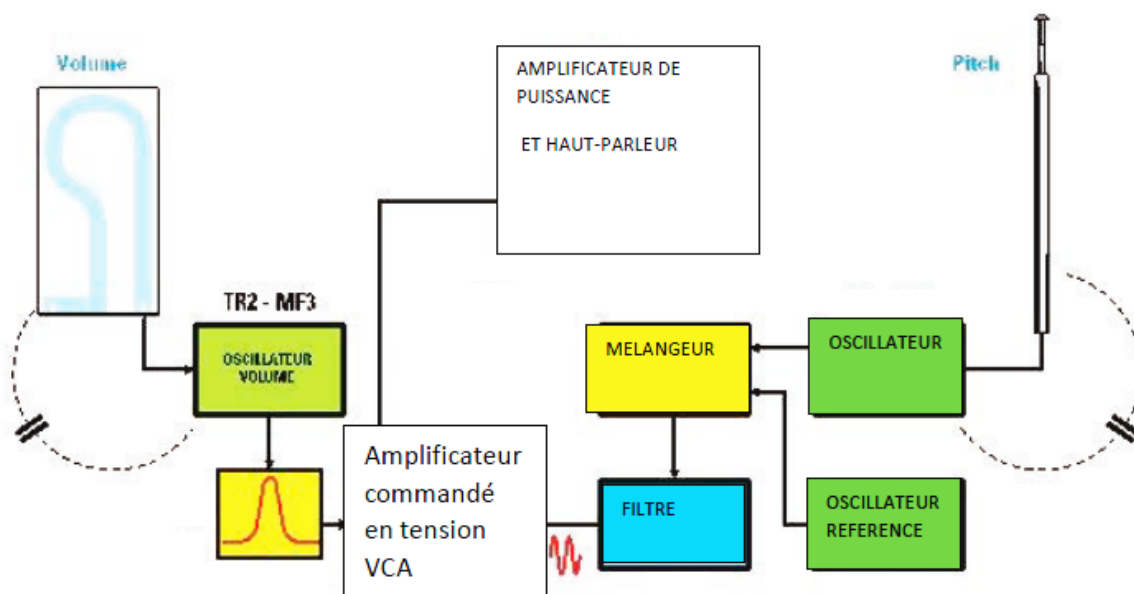
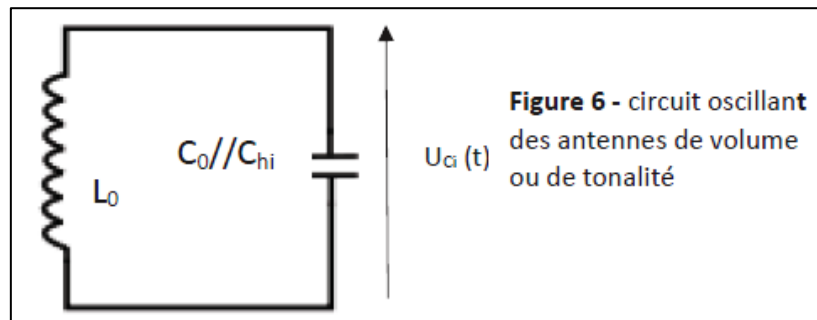
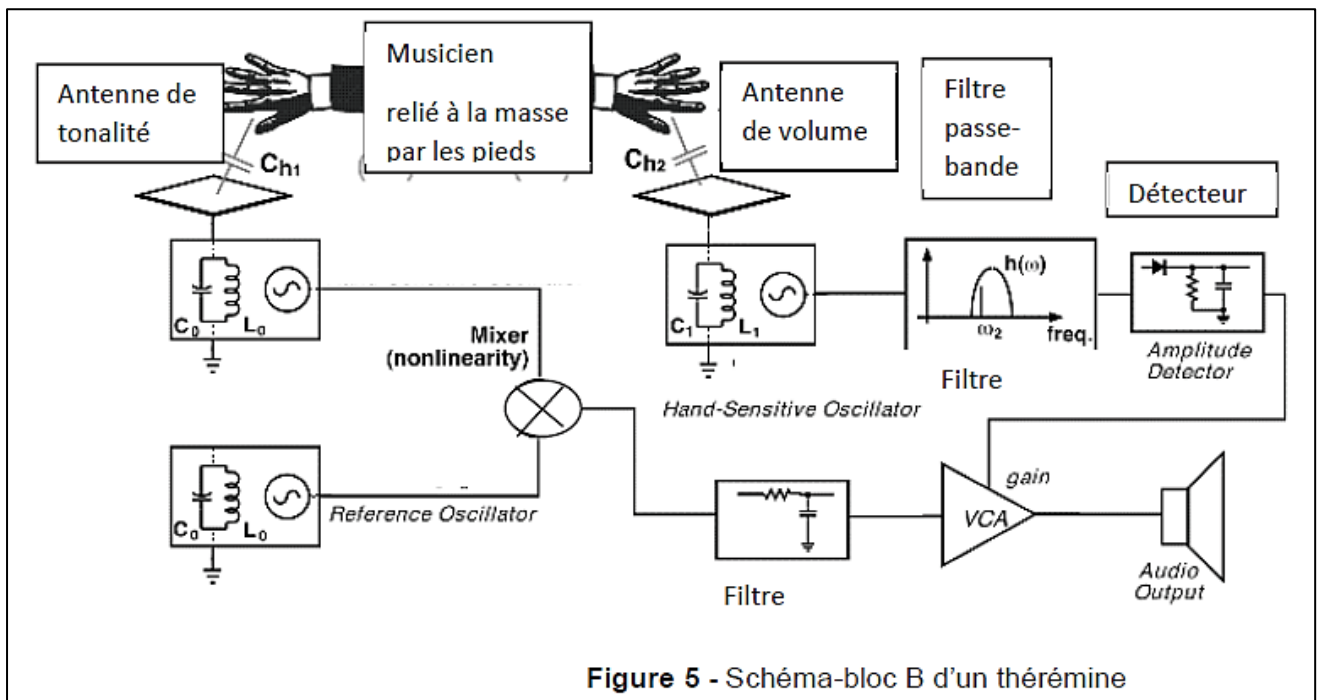


Figure 4 - Schéma-bloc A fonctionnel d'un thérémine

L'antenne de tonalité (pitch) est reliée à un circuit oscillant (C_0, L_0) identique à celui décrit en 11, 12 et 13. Le caractère conducteur du corps humain de l'instrumentiste fait que l'ensemble (antenne de tonalité, main droite en face) revient à placer un condensateur de capacité C_{h1} (figures 4, 5 et 6) en parallèle sur le condensateur de capacité C_0 . De même, l'antenne de volume introduit une capacité en parallèle sur son circuit électrique C_{h2} (figures 4, 5 et 6).



15. Déterminer la fréquence f_1 du signal engendré.
16. Quel est le spectre de fréquence du signal $u(t)$ qui sort du « multiplieur » exprimé en fonction de C_0 , L_0 et C_{h1} ? Comment choisir la fréquence de coupure du filtre qu'on applique à ce signal électrique $u(t)$?

On s'intéresse au filtrage du signal $u(t)$. On dispose d'un conducteur ohmique de résistance R et d'un condensateur de capacité C dont le montage est celui du schéma de la **figure 7**.

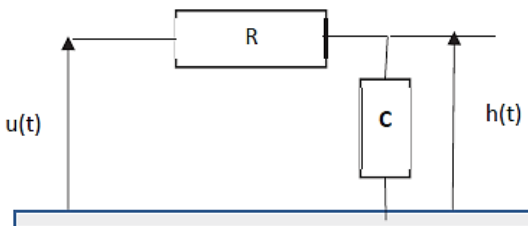


Figure 7 - montage R,C

17. Établir la fonction de transfert $T(jf)$. Quelle est la nature du filtre ? Exprimer la fréquence de coupure f_c du filtre à -3 dB en fonction de R et C .
18. On a une capacité $C = 0,01 \mu\text{F}$. Quelle résistance proposez-vous de placer dans le circuit pour isoler la fréquence audible ?
19. Pour déterminer le lien entre la capacité C_{h1} et la position de la main droite, on mesure sur un thérémine la fréquence f du signal $h(t)$ de sortie du filtre en fonction de la distance x de la main droite à l'antenne en essayant de maintenir la même « forme » de la main. On obtient les valeurs du **tableau 1** ci-dessous.

Tableau 1	f en Hz	40	55	110	220	440	880	1760
	x en cm	74	58	44	32	20	8	1

À quelle distance doit-on se placer pour obtenir un signal électrique $h(t)$ de même fréquence que le « La₃ » ? Indiquer, sans faire de calculs, quel est le lien entre x et $\log(f)$ pour $10 \text{ cm} < x < 44 \text{ cm}$. On rappelle que $\log(2X) = \log(X) + 0,3$ et on suppose que dans ce domaine le lien entre x et $\log(f)$ est une fonction affine.

20. Le son qui sort du haut-parleur a la même fréquence que le signal $h(t)$. Rendra-t-on le son plus grave en rapprochant la main droite ou en l'éloignant de l'antenne ? Combien d'octaves couvre ce thérémine ? De combien doit-on avancer la main pour que la note se déplace d'une octave ?

PARTIE C : CONTROLE DU VOLUME OU INTENSITÉ DU SON ÉMIS

L'antenne de volume est reliée à un circuit oscillant constitué d'un condensateur de capacité C_1 et d'une bobine idéale d'inductance L_1 (**figures 4 et 5**). La main gauche de l'instrumentiste, proche de l'antenne de volume, introduit un condensateur de capacité C_{h2} en parallèle sur C_1 (**figure 6**). La valeur de la capacité C_{h2} dépend de la position de la main gauche.

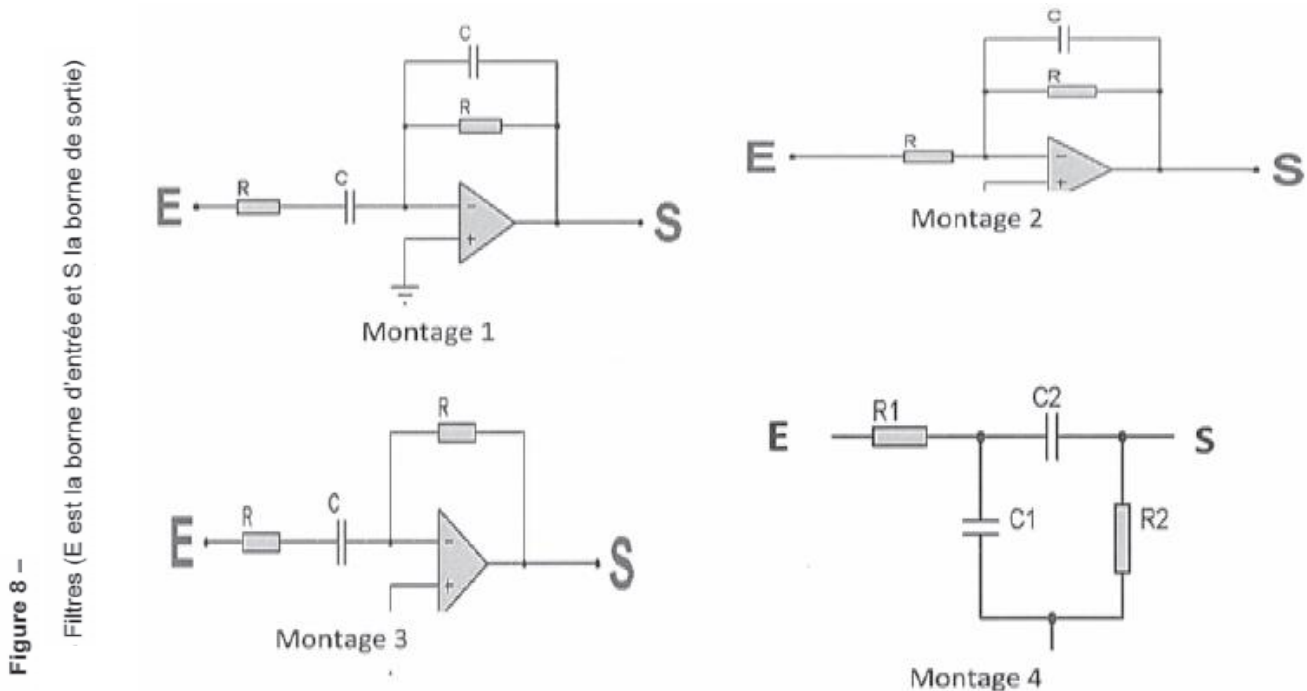
Le signal provenant de l'antenne de volume $v(t)$ doit subir un traitement pour pouvoir contrôler l'amplification du signal de tonalité $h(t)$. On convertit le signal $v(t)$ en une tension continue S dont l'amplitude dépend de la fréquence f' de $v(t)$. On a ainsi constitué un convertisseur fréquence-tension.

C.1 - Filtrage passe-bande

23. À partir du schéma bloc (**figure 5**), indiquer les étapes successives qui correspondent à la transformation décrite ci-dessus. Quelle est la fréquence f' du signal $v(t)$ pour une position de la main gauche qui correspond à C_{h2} ?

Pour opérer le filtrage, on a une série de 4 « boîtes » dont on peut voir les composants et leur montage. Les ALI seront toujours supposés idéaux et fonctionnant dans leur domaine de linéarité.

24. Indiquer sans calculs (en utilisant les équivalents d'une capacité en haute fréquence et en basse fréquence) parmi les différents montages présentés ci-dessous (**figure 8**) lesquels réalisent un filtre passe-bande.
25. Parmi ceux que vous avez sélectionnés, pourquoi celui dans lequel est placé un ALI est-il plus intéressant ? Par la suite, on utilisera ce montage noté M.



On rappelle que la fonction de transfert d'un filtre passe-bande du second ordre s'écrit sous la forme canonique suivante :

$$H(jf') = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{f'}{f_0} - \frac{f_0}{f'}\right)}$$

26. Que représentent les grandeurs H_0 , Q et f_0 ?
27. Rappeler la définition des pulsations de coupure à -3 dB. En déduire que la largeur de bande passante vaut $\Delta f' = f_0/Q$.

28. Montrer que la fonction de transfert du montage M est bien de cette forme et établir les valeurs des caractéristiques H_0 , Q et f_0 du filtre M.
29. On suppose que le déplacement de la main gauche fait varier la capacité introduite par l'antenne de volume de la valeur $C_m = C_1 + C_{h2,min} = 81$ pF à la valeur $C_M = C_1 + C_{h2,max} = 100$ pF. Exprimer la valeur du facteur de qualité Q du filtre en fonction de C_M et C_m , en admettant que la fréquence de résonance f_0 est au milieu de la bande passante. Calculer sa valeur numérique.

C.2 - Détection de l'amplitude

On reprend ci-dessous (**figure 10**) le détecteur qui figure dans le schéma-bloc B de la **figure 5**. Le composant D est un dipôle passif fonctionnant comme un interrupteur K commandé par la tension $U = e - S$.

- Si $U < 0$, l'interrupteur K est ouvert (courant électrique i nul), D est à l'état bloqué.
- Si $U = 0$, l'interrupteur K est fermé, un courant électrique circule de E vers S (sens passant), D est à l'état passant.

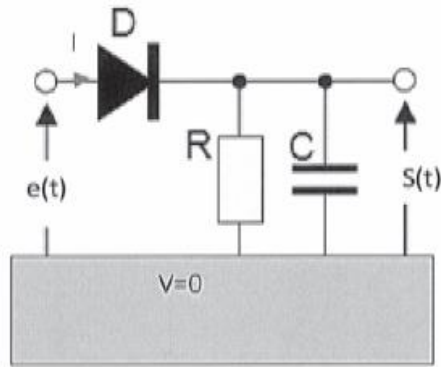
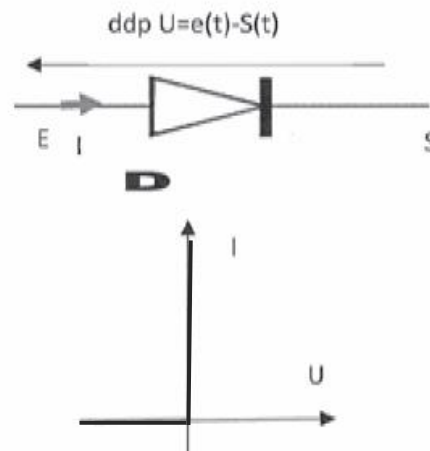


Figure 10 – dipôle D



30. Un signal sinusoïdal de période T' de la forme $e(t) = E_{\max} \sin(2\pi f' t)$ avec $E_{\max} > 0$ est branché en entrée à l'instant $t = 0$, le condensateur étant déchargé et la sortie étant « ouverte » (impédance de charge infinie).
31. Quel est l'état 1 (passant ou bloqué) du dipôle D juste après le branchement ? Dessiner un schéma électrique équivalent.
32. Tant que le dipôle D reste dans le même état 1, quel est le lien entre $e(t)$ et $S(t)$? et quelle est l'expression de l'intensité $I(t)$ qui traverse le dipôle en fonction de $e(t)$, R et C ?
33. À quel instant θ_1 , le dipôle D change-t-il d'état pour la première fois ? À quelle condition sur RC peut-on confondre θ_1 avec $T'/4$? On suppose par la suite que cette condition est respectée.
34. Pour $t > \theta_1 = T'/4$, le dipôle D change d'état passant de 1 à 2. Dessiner le schéma équivalent. À quelle équation différentielle obéit le signal $S(t)$ pour $t > \theta_1 = T'/4$ tant que le dipôle est à l'état 2 ? Donner sa solution tant que le dipôle reste à l'état 2.
35. Représenter sur une même figure la tension $e(t)$ et la tension $S(t)$ pour $t < 5T'/4$. Représenter sur la figure l'instant θ_2 auquel D sera de nouveau à l'état 1.
36. À quel régime permanent aboutit-on pour $t > T'/4$? En déduire que le signal de sortie $S(t)$ est un signal quasi-continu S dont on donnera la valeur.

Le signal $v(t) = V_{\max} \sin(2\pi f' t)$ est le signal d'entrée du filtre M, c'est-à-dire le signal électrique engendré par l'instrumentiste avec sa main gauche. Le signal de sortie de ce filtre passe-bande M est $e(t) = E_{\max} \sin(2\pi f' t)$.

37. À partir de la fonction de transfert établie en 28, expliciter E_{\max} en fonction de f' , V_{\max} , H_0 , Q et f_0 .
38. Quelle est l'expression approchée quand la fréquence f' est voisine de f_0 ?
39. Expliciter ce que vaut $S(f')$ en fonction de V_{\max} , H_0 , Q et f_0 .
40. Serait-il plus intéressant de placer un ALI en sortie et/ou en entrée du montage schématisé **figure 10** ?

ÉTUDE MÉCANIQUE D'UNE ÉTOILE

Partie A : Questions préliminaires

1. Donner l'unité de la charge électrique, du champ électrique, et de la permittivité du vide ϵ_0 .
2. Combien d'électrons sont présents dans un gramme de carbone $^{12}_6\text{C}$? Que vaut la charge correspondante ? Commenter, et expliquer pourquoi la matière est « macroscopiquement neutre ».
3. Déterminer le champ électrique créé dans tout l'espace par un plan infini chargé d'une densité surfacique de charge σ (uniforme), placé en $z = 0$. On représentera le champ \vec{E} obtenu sous forme d'un schéma.

Partie B : Étude de la distribution sphérique de masse

4. Rappeler les expressions de la loi de Coulomb et celle de la loi de Newton concernant l'interaction de deux masses ponctuelles. Considérant une distribution de masse qui crée un champ de gravitation $\vec{g}(\mathbf{M})$, donner la forme du théorème de Gauss gravitationnel.
5. On considère une étoile sphérique de rayon R qui est constituée de matière en auto-gravitation (en interaction avec elle-même). Un point M est repéré en coordonnées sphériques (r, θ, φ) . La masse volumique est notée $\mu(r)$.
Exprimer la masse dm comprise entre les rayons r et $r + dr$ en fonction de $\mu(r)$. En déduire la masse totale sous forme intégrale.
6. Exprimer la force de gravitation entre deux éléments de masse m et m' situés à la distance r l'un de l'autre. Montrer que la force dérive d'une énergie potentielle E_p que l'on exprimera en fonction de m , m' , G et r . On supposera que cette énergie s'annule à l'infini.

Dans toute la suite, on considère que la masse volumique est **uniforme** égale à μ_c .

7. Lorsque le rayon de l'étoile est r , calculer le champ de gravitation créé à l'extérieur de l'étoile en un point M situé à une distance $r' = OM > r$. Montrer que ce champ est identique à celui qui serait créé par une masse ponctuelle $m(r)$ située au centre O de l'étoile.
8. On apporte ensuite de l'infini une masse élémentaire dm de sorte que le rayon devienne $r + dr$; montrer que la variation d'énergie potentielle de l'étoile s'écrit $dE_p = -G \frac{16\pi^2}{3} \mu_c^2 r^4 dr$. On constitue ainsi l'étoile de rayon R et de masse M_0 . Calculer son énergie potentielle. Montrer qu'elle se met sous la forme $E_p = -K \frac{GM_0^2}{R}$; donner la valeur de K .
9. Déterminer le champ de gravitation à l'intérieur de l'étoile en fonction de la masse et du rayon.

On rappelle que la relation fondamentale de l'hydrostatique généralisée s'écrit $\vec{\text{grad}}(P) = \vec{f}_{\text{vol}}$, où P est la pression dans un milieu, et \vec{f}_{vol} la résultante des forces volumiques auxquelles le milieu est soumis. En coordonnées sphériques, le gradient s'écrit : $\vec{\text{grad}}(P) = \frac{\partial P}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin(\theta)} \frac{\partial P}{\partial \varphi} \vec{e}_\varphi$.

10. En supposant l'équilibre hydrostatique réalisé, donner la relation différentielle entre la pression $P(r)$ et $g(r)$ la composante radiale du champ de gravitation. Que peut-on dire de la valeur de P en $r = R$? En déduire l'expression de la pression.
11. On suppose le gaz parfait. Déterminer le lien entre la température $T(r)$, la pression, masse volumique et la masse molaire M_m . En déduire que la pression peut être reliée à la densité volumique d'énergie interne par la relation $p(r) = (\gamma - 1) e(r)$. En déduire E_{int} l'énergie interne de l'étoile. Quelle relation simple lie E_{int} et E_p ?

ÉCOULEMENT SANGUIN

Jean-Marie POISEUILLE (1797-1869) est un médecin français diplômé de l'école polytechnique (X1815).

On lui doit, entre autres, une méthode de mesure de la pression sanguine et plusieurs études sur la circulation sanguine qui l'amènèrent à poser les lois d'écoulement dans les tuyaux.



Partie A : écoulement dans un tuyau

- Un liquide visqueux newtonien incompressible (masse volumique ρ viscosité dynamique η) s'écoule dans un tuyau cylindrique horizontal de rayon R et de longueur L .
- Le régime d'écoulement est laminaire et stationnaire avec un débit volumique D_v .
- La vitesse en un point situé à la distance r de l'axe du tuyau, de symétrie axiale, obéit à la loi :

$$\vec{v}(r) = B \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right) \vec{u}_z$$

- Le nombre de Reynolds s'écrit $Re = \frac{2V_m \rho R}{\eta}$, V_m étant la vitesse moyenne du fluide dans une section du tuyau (égale à D_v/S , où S est la section du tuyau).

Les données sont : ρ, η, R, L et le débit volumique (ou débit en volume) D_v .

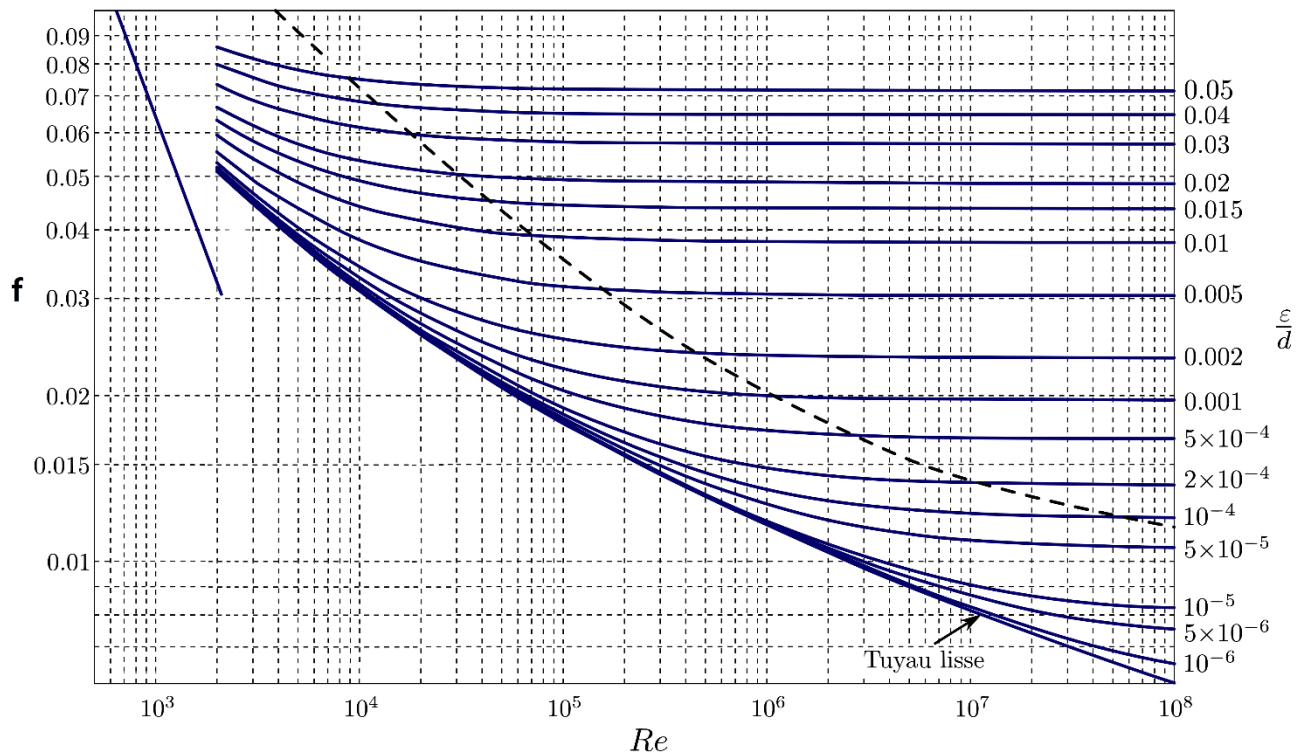
1. Expliciter le coefficient B en fonction des données.
2. Le module de la force F tangentielle exercée par le fluide, à cause de sa viscosité, sur la paroi interne du tuyau, est : $F = 8\eta \frac{L}{R^2} D_v$.
 - a. Démontrer cette relation en précisant clairement le raisonnement.
 - b. Préciser sur un schéma le sens de cette force.
3. Le maintien du mouvement stationnaire du fluide nécessite une différence entre la pression à l'entrée de tuyau (P_e) et la sortie (P_s) : $P_e - P_s = \frac{F}{\pi R^2}$. Justifier *qualitativement* cette relation.
4. En déduire l'expression $P_e - P_s = R_h D_v$ et expliciter la « résistance à l'écoulement » R_h en fonction des données.

Parties B : perte de charges

5. En dynamique des fluides, on appelle charge la quantité $\zeta = P + \rho g z + \frac{\rho v^2}{2}$.
 - a. Quelle est l'unité de ζ dans le système international ?
 - b. Rappeler l'équation de Bernoulli pour un fluide parfait.
6. Pour tenir compte de la dissipation d'énergie, on modifie la relation de Bernoulli en introduisant un terme de perte de charges régulières. La formule de Darcy donne la forme des pertes de charge régulières :

$$P_c = f \cdot \frac{L}{2R} \cdot \frac{\rho V_m^2}{2}, P_c \text{ ayant la même unité que } \zeta.$$

- a. Faire une analyse dimensionnelle du coefficient f .
 - b. À quoi correspondent les pertes de charges régulières ?
 - c. Donner 2 exemples d'autres types de pertes de charges.
7. Le diagramme (de Moody) ci-dessous donne f en fonction de Re . En abscisse (respectivement ordonnée) sont portées les valeurs de Re (respectivement f) mais en échelle logarithmique (échelle log/log).



- La partie droite de la courbe fait apparaître un réseau de courbes dépendant de la rugosité relative du tuyau (notée ε/d sur la figure ci-dessus).
 - Un tuyau rugueux possède des aspérités dont la taille a pour valeur moyenne ε (en mètres) ; la rugosité relative est le rapport sans dimension ε/D (D : diamètre du tuyau).
 - L'évaluation du coefficient f peut se faire avec la relation expérimentale de Colebrook : $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon}{3,71 D} + \frac{2,51}{Re \sqrt{f}} \right)$.

Justifier, à l'aide de la relation de Colebrook, l'allure du diagramme de Moody pour des nombres de Reynolds très élevés.
- Préciser comment Re permet de distinguer deux types d'écoulement et identifier la zone de ce diagramme associée à chaque type d'écoulement.
- La partie gauche du diagramme fait apparaître une droite. **Montrer que** cela correspond à une relation du type : $f = K \cdot Re^\alpha$.
- Déterminer, à partir des valeurs lues sur le diagramme de Moody et du tableau ci-contre, les valeurs approchées des constantes K et α .

x	2	3,2	3,7	6,5
log(x)	0,3	0,5	0,6	0,8

Partie C : application à l'écoulement étudié en partie A, puis à la circulation sanguine

Les données et les notations sont celles de la partie A (données ρ , η , R , L et D_v).

- Rappeler le lien entre D_v et la vitesse moyenne V_m .
- Trouver une relation liant $P_e - P_s$, f , les données, en utilisant la relation de Bernoulli tenant compte des pertes de charges données par la formule de Darcy (partie B).
- Déduire des questions précédentes (partie A et partie C) le lien théorique entre f et le nombre de Reynolds Re .
- Comparer au résultat trouvé en 7d ; conclure.

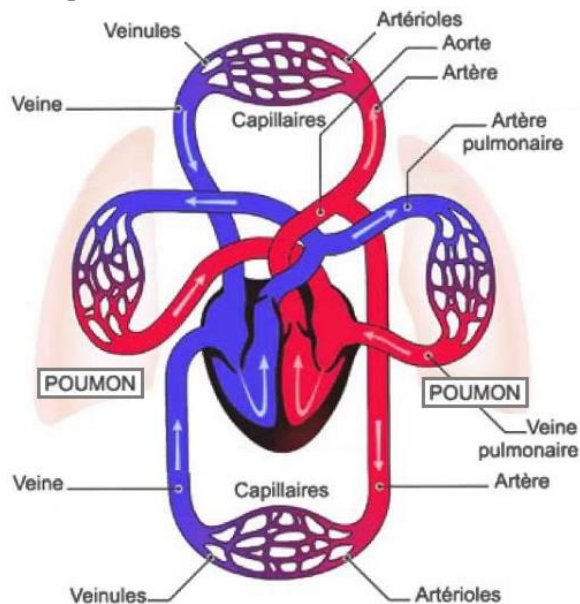
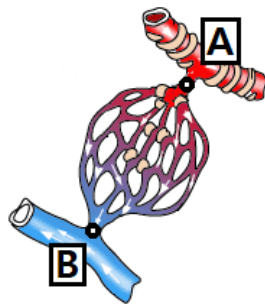
Le sang est un liquide incompressible visqueux circulant dans le corps à travers un réseau d'artères, artérioles, capillaires, veinules, veines (figure à droite).

Les échanges biochimiques se font à travers le réseau capillaire d'un organe pour lequel on mesure (figure à gauche) :

- **En A** : pression moyenne $P_A = 4,0 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ pour un débit volumique : $D_{VA} = 1,8 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$;
- **En B** : $P_B = 1,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$.

12. Déterminer, à partir de la relation exprimée en partie A, question 4, la résistance totale R_{hAB} à l'écoulement entre A et B, en utilisant les unités (à préciser) du système international.

Donner ensuite un ordre de grandeur de sa valeur.



13. La figure ci-contre représente un modèle ramifié du réseau capillaire. En moyenne, chaque vaisseau capillaire possède une longueur $L = 1 \text{ mm}$, un rayon $r = 3 \mu\text{m}$, une résistance à l'écoulement $R_{h,\text{cap}} = 1,2 \cdot 10^{19} \text{ S.I.}$

Évaluer littéralement le nombre N_1 de capillaires de ce modèle ramifié (sur la figure ci-contre, chaque trait épais représente 1 capillaire) en fonction de $R_{h,AB}$ et $R_{h,\text{cap}}$.

