Programme d'interrogation orale

- Savoir écrire et nommer les relations de Maxwell dans le cas général, et dans le cas d'un milieu vide de charges et courants.
- Savoir citer et démontrer l'équation de propagation dans champs E et B via les relations de Maxwell.
- Savoir définir un plan d'onde, une onde plane, et une onde sphérique.
- Connaitre la forme générale d'une OPPH réelle ou complexe, et savoir quel est l'effet de ω et $\vec{k}$ sur l'allure de l'onde.
- Savoir définir ce qu'est une relation de dispersion, et la calculer dans le cas de l'équation de D'Alembert.
- Savoir parler du champ électromagnétique en général : rayons gamma, rayons X, ultraviolet, etc.
- Connaitre l'écriture des équations de Maxwell appliquées à une OPPH complexe (et l'effet des opérateurs sur une OPPH)
- Savoir ce qu'est le vecteur polarisation, et la manière dont le champ est affecté lors du passage dans un polariseur.
- Savoir définir la densité d'énergie d'une OPPH (u_{em} ou $\langle u_{em} \rangle$), ainsi que le vecteur de Poynting $\vec{\Pi} = \vec{E} \wedge \vec{B}/\mu_0$.
- Savoir calculer la puissance traversant une surface via l'intégrale surfacique du vecteur de Poynting.

I - STRUCTURE DE L'ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DANS LE VIDE

Exercice 1 – Nature d'une onde — **Difficile 1 – Original 1**

Pour chacune des formes mathématiques d'ondes proposées ci-dessous, préciser si elles sont planes, progressives (si oui, donner leur direction de propagation), sinusoïdales, ainsi que leur éventuelle polarisation.

- $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - ky)\,\vec{e}_x$
- $\vec{E}(M,t) = E_0 \cos(\omega t - k_1 x + k_2 y)\,\vec{e}_z$
- $\vec{E}(M,t) = E_0\, e^{-z/\delta} \cos(\omega t - z/\delta)\,\vec{e}_y$

Soit une onde plane, progressive de vecteur d'onde $\vec{k} = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y$, d'amplitude E_0 et polarisée rectilignement selon $\vec{e}_z$.

- Établir son expression mathématique ainsi que celle du champ magnétique $\vec{B}$ associé. En déduire l'expression de l'onde régressive associée.

Exercice 2 – Onde sphérique — **Difficile 2 – Original 1**

On considère un émetteur d'ondes électromagnétiques que l'on assimile à une source ponctuelle : il peut s'agir d'un émetteur de radio, d'un satellite, d'une étoile qui rayonne, etc. L'onde émise est sphérique, de la forme en coordonnées sphériques :

$$\vec{E}(M,t) = E_0(r) \cos(\omega t - k\,r)\,\vec{e}_\theta \qquad \text{avec} \qquad k = \frac{\omega}{c}$$

Le milieu de propagation est assimilé au vide.

1. Par analogie avec une onde plane, identifier le vecteur d'onde $\vec{k}$ de l'onde sphérique.
2. On admet qu'une telle onde possède localement la même structure qu'une onde plane. En déduire l'expression du champ magnétique associé.
3. Exprimer le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ et sa moyenne temporelle.
4. Exprimer la puissance moyenne P rayonnée à travers une sphère de rayon r. Justifier par un argument physique que cette puissance est indépendante de r. En déduire que $E_0(r) = A/r$ avec A une constante à déterminer.

Exercice 3 – Loi de Malus — **Difficile 2 – Original 2**

Sur un banc optique d'axe (Oz), on place successivement une source de lumière monochromatique de longueur d'onde λ ; un premier polariseur (P) d'axe passant $\vec{u}$; un second polariseur (A) d'axe passant $\vec{v}$ appelé analyseur ; et un photodétecteur permettant de mesurer l'intensité de la lumière sortant de l'analyseur.

La lumière dans le dispositif est décrite comme une onde plane progressive harmonique. Les directions passantes $\vec{u}$ et $\vec{v}$ du polariseur et de l'analyseur forment un angle θ. On note $\overrightarrow{u_\perp}$ (resp. $\overrightarrow{v_\perp}$) le vecteur unitaire tel que la base $B_P = (\vec{u}, \overrightarrow{u_\perp}, \vec{e}_z)$ soit orthonormée directe (resp. $B_A = (\vec{v}, \overrightarrow{v_\perp}, \vec{e}_z)$).

1. Faire un schéma du montage.
2. Donner l'expression dans la base B_P du champ $\vec{E}_P$ ayant traversé le polariseur en fonction de z, t et λ.

3. Exprimer $\vec{E}_P$ dans la base B_A. En déduire l'expression du champ $\vec{E}_{PA}$ ayant traversé successivement le polariseur et l'analyseur puis celle du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}_{PA}$.

L'intensité lumineuse mesurée par le photodétecteur est définie comme la valeur moyenne (spatiale et temporelle) du flux du vecteur de Poynting sur toute la surface S du photodétecteur : $I = \left\langle \frac{1}{S} \iint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS} \right\rangle$ où le vecteur $\vec{dS}$ est normal au photodétecteur.

4. Montrer que l'intensité peut s'écrire sous la forme : $I = I_0 \cos(\theta)^2$ cette relation est appelée **loi de Malus**.

II - ÉNERGIE DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Exercice 4 – Absorption dans l'atmosphère — Difficile 2 – Original 2

Considérons une onde monochromatique émise par le Soleil, se propageant selon $\vec{e}_x$ dans l'atmosphère assimilée à du vide avec une polarisation selon $\vec{e}_y$.

1. En notant E_0 l'amplitude de l'onde, donner l'expression de $\vec{E}$ sous forme exponentielle. Donner alors $\vec{B}$ et la valeur moyenne du vecteur de Poynting.

Sous l'effet de phénomènes d'absorption et de diffusion par les molécules présentes dans l'atmosphère, l'onde perd progressivement en intensité : $E_0 = E_0(x)$. Toutes ses autres propriétés sont inchangées. La puissance volumique perdue par l'onde s'écrit $P = \alpha E_0^2$.

2. Effectuer un bilan énergétique sur une tranche d'atmosphère de longueur dx et de surface S. En déduire une équation différentielle et une longueur caractéristique L.
3. Déterminer la nouvelle expression de $\vec{E}$.
4. Pourquoi peut-on regarder le Soleil lorsqu'il se couche, mais pas lorsqu'il se trouve au zénith ? Pourquoi le Soleil apparaît-il rouge au lever ou au coucher, mais jaune-blanc au zénith ?

Exercice 5 – Découpe LASER — Difficile 2 – Original 3

On étudie le champ électromagnétique d'un laser industriel à CO_2 de longueur d'onde $\lambda = 1{,}06\ \mu m$, de puissance moyenne $P = 0{,}5\ kW$ et de section $s = 0{,}6\ mm^2$. On modélise grossièrement le champ électromagnétique du faisceau par une onde plane progressive se propageant selon l'axe Oz, et on note $\vec{E}(z,t)$ le champ électrique associé à l'onde : $\vec{E}(z,t) = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{e}_x$

1. Décrire l'état de polarisation de l'onde et calculer le champ magnétique $B(z,t)$.
2. Calculer le vecteur de Poynting $\Pi(z,t)$ de cette onde laser, ainsi que sa valeur moyenne.
3. Donner l'expression littérale, en fonction de P et de s, de l'amplitude E_0 du champ électrique. Calculer numériquement E_0.

Ce faisceau est utilisé pour la découpe de plaques métallique d'épaisseur $e = 5\ mm$. Le faisceau se propage perpendiculairement à la plaque. On admettre que l'énergie du faisceau laser est intégralement absorbée par la métal irradié, et on néglige tout phénomène de conduction thermique, ainsi que tout échange thermique avec l'air ambiant. L'énergie absorbée provoque, en particulier, le chauffage puis la fusion du métal permettant ainsi la découpe de la plaque.

4. Quelle énergie dE faut-il fournir à un cylindre de métal de section s et d'épaisseur de (et de masse dm), initialement à $T_0 = 300\ K$, pour le faire fondre ?
5. Déterminer une relation entre P, dE et le temps dt qu'il faut au laser pour faire fondre un tel cylindre.
6. En déduire la vitesse V de progression du faisceau laser à travers la plaque. Faire l'application numérique.

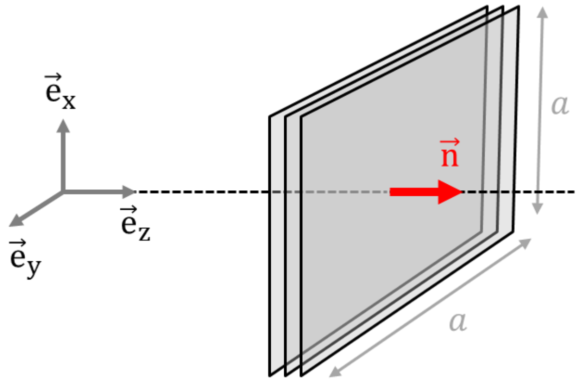
Données concernant le métal :
Masse volumique $\mu = 7{,}88 \cdot 10^3\ kg.m^{-3}$
Capacité thermique :$c = 450\ J.kg^{-1}.K^{-1}$

Enthalpie massique de fusion : $l_f = 270\ kJ.kg^{-1}$
Température de fusion : $T_f = 1800\ K$
Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ F.m^{-1}$

Ci-dessus, une vidéo montrant la vitesse de découpe au laser

Exercice 6 – Détecteur d'onde électromagnétique — Difficile 2 – Original 2

Un émetteur situé à l'origine d'un repère cartésien $(Oxyz)$, envoie une onde électromagnétique plane monochromatique, de vecteur d'onde $\vec{k}$ et de pulsation ω. Cette onde est polarisée rectilignement selon l'axe Ox et se propage selon l'axe Oz dans le sens des z croissants. L'origine des phases sera prise en O et à $t = 0$. Un récepteur, formé de N spires carrées de côté a, se trouve à une distance $z_C = 100$ km de l'émetteur. L'amplitude du champ électrique au niveau du récepteur est $E_0 = 3 \cdot 10^{-3} \text{V.m}^{-1}$.



1. Établir l'équation de propagation du champ électrique E. En déduire l'équation de dispersion de cette onde (c'est-à-dire la relation reliant k, ω et c).
2. Donner l'expression du champ $\vec{E}(M,t)$ et en déduire celle de $B(M,t)$ en fonction de E_0, c, ω et k.
3. Expliquer le principe de fonctionnement du récepteur. En déduire l'orientation du vecteur $\vec{n}$ normal au cadre pour une réception optimale.
4. En tenant compte de la dépendance temporelle et spatiale des champs, établir l'expression littérale de l'intégrale permettant de calculer le flux du champ $\vec{B}$ à travers le détecteur.
5. On donne $\lambda = 1829$ m et $a = 10$ cm, en déduire que la force électromotrice mesurée par le détecteur est $u = kNa^2E_0 \sin(\omega t - k\, z_C)$.
6. Donner l'expression littérale du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ et de sa valeur moyenne temporelle au point C ($x_C = 0$; $y_C = 0$; z_C).
7. On suppose que l'émetteur rayonne de manière isotrope et on néglige toute absorption pendant la propagation. Évaluer littéralement, puis numériquement la puissance moyenne P_e de l'émetteur dans ces hypothèses.