Épreuve de physique

Durée 2h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'usage de calculatrices est interdit.

AVERTISSEMENT

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à **encadrer les résultats de leurs calculs**.

CONSIGNES :

- Composer lisiblement sur les copies avec un stylo à bille à encre foncée : bleue ou noire.
- L'usage de stylo à friction, stylo plume, stylo feutre, liquide de correction et dérouleur de ruban correcteur est interdit.
- Remplir sur chaque copie en MAJUSCULES toutes vos informations d'identification : nom, prénom.
- Une feuille, dont l'entête n'a pas été intégralement renseigné, ne sera pas prise en compte.
- Il est interdit aux candidats de signer leur composition ou d'y mettre un signe quelconque pouvant indiquer sa provenance

EXERCICE 1 : LAC DE JOUX EN HIVER

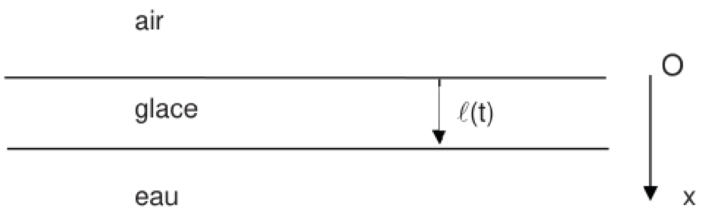
On s'intéresse au lac de Joux, situé en Suisse ; il s'agit du plus grand plan d'eau du massif Jurassien, et il constitue une destination de loisirs appréciée des amoureux de la nature et des sports de plein air, tant en été qu'en hiver.

Nous sommes ici en hiver et la température extérieure est de $-10°\mathrm{C}$; le lac gèle et devient la plus grande patinoire naturelle d'Europe. On se propose de modéliser la croissance de la couche de glace à la surface du lac, en régime quasi-stationnaire. On note $\mathrm{H} = 30\ \mathrm{m}$ la profondeur du lac, et $\mathrm{S} = 10\ \mathrm{km}^2$ sa surface.

On suppose que l'eau est en permanence à la température de fusion $\mathrm{T_e} = 273\ \mathrm{K}$.

L'air au-dessus du lac est à la température constante et uniforme $\mathrm{T_a} = 263\ \mathrm{K}$ et à la pression atmosphérique $\mathrm{P_0} = 1\ \mathrm{bar}$.

Libre de glace à l'instant $\mathrm{t} = 0$, le lac se couvre progressivement d'une couche de glace dont l'épaisseur à l'instant t est $\ell(\mathrm{t})$; comme le montre la figure suivante, la position d'un point du lac est repérée par son abscisse x, l'axe Ox étant vertical descendant et l'origine O étant au niveau de la surface du lac.



Les caractéristiques de la glace sont les suivantes :

Masse volumique $\mu = 990\ \mathrm{kg.m^{-3}}$; Conductivité thermique $\lambda = 2{,}1\ \mathrm{u.s.i}$	Enthalpie massique de fusion (à $\mathrm{T} = 273\ \mathrm{K}$) : $\Delta_{\mathrm{fus}}\mathrm{h} = 335\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$ Capacité thermique massique $\mathrm{c_g} = 2{,}1\ \mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$.

On fait les deux hypothèses suivantes relatives aux transferts thermiques convectifs :

- Le transfert thermique par convection à l'interface glace-air, pour une surface S de glace, pendant la durée dt, est donné par la relation $\delta \mathrm{Q_c} = \mathrm{h}(\mathrm{T_0}(\mathrm{t}) - \mathrm{T_a})\ \mathrm{S\ dt}$, où $\mathrm{T_0}(\mathrm{t}) = \mathrm{T}(\mathrm{x} = 0, \mathrm{t})$ est la température de la glace en $\mathrm{x} = 0$. La température $\mathrm{T_0}$ est comprise entre $\mathrm{T_a}$ et $\mathrm{T_e}$ ($\mathrm{T_a} < \mathrm{T_0} < \mathrm{T_e}$) de sorte que ce transfert s'effectue de la glace vers l'air. On donne $\mathrm{h} = 42\ \mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$.
- Le transfert thermique par convection à l'interface eau-glace est négligé, de sorte que la température à cette interface est constamment à la température de l'eau $\mathrm{T}(\mathrm{x} = \mathrm{l}, \mathrm{t}) = \mathrm{T_e}$.

On rappelle l'équation de diffusion thermique dans la glace : $\lambda \frac{\partial^2 \mathrm{T}}{\partial \mathrm{x}^2} = \mu \mathrm{c_g} \frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{t}}$

1. Calculer le rapport $\mathrm{l_0} = \lambda/\mathrm{h}$ en précisant son unité.
2. Que vaudrait le transfert thermique Q cédé par la glace lors du gel de la totalité du lac ? On donnera le résultat approximatif sous forme d'une puissance de 10.
3. Dans l'hypothèse où $\mathrm{T_0}(\mathrm{t})$ varie lentement (régime quasi-stationnaire), justifier que la température $\mathrm{T}(\mathrm{x})$ dans la glace (pour x variant de 0 à ℓ) peut s'écrire sous la forme : $\mathrm{T}(\mathrm{x}) = \mathrm{a\,x} + \mathrm{b}$ où les constantes a et b sont à exprimer en fonction de $\mathrm{T_0}$, $\mathrm{T_e}$ et de ℓ.
4. Entre les instants t et $\mathrm{t} + \mathrm{dt}$, $\ell(\mathrm{t})$ varie de $\mathrm{d}\ell$. Exprimer, pour cet intervalle de temps dt, le transfert thermique $\delta \mathrm{Q_1}$ cédé par l'eau lors de sa solidification, en fonction notamment de $\Delta_{\mathrm{fus}}\mathrm{h}$.
5. Exprimer, pour ce même intervalle de temps, le transfert thermique conductif $\delta \mathrm{Q_2}$ dans la couche de glace du bas vers le haut, en fonction notamment de la différence $\left(\mathrm{T_e} - \mathrm{T_0}(\mathrm{t})\right)$.
6. La continuité du flux thermique à l'interface glace-air impose : $\delta \mathrm{Q_c} = \delta \mathrm{Q_2}$. En déduire l'expression de $\mathrm{T_0}(\mathrm{t})$ en fonction de $\mathrm{T_e}$, $\mathrm{T_a}$, ℓ_0 et de $\ell(\mathrm{t})$.
7. La continuité du flux thermique à l'interface eau-glace impose : $\delta \mathrm{Q_c} = \delta \mathrm{Q_1}$. En déduire que $\ell(\mathrm{t})$ vérifie l'équation différentielle de la forme suivante $\frac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{dt}} + \frac{\ell}{\ell_0}\frac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{dt}} = \mathrm{v_0}$ où $\mathrm{v_0}$ est une constante homogène à une vitesse, que l'on exprimera en fonction de h, μ, $\Delta_{\mathrm{fus}}\mathrm{h}$, $\mathrm{T_e}$ et $\mathrm{T_a}$.
8. Intégrer l'équation précédente et montrer que $\ell(\mathrm{t})$ vérifie une équation du second degré.
9. En déduire l'expression de $\ell(\mathrm{t})$ tant que le lac n'est pas gelé dans sa totalité.

10. En fonction de ℓ_0 et v_0, exprimer un temps caractéristique τ de l'évolution de $\ell(t)$, et en donner un ordre de grandeur sachant que v_0 est de l'ordre de 10^{-6} m. s^{-1}.
11. En fonction de ℓ_0, λ, c_g et μ, exprimer un temps caractéristique τ' de la diffusion dans la glace sur la longueur ℓ_0 et donner un ordre de grandeur. Conclure sur l'hypothèse du régime quasi-stationnaire faite à la question 4.

EXERCICE 2 – CHAUFFAGE DES LOGEMENTS

(pour les 5/2 : commencer à la question 6b)

Document 1 – Économies d'énergie dans les bâtiments

La crise pétrolière de 1973 a amené les pouvoirs publics à des politiques volontaristes en matière d'énergie. La construction des logements obéit depuis lors à des règles d'isolation thermiques. Ces règles sont de plus en plus contraignantes au fil des décennies mais réalisables grâce à des avancées technologiques majeures et ont permis de limiter la facture énergétique française. Celle-ci représente toutefois encore en 2017 de 2,5 et 3% du PIB et 40 % de cette charge est due au chauffage des bâtiments. La France importe en effet la quasi-totalité de l'énergie fossile dont elle a besoin. La rénovation des bâtiments anciens est donc un enjeu fondamental des prochaines décennies.
La consommation d'énergie pour le chauffage et la production d'eau chaude des logements est en moyenne de :

- 100 kWh. m^{-2}. an^{-1} pour ceux construits après 2000 ;
- 200 kWh. m^{-2}. an^{-1} pour ceux construits entre 1975 et 2000, soit le quart du parc immobilier ;
- 375 kWh. m^{-2}. an^{-1} pour les bâtiments d'avant 1975, qui représentent les deux tiers du parc.

Document 2 : Isolation thermique de bâtiments

On trouve dans une notice pour l'isolation thermique des bâtiments, les valeurs suivantes de conductances thermiques **pour une surface unité de matériau** :

Éléments du bâtiment	**Conductance thermique pour un m^2 de surface en USI. Il est appelé coefficient U_W de performance. Il inclut toutes les déperditions (conductif et conducto-convectif)**
Fenêtre simple vitrage	$U_w = 6,0$
Fenêtre double vitrage	$U_w = 3,0$
Mur plein d'épaisseur 30 cm	$U_w = 2,0$
Mur creux d'épaisseur 30 cm	$U_w = 1,5$
Polystyrène d'épaisseur 2 cm	$U_w = 0,5$

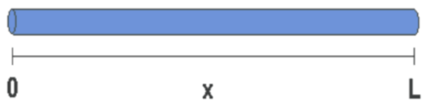
Document 3 : Conductivités thermiques en USI

Matériau	**Conductivités thermiques en USI**
Cuivre	400
Verre à vitre	1,0
Air sec	0,03
Laine de verre	0,04

On prendra pour les applications numériques :

- Prix du kWh en euros en 2018 : 0,15 €. On rappelle que le kWh est **l'énergie** produite pendant une heure par une puissance de 1 kW.
- On prendra pour les calculs 5,5 mois = 4000 heures, une année $\simeq 3 \cdot 10^7$ s
- On donne $3,14 \cdot 10^6$ heures $\simeq 360$ ans
- Diffusivité thermique du cuivre $D_{Cu} = 120 \cdot 10^{-6}$ USI et $1/D_{Cu} \simeq 8330$ USI.
- $\frac{8330}{60} \simeq 139$ et $\sqrt{6} \simeq 2,4$.

Partie 1 : Etude de l'isolation thermique d'un appartement



On considère une barre métallique en cuivre de longueur L dont la surface latérale est isolée thermiquement. Sa masse volumique est notée ρ et sa chaleur massique à pression constante est notée C_m. On rappelle que l'unité de C_m est le $J.K^{-1}.kg^{-1}$. On note A l'aire de sa section droite. Enfin, on note λ la conductivité thermique du cuivre. Le métal de la barre vérifie la loi phénoménologique de Fourier. En $x = 0$ est placé un thermostat de température $T(0) = T_1$ et en $x = L$ un thermostat de température $T(L) = T_2$.

1. Qu'appelle-t-on thermostat ou source de chaleur ? Donner un exemple de système thermodynamique assimilable à un thermostat. Quelle est en théorie la capacité thermique d'un thermostat idéal ?
2. Rappeler la loi de Fourier de la conduction au sein d'un matériau homogène.
3. En faisant un bilan local d'enthalpie entre x et $x + dx$, établir l'équation de la chaleur avec $T(x, t)$ la température locale de la tranche mésoscopique entre x et $x + dx$ à la date t. On donnera l'expression du coefficient de diffusion D en fonction de λ, ρ et C_m.
4. Déterminer l'unité de D.
5. On admet que le temps caractéristique pour atteindre le régime permanent s'écrit : $\tau = L^2/D$.
   a. Commenter physiquement la pertinence du résultat et l'expression de D en fonction de λ, ρ et C_m.
   b. Calculer ce temps pour une barre de cuivre où $L = 1$ m. Commenter le résultat.
6. On note ϕ le courant ou flux thermique. Il représente la puissance qui traverse une section droite de la barre :
   a. Montrer qu'en convention récepteur pour la différence de température, on a : $T_1 - T_2 = R_{th}\,\phi$, en donnant l'expression de R_{th} en fonction des paramètres adéquats.
   b. R_{th} est appelée résistance thermique et son inverse $G_{th} = 1/R_{th}$ est appelée conductance thermique. Donner **en français** la signification physique de la conductance thermique après avoir précisé son unité.
7. **« Déperdition » à travers les fenêtres**
   On se place dans cette partie en hiver et en Alsace. Le différentiel moyen de température entre l'intérieur de la maison et l'extérieur est supposé de manière simplifiée égal à une valeur moyenne $\Delta T = 10$ K pendant une durée $\Delta t = 5{,}5$ mois $\simeq 4000$ heures et de 0 K le reste de l'année. On présentera les résultats sous forme d'un tableau à reproduire sur la copie.

   a. Calculer le courant ou flux thermique ϕ traversant un mètre carré de fenêtre simple vitrage puis un mètre carré de fenêtre double vitrage.
   b. En déduire l'énergie E consommée en **kWh** pour un mètre carré de fenêtre pendant l'année et le coût correspondant en euros

	ϕ(W)	E(kWh)	Coût annuel (euro)
Simple vitrage			
Double vitrage			

8. **« Déperdition » à travers les murs non-isolés, puis isolés**
   On présentera les résultats sous forme d'un tableau à reproduire sur la copie.
   a. Calculer le courant ou flux thermique traversant dans les mêmes conditions un mètre carré de mur plein de 30 cm d'épaisseur
   b. En déduire l'énergie consommée **en kWh** et le coût annuel par **mètre carré de mur**.
   c. Calculer littéralement puis numériquement en Euro l'économie réalisée si l'on isole totalement le mètre carré de mur d'un seul côté avec une couche de polystyrène de 2 cm. Commenter.

	ϕ(kW)	E(kWh)	Coût annuel (euro)
Mur (surface unité)			
Mur isolé (surface unité)			

9. Dans le cadre d'appartements dits « à énergie positive », on positionne de grandes fenêtres au sud, de petites fenêtres au Nord. Enfin, on plante des arbres à feuilles caduques au niveau de la face Sud. On se place toujours en Alsace.
   a. Proposer une explication.
   b. A-t-on intérêt à avoir des volets en métal ou en bois ? Justifier votre réponse.

Partie 2 : Chauffage d'un appartement

10. On considère désormais un appartement standard de surface au sol 100 mètres carrés modélisé par une seule pièce de hauteur sous plafond de 2,5 mètres. Calculer le volume et la masse d'air sec contenue dans la pièce.

Donnée : La masse volumique de l'air de l'appartement est prise égal à $1{,}2$ kg par mètre cube et supposée constante au cours des transformations thermodynamiques.

11. La chaleur massique de l'air sec à pression constante est de : $c_p = 1\ \mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$. **Les transformations thermodynamiques de l'air seront supposées isobares.**
    a. Calculer la capacité thermique C de l'air sec de l'appartement.
    b. En supposant l'appartement idéalement isolé et donc sans aucune déperdition, calculer la durée de chauffage avec des convecteurs électriques de puissance totale 5 kW pour amener l'air sec de l'appartement de $10°\mathrm{C}$ à $20°\mathrm{C}$.
    c. Commenter physiquement et expliquer le résultat.

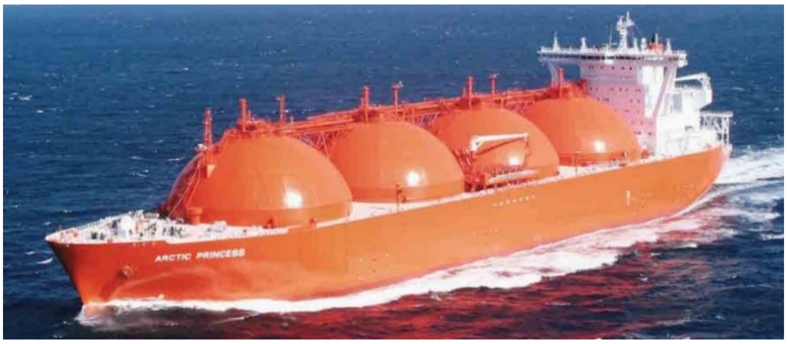
12. L'appartement comprend quatre fenêtres de 2,5 mètres carrés chacune.
    a. Calculer la conductance thermique d'une fenêtre avec les données précédentes pour un simple et un double vitrage.
    b. En tant que résistances thermiques, les quatre fenêtres sont-elles en série ou en parallèle ? Justifier votre réponse.
    c. En déduire la conductance thermique des 4 fenêtres puis la puissance ou courant thermique qui les traverse pour un simple puis pour un double vitrage dans les conditions de la question 7.
    d. En supposant que cette puissance correspond à $20\ \%$ de la puissance transférée de l'appartement vers l'extérieur, déterminer en régime permanent la puissance totale P_0 nécessaire des convecteurs électriques en hiver pour un différentiel de température de $10°\mathrm{C}$ avec simple puis avec double vitrage. Est-ce en accord avec les données du document 1 ?

13. Si l'on augmente la température de la pièce de 1°C, toutes choses égales par ailleurs, quel est le coût supplémentaire relatif (en %) du chauffage ?

EXERCICE 3 - TRANSPORT DU GNL

Le gaz naturel est principalement formé de méthane CH_4 (dans toute la suite, on considérera que c'est du méthane pur).

Son transport sous forme liquide (noté GNL dans la suite, pour « Gaz Naturel Liquéfié ») dans les cuves de navires méthaniers, vers les pays consommateurs éloignés des gisements, est une alternative aux gazoducs plus couteuse, mais plus flexible.



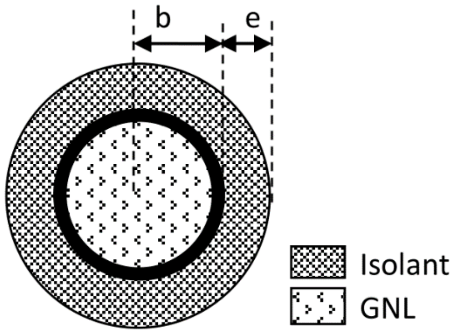
On s'intéresse à la faisabilité thermique du stockage de méthane liquide dans des cuves sphériques.

On prendra pour les applications numériques :

- Conductivité thermique du cuivre : $\lambda_{Cu} = 400$ USI
- Diffusivité thermique du cuivre : $D_{Cu} = 120 \cdot 10^{-6}$ USI et $1/D_{Cu} \simeq 8330$ USI.
- $\frac{8330}{60} \simeq 139$ et $\sqrt{6} \simeq 2{,}4$.

On cherche ici, sur un modèle thermique simplifié, à voir la faisabilité d'un transport maritime du GNL dans des cuves sphériques métalliques isolées thermiquement.

Pour chaque cuve métallique sphérique (figure ci-contre) :



- Rayon externe de la partie métallique : b = 10 m.
- Résistance thermique $\mathbf{R_c = 10^{-6}\ K.W^{-1}}$.

Pour le GNL stocké sous forme de liquide juste saturé à la pression atmosphérique $P_0 = 1$ bar et $\mathbf{T_0 = -162°C}$ **:**

- Masse dans la cuve : $\mathbf{M_0 = 1{,}8 \cdot 10^6\ kg.}$
- Enthalpie massique de vaporisation : $L_v = 500\ \mathrm{kJ.kg^{-1}}$.

Pour la mousse isolante :

- Conductivité thermique $\lambda_i = 0{,}02$ SI.
- Épaisseur e uniforme.
- Résistance thermique $\mathbf{R_i} = \dfrac{\mathbf{e}}{\mathbf{4\pi\lambda_i b^2}}$ si e est très inférieur au rayon interne b.

Modèle thermique :

- On néglige le rayonnement et la convection pour ne tenir compte que de la diffusion thermique.
- La température de la paroi interne est uniformément celle du GNL : $\mathbf{T_0 = -162°C}$.
- La température de l'interface isolant/air est uniformément $\mathbf{T_a = 38°C}$.
- Le GNL uniformément à $\mathbf{T_0 = -162°C}$

Cahier de charges thermique :

- On note $\mathbf{M_{ev}}$ la masse de GNL évaporée pendant le transport et on pose x le taux d'évaporation du GNL pendant le transport : $\mathbf{x = M_{ev}/M_0}$.
- Le transport dure $\Delta t = 5 \cdot 10^5$ s (environ 6 jours) et on veut que, pendant ce transport, le taux d'évaporation reste inférieur à $\mathbf{x_0 = 0{,}01.}$

Partie 1 : évaporation et flux thermique sortant

1. Pour quelle(s) raison(s) les cuves sont-elles choisies de frome sphérique, sachant que cela limite la quantité maximale de GNL transportable sur le bateau ?
2. On cherche l'équation littérale liant x à e sous la forme : $x = A\left(\frac{1}{1+B\cdot e}\right)$. Expliciter les coefficients A et B en fonction des données (on pourra commencer par lier le flux thermique ϕ à la masse de GNL évaporée M_{ev}).
3. L'application numérique donne, dans le système SI : $x = \frac{100}{1+(4\cdot 10^4)\cdot e}$. Représenter graphiquement x en fonction de e, en respectant les domaines de définitions.
4. Calculer l'épaisseur minimale e_0 pour respecter le cahier de charges thermique.

Partie 2 : Justification de l'expression de la résistance thermique $\mathbf{R_i}$ d'une couche sphérique

5. La température en un point M de la couche isolante obéît à la loi : $T(r) = K_1 + \frac{K_2}{r}$, r étant la distance de M au centre de la cuve métallique sphérique. Déterminer, en fonction de T_a, T_0, b et e, une expression approchée de K_2 liée à la faible valeur de l'épaisseur e par rapport à la valeur du rayon interne b.
6. En géométrie sphérique, le gradient s'écrit $\overrightarrow{\mathrm{grad}}(T) = \frac{\partial T}{\partial r}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\,\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin(\theta)}\frac{\partial T}{\partial \varphi}\,\vec{u}_\varphi$.
   Expliquer qualitativement pour quoi seul le premier terme sera non-nul ici.
7. À partir de la définition de la résistance thermique R_i, restituer le raisonnement permettant d'en retrouver l'expression fournie $R_i = \frac{e}{4\pi\lambda_i b^2}$, en calculant littéralement les grandeurs physiques pertinentes.