Dans les précédents chapitres de thermodynamique, on avait uniquement décrit des transferts thermiques entre un système et l'extérieur, en considérant que la température du système lui-même était uniforme. En effet, considérer un système à température non-uniforme implique de prendre en compte des transferts thermiques internes, qui rendent l'analyse plus complexe.

Pour étudier l'évolution de la température dans ces systèmes, il est donc nécessaire de développer des outils supplémentaires qui nous permettront de décrire l'évolution d'un champ de température au sein d'un système. Pour simplifier, on considèrera uniquement des systèmes unidimensionnels, d'abord dans un cas général, puis dans le cas simplifié d'un régime stationnaire, dans lequel les grandeurs thermodynamiques sont constantes.

TABLE DES MATIÈRES

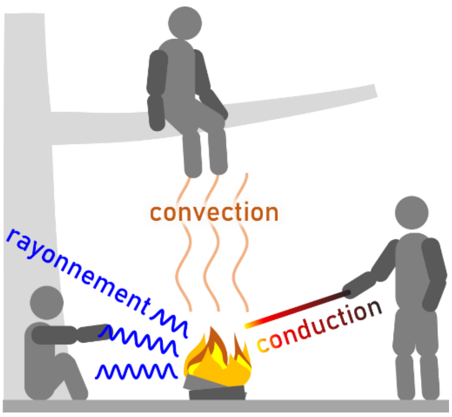
I - TRANSFERTS THERMIQUES

Il convient d'abord de préciser ce qui est entendu par **transfert thermique**. En thermodynamique, on avait exprimé le premier principe comme $dU = \delta Q + \delta W$ (ou $\Delta U = Q + W$). Un transfert thermique entre le système et l'extérieur est un échange de chaleur Q, qui mène à une augmentation de l'énergie interne du système recevant la chaleur. Il est tout à fait possible qu'un transfert de travail W mène aussi à une augmentation d'énergie interne et de température, mais cela ne constitue pas un transfert de chaleur.

Types de transferts thermiques (rappel)

On distingue trois modes de transferts thermiques :

- **Conduction** : la chaleur est transmise de proche en proche, par communication de l'agitation thermique des particules qui composent la matière. Cela ne nécessite pas de déplacement macroscopique de la matière.
- **Convection** : la chaleur est transportée par un déplacement macroscopique de la matière des parties chaudes vers les parties plus froides (dans un fluide).
- **Rayonnement** : la chaleur est transportée par un rayonnement électromagnétique émis par le corps. Tout corps à température non-nulle émet un rayonnement, qui devient visible à quelques centaines de degrés Celsius.



Ces différents modes de transfert se produisent chacun sur une échelle de temps qui lui est propres. Pour transporter l'énergie thermique sur une distance L :

- Le rayonnement se déplace à la vitesse de la lumière c, donc cela prend un temps ______
- La convection dépend de la vitesse du fluide mis en mouvement. On parle de convection **forcée** ou **naturelle** lorsque la vitesse est imposée ou apparait naturellement. Si la vitesse du fluide est v, alors le temps de transport est ______
- La conduction, qui est l'objet de ce chapitre, dépend des propriétés du matériau considéré. En revanche, on peut estimer des ordres de grandeurs qu'on précisera plus tard dans le chapitre : lorsqu'on plonge une cuillère dans de l'eau bouillante, la sensation de brulure n'arrive qu'après un temps de l'ordre de quelques secondes à quelques minutes (selon que la cuillère est en bois ou en métal), ce qui donne une idée de l'ordre de grandeur du temps de transfert, souvent supérieur aux deux autres modes.

Compte tenu de leurs spécificités, ces modes de transfert ne se manifestent pas tous également dans les mêmes situations :

Support	Solide	Liquide	Gaz	Vide
Modes de transfert				

Puisque la convection est très largement prédominante dans les fluides (et que sa description requiert des notions de dynamique des fluides avancées), on se limitera ici aux milieux solides.

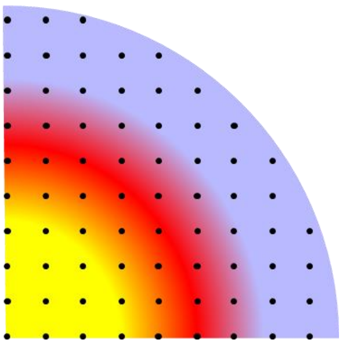
I.1 – Notion d'équilibre mésoscopique

Dans le premier chapitre de thermodynamique, on a défini l'équilibre d'un système comme **« un état dans lequel les échanges d'énergie entre les sous-parties du système sont nuls »**. Plus généralement, on avait considéré des transformations dans lequelles l'équilibre interne du système restait en permanence établi, ce qui implique, entre autres, une **température uniforme**. De toute évidence, on s'intéresse ici à des systèmes au sein desquels la température est non-nuiforme.

Afin de pourvoir définir un champ de température au sein d'un milieu matériel, on considère une fois de plus un découpage en sous-systèmes mésoscopiques, au sein desquels on suppose un équilibre thermique interne. Dans chaque sous-système mésoscopique, **on pourra appliquer le premier princide la thermodynamique avec les sous-systèmes voisins.** Cela dit, chacun de ces sous-sytèmes est suffisamment petit pour être considéré comme ponctuel face à la taille totale du système ; on peut alors parler de champ de température défini dans tout le milieu matériel.

I.2 – Vecteur densité de flux thermique, ou densité de courant thermique

Le champ de température au sein d'un corps impose un flux thermique (une puissance transmise sous forme de chaleur, notée $\mathcal{P}_{th}$ ou ϕ_{th}), qu'on sait intuitivement être orienté des hautes températures vers les plus basses.



Dans de nombreux cas, comme celui schématisé ci-contre, le flux thermique n'a pas la même valeur et la même direction en chaque point du corps (il sera élevé là où des températures élevées jouxtent des températures faibles, et nul dans les zones de température homogène).

L'ensemble des flux thermiques d'un milieu matériel est décrit par un champ de vecteurs défini **en chaque point M du solide**, le vecteur **« densité de flux thermique »**, noté $\overrightarrow{j_{th}}(M)$.

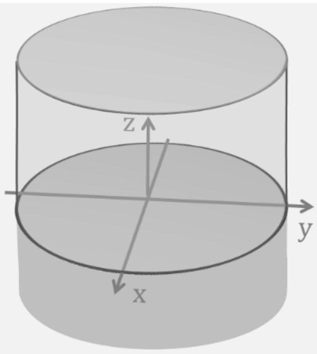
Vecteur densité de flux thermique $\overrightarrow{j_{th}}$

Vecteur densité de flux $\overrightarrow{j_{th}}$ est le vecteur qui, intégré sur une surface, donne la puissance thermique algébrique la traversant :

____

$\overrightarrow{j_{th}}$ est donc une puissance surfacique, donc l'intégrale sur une surface donne bien une puissance. La chaleur traversant une surface pendant un temps dt s'écrit ______________________________

Un exemple pour comprendre - Flux thermique au travers d'une surface



On considère un barreau cylindrique de rayon R, d'axe z, dans lequel la densité de flux thermique en son sein a pour expression :

$$\overrightarrow{j_{th}}(r,\theta,z) = j_0\left(1-\left(\frac{r}{2R}\right)^2\right)\vec{e}_z \qquad 0 < r < R$$

1. Représenter la norme du flux thermique en fonction de r. Dessiner le vecteur en quelques points du schéma ci-contre.
2. Calculer le flux thermique $\mathcal{P}_{th}$ passant par une section de cylindre.

Nous n'avons pas encore énoncé la manière dont on lie le champ de température au champ de densité de courant thermique, ce qui est nécessaire pour déterminer l'évolution de la température dans le milieu ; c'est l'objet de la section suivante.

I.3 - Loi de Fourier : lien entre densité de flux thermique et température

La loi de Fourier est une relation phénoménologique proposée au début du 19ème siècle, stipulant que la chaleur se déplace des hautes vers les basses températures, avec une puissance surfacique proportionnelle au gradient de la température.

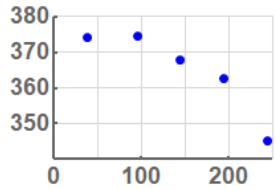
Loi de Fourier

Le vecteur densité de courant est lié au champ de température par la loi de Fourier

Le gradient d'un champ scalaire est un vecteur qui pointe dans la direction locale d'augmentation de la valeur, donc $\overrightarrow{j_{th}}$ est un vecteur qui va des hautes aux faibles températures. On pourra retenir que les conductivités thermiques λ varient de quelques 10^{-2} à quelques $10^{2}\ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$, et se rappeler de quelques valeurs :

Milieu matériel	Cuivre	Zinc	Acier	Béton	Verre	Bois	Gomme, caoutchouc, isolant
Conductivité $\lambda\ (\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}})$	~ 400	~ 100	~ 50	~ 1 à 2	~ 1	$\sim 0{,}2$	$\sim 3 \cdot 10^{-2}$
O.d.g. (à retenir)							

Remarque : toutes ces valeurs dépendent de la température (on montre ci-contre quelques points de mesure de la conductivité thermique du cuivre, en $\mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$, en fonction de la température, en °C). Cela dit, cette variation reste souvent assez faible lorsqu'on se cantonne à des changements de moins d'une centaine de degrés. Dans toute la suite, on négligera ces variations.



De même, dans toute la suite, on considèrera que les matériaux sont **homogènes et isotropes** vis-à-vis de la conduction de la chaleur, c'est-à-dire que la valeur de $\lambda(\mathrm{M})$ est indépendant de la position M, et de la direction de propagation.

I.4 - Conditions aux limites : densité de flux à une interface et loi de Newton

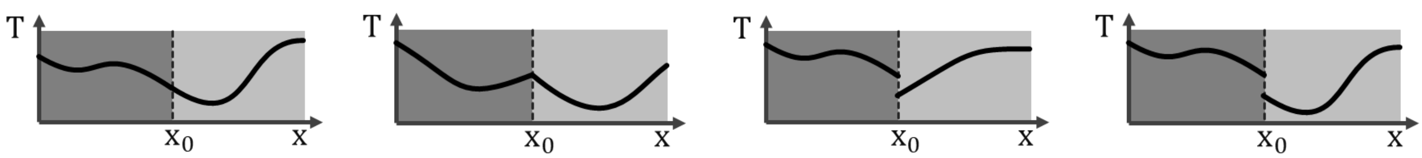
La loi de Fourier énoncée plus haut permet de déterminer la manière dont la chaleur se propage dans un matériau sans bords (donc infini). Il est nécessaire d'établir une loi de comportement du flux de chaleur aux interfaces afin de fournir des conditions aux limites aux surfaces qui séparent le matériau de son environnement.

Continuité du flux thermique aux interfaces

Remarque : lorsque la température est continue à une interface entre deux milieux, on dit que le **contact thermique est « parfait »**.

Un exemple pour comprendre – Condition aux interfaces

On représente ci-dessous la température dans un milieu 1 en contact avec un milieu 2. Indiquer si la température et le flux thermique sont continus ou discontinus, et déterminer les cas physiquement possibles.

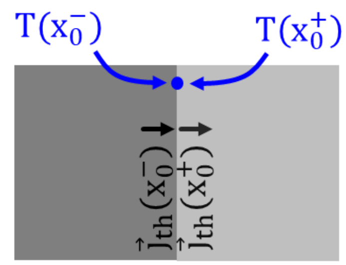


I.4.A - Interface solide-solide

On se place dans le cas d'un contact solide-solide, et on exprime les conséquences mathématiques des conditions au limites énoncées dans la section précédente.

Interface solide-fluide - Loi de Newton

Si on exprime la continuité du vecteur densité de flux à l'interface entre le milieu 1 et 2, on obtient une condition sur les dérivées de la température des deux côtés de l'interface :



I.4.B - Interface solide-fluide

On se place maintenant dans le cas où un fluide circule (de manière naturelle ou forcée) à la surface d'un système solide. Puisque le fluide est libre de se mouvoir, le transfert est majoritairement convectif à l'interface. Sans surprise, on considère en première approximation que le flux de chaleur est proportionnel à la différence de température entre le fluide et la surface du solide.

Interface solide-fluide - Loi de Newton

Le flux thermique à une interface solide-fluide est proportionnelle à l'écart de température à la surface d'échange :

La valeur du coefficient h dépend fortement de la dynamique du fluide au contact de la surface. On pourra retenir que, dans le cas de la convection naturelle, dans laquelle le fluide se met en mouvement de manière spontanée :

- Pour un gaz, $h \sim 10\ \mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$ (mesuré entre 10 et 30 dans le TP n°1, pour un bécher qui refroidit) ;
- Pour un liquide, $h \sim 500\ \mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$

Si on ajoute une convection forcée, alors la valeur de h dépend très directement de la vitesse du fluide (il est facilement possible de multiplier le transfert thermique par un facteur 10 avec une convection raisonnable). Enfin, si le liquide change d'état au contact de la surface chaude, il est possible d'atteindre de très hautes valeurs de coefficient conducto-convectif, $h > 10^4\ \mathrm{W.m^{-2}.K^{-1}}$ (car la chaleur est alors consommée pour effectuer le changement d'état, ce qui demande une grande quantité d'énergie).

I.4.C - Interface calorifugée

À une interface calorifugée idéale (qui ne laisse passer aucun flux de chaleur), le vecteur densité de flux est tangent à la surface :

$$\overrightarrow{j_{th}} \cdot \vec{n} = 0$$

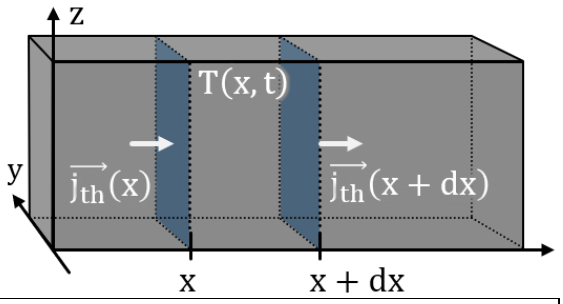
ce qui signifie que l'énergie thermiques ne peut pas sortir du corps calorifugé.

II - DIFFUSION THERMIQUE ET ÉQUATION DE LA CHALEUR

Dans le programme, on s'intéresse uniquement aux transferts thermiques conductifs qu'on peut décrire en utilisant un seul paramètre d'espace ; on qualifiera ces problèmes d'unidimensionnels. Cela ne signifie pas forcément que les milieux matériels sont unidimensionnels : par exemple, la diffusion de la chaleur dans une sphère chauffée en son centre peut être décrite par l'unique paramètre r, ce qui en fait un problème unidimensionnel dans un milieu tridimensionnel.

II.1 - Équation de la chaleur

Pour établir l'équation différentielle décrivant l'évolution spatiale de la température dans le temps, on prendra comme support un pavé de dimension L_y, L_z selon les directions $\vec{e}_y$ et $\vec{e}_z$, et une dimension illimitée selon $\vec{e}_x$. On considèrera que toutes les grandeurs dépendent uniquement de la coordonnée x, que le système est une phase condensée solide idéale, de masse volumique μ, de capacité thermique c et de conductivité thermique λ.



Démonstration manuscrite de l'équation de la chaleur à une dimension

Équation de la chaleur à une dimension en coordonnées cartésiennes

Dans un milieu **homogène**, **isotrope**, **indilatable**, caractérisé par une **masse volumique μ** et une **conductivité thermique λ,** le champ de température $T(x, t)$ exprimé en coordonnées cartésiennes vérifie **l'équation aux dérivées partielles** :

Les équations qui lient une dérivée temporelle simple à une double dérivée spatiale sont appelées « équations de diffusion ». Ce sont des systèmes qui subissent des transformations irréversibles.

Attention : il n'est pas possible de généraliser cette équation à tous les cas unidimensionnels : les éléments de surface s'exprimer de manière plus complexe en cylindrique et sphérique, et l'expression du gradient (présent dans la loi de Fourier) n'est pas aussi simple qu'en cartésien. Une manière de généraliser cette équation à tous les systèmes de coordonnées est de l'écrire, en trois dimensions.

Équation de la chaleur, expression générale (hors-programme)

Dans un milieu **homogène**, **isotrope**, **indilatable**, caractérisé par une **masse volumique μ** et une **conductivité thermique λ,** le champ de température T vérifie l'équation aux dérivées partielles :

$$\text{équation de la chaleur en système de coordonnées quelconque : } \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\mu c} \Delta T$$

L'opérateur Δ est le **Laplacien**, qui s'applique à un champ scalaire (ou vectoriel), et renvoie un champ scalaire (ou vectoriel) dont l'expression cartésienne est $\boldsymbol{\Delta F} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$ (mais différente dans les autres repères). Cet opérateur sera particulièrement important dans la description de la propagation des ondes électromagnétisme.

II.2 - Diffusivité thermique et temps caractéristique de diffusion

On voit que l'équation différentielle partielle fait intervenir un coefficient qui n'est pas seulement la conductivité thermique λ : la masse volumique et la capacité thermique massique interviennent également pour former le coefficient de diffusivité thermique.

Coefficient de diffusivité thermique

Le **« coefficient de diffusivité thermique »** régit la vitesse de diffusion de la température, et s'exprime :

C'est ce coefficient qui fait la différence entre les vitesses de diffusions qu'on observe dans divers matériaux. Pour avoir une intuition physique de la vitesse de diffusion de la température, on souhaite établir un ordre de grandeur de la distance parcourue par une variation de température au sein d'un matériau, en un temps donné. Pour cela, on réalise une analyse dimensionnelle :

Analyse dimensionnelle sur une équation aux dérivées partielles

Par analyse dimensionnelle, établir une relation entre un temps caractéristique de diffusion thermique, une distance caractéristique du système, et l'ordre de grandeur du coefficient de diffusivité thermique.

Ordres de grandeur concernant la conduction de chaleur

Pour parcourir une distance de l'ordre de L, un front de température met un temps d'ordre τ, appelé « temps caractéristique de diffusion » :

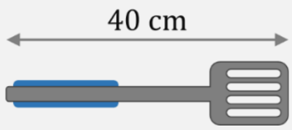
$$\tau \sim L^2/D \qquad \left(\text{ou} \quad L = \sqrt{D\tau}\right)$$

Le temps de diffusion n'est pas proportionnel à la distance, mais au carré de la distance.

Remarque : le temps de diffusion ne dépend pas de la valeur de ΔT au sein du matériau. Un écart de température très grand ne se propage pas plus vite qu'un petit.

Le calcul du temps caractéristique de diffusion permet de déterminer rapidement quelques ordres de grandeurs utiles pour approcher un problème ou une expérience de physique.

Un exemple pour comprendre – Dimensionnement d'une spatule de cuisine



On considère une spatule en cuivre ($D_{Cu} \simeq 117 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2.s^{-1}}$) destinée à être utilisée dans des huiles de friture à haute température.

1. Déterminer l'ordre de grandeur du temps au bout duquel on se brûle en tenant cette spatule dont l'extrémité est plongée dans l'huile bouillante.
2. On ajoute un grip en caoutchouc ($D_C \simeq 0{,}09 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^2.s^{-1}}$) d'un centimètre d'épaisseur. Combien de temps peut-on approximativement tenir la spatule ?

II.3 – Température et flux de chaleur en régime stationnaire

Comme la très large majorité des équations différentielles partielles, l'équation de la chaleur est difficile (souvent impossible) à résoudre de manière analytique, et la recherche de solutions est plutôt du domaine de la physique numérique. Dans ce cours, on se contentera de l'étudier en régime permanent, c'est-à-dire avec le terme $\partial T/\partial t = 0$.

Sans source de chaleur, le régime stationnaire d'un problème de propagation de chaleur est simple : c'est une température homogène dans tout le milieu, ce qui présente peu d'intérêt. L'étude du régime stationnaire n'est intéressante que lorsqu'on impose une température fixe, ou un flux de chaleur fixe à un certain endroit, et que la chaleur peut diffuser dans le milieu, pour sortir à une certaine interface avec un autre milieu. On peut alors obtenir une température non-uniforme dans le milieu, et donc des flux de chaleurs non-nuls.

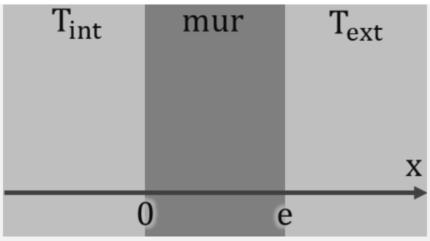
Si on reprend la même géométrie que précédemment, l'équation en régime stationnaire se résout immédiatement.

Equation de la chaleur en régime stationnaire (<u>en cartésien</u>)

On s'attend donc à obtenir des profils de température linéaires, et des flux de chaleur constants, qu'on va calculer pour quelques conditions aux limites distinctes.

II.3.A - Températures imposées aux extrémités

Profil de température stationnaire avec températures imposées aux extrémités



On considère le mur d'une maison d'épaisseur e et de section S schématisé ci-contre. On considère que les contacts sont **parfaits**.

1. Déterminer le profil de température à l'intérieur du mur en régime stationnaire, en supposant un contact thermique parfait avec l'air environnant.
2. Représenter le profil de température dans le mur dans le cas où $T_{ext} < T_{int}$.

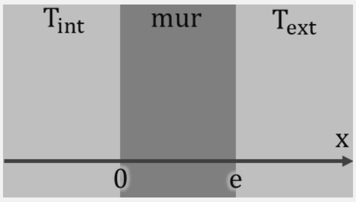
La section suivante est un développement de ce cas particulier des régimes stationnaires appliqués divers systèmes. On y développe des méthodes permettant de déterminer simplement la température ou les flux thermiques au sein de matériaux soumis à certaines conditions aux limites.

III - CONDUCTION TH. EN RÉGIME STATIONNAIRE ET ANALOGIE ÉLECTRIQUE

Dans cette partie, on suppose que le régime stationnaire est établi : la température en chaque point est indépendante du temps. On pourra généraliser les résultats de cette section aux régimes lentement variables, dans lesquels les conditions aux limites varient suffisamment lentement pour que le système s'adapte en un temps négligeable au changement de ces conditions (on pourra appeler cet état « l'ARQS thermique »).

Dans un système de taille caractéristique L, de coefficient de diffusion thermique D, si on fait varier les conditions aux limites sur un temps caractéristique τ_{ext}, on pourra se placer dans l'ARQS thermique si $\tau_{ext} \gg \tau_{th} = L^2/D$ (c'est-à-dire que le temps de diffusion thermique est négligeable devant le temps de modification des conditions aux limites).

Un exemple pour comprendre - Régime quasi-stationnaire dans un mur



On considère un mur en briques de coefficient de diffusion $D_b \simeq 0{,}5 \cdot 10^{-6}\ m^2.s^{-1}$ d'une épaisseur $e = 10$ cm. On considère que la température intérieure est maintenue constante à T_{int}, et que la température extérieure varie simplement avec l'alternance jour-nuit :

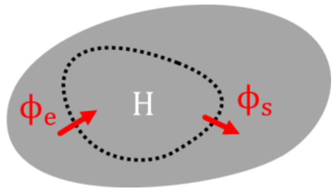
$$T_{ext}(t) = T_0 + \alpha \cdot \cos(\omega t), \quad T_0 = 10°C, \ \ \alpha = 12°C$$

1. Déterminer la pulsation ω.
2. Déterminer s'il est pertinent de considérer que le mur est en régime quasi-stationnaire. Qu'est-ce que cela implique ?
3. On néglige les variations de température journalières, et on considère les variations annuelles, dues aux saisons. Est-il pertinent de considérer que le mur est en régime quasi-stationnaire ? Qu'est-ce que cela implique ?

III.1 - Conservation du flux thermique en régime permanent

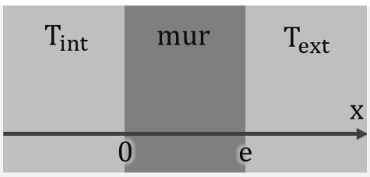
La plupart des problèmes abordés concerneront des systèmes en régime statique ou quasi-statique, dans lesquels on s'intéressera à décrire le flux de chaleur au sein du système, et/ou la température. Souvent, il est fructueux de commencer par exprimer la conservation du flux thermique, que nous démontrons dans le cas général ci-dessous.

Conservation du flux thermique en régime stationnaire (démonstration manuscrite)



En régime stationnaire, en l'absence de production de chaleur dans le système, le flux thermique entrant est égal au flux thermique sortant de n'importe quel volume de contrôle : il y a **conservation du flux thermique** (ou le flux thermique est **conservatif**).

Un exemple pour comprendre - Profil de température stationnaire via conservation du flux thermique, en géométrie simple

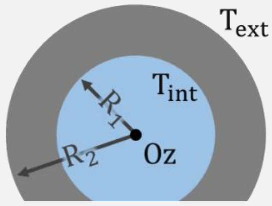


On considère le mur d'une maison d'épaisseur e et de section S schématisé ci-contre.

1. Déterminer la direction et les variables dont dépend $\vec{j}_{th}$.
2. Déterminer l'expression du flux thermique ϕ dans mur.
3. En déduire la température.

Exprimer la conservation du flux thermique est une méthode qui apporte des informations quelle que soit la géométrie du milieu considéré. On reprend ci-dessous un exercice semblable, mais appliqué à une géométrie différente.

Un exemple pour comprendre - Profil de température stationnaire via conservation du flux thermique, en géométrie cylindrique



On considère un tuyau de longueur L, de diamètre intérieur R_1, parcouru par un fluide à température T_{int}, et de diamètre extérieur R_2, entouré d'un milieu à température T_{ext}.

1. Déterminer la direction et les variables dont dépend $\vec{j}_{th}$.
2. Déterminer l'expression du flux thermique ϕ dans la paroi du tuyau.
3. En déduire la température.

On donne l'expression du gradient en cylindrique : $\overrightarrow{\text{grad}}(T) = \frac{\partial T}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{\partial T}{\partial z}\vec{e}_z$

Dans tous les cas, l'étude d'un transfert thermique stationnaire mène à une relation du type $\boldsymbol{\phi = \beta \cdot \Delta T}$, où β est une constante qui dépend de la géométrie du système et de sa conductivité thermique.

III.1 - Analogie entre conduction électrique et conduction thermique

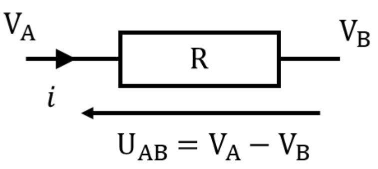
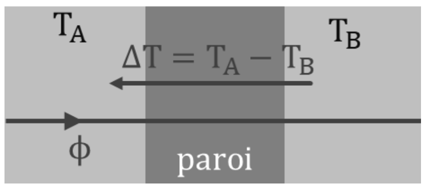
Notion de résistance thermique

En régime stationnaire (ou quasi-stationnaire), le flux thermique ϕ au travers d'un système et l'écart de température ΔT aux extrémités sont liés par :

____

____

Attention : il est facilement possible de se tromper sur le signe de cette relation. Il est nécessaire que le flux thermique ϕ soit positif dans le sens des températures décroissantes.

Conduction électrique	Conduction thermique
Conservation de l'intensité dans un fil : ______________	Conservation du flux dans un milieu 1d : ______________
Différence de potentiel (tension) : ______________	Différence de température : ______________
Loi d'Ohm : $U = Ri$ (en **convention récepteur**, c'est à dire que la flèche tension s'oppose à la flèche intensité) 	Loi d'Ohm thermique : $\Delta T = R_{th}\,\phi$ (en **convention récepteur**, c'est-à-dire que le ΔT s'oppose au flux thermique) 

Dans la pratique, on fera simplement attention qu'un écart de température entre deux points conduit bien à un transfert thermique dont le signe est correct : l'énergie doit aller des hautes températures vers les basses.

III.2 - Calcul de résistances thermiques

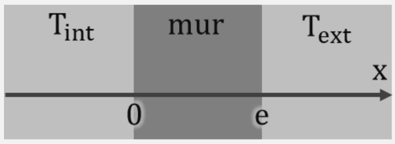
III.2.A - Cas usuel – résistance thermique d'une paroi quelconque

On peut calculer la résistance thermique d'un milieu dont les températures sont imposées aux deux extrémités en :

- Exprimant le flux thermique ϕ (qui est conservé) et en le reliant à la dérivée de la température grâce à la loi de Fourier ;
- Intégrant la relation obtenue entre les deux extrémités du milieu (souvent par séparation des variables).

Un exemple pour comprendre - Calcul direct de la résistance thermique d'un mur

Calculer la résistance thermique R_{th} d'un mur d'épaisseur e, de surface S, sachant que le mur est de conductivité thermique λ.



Résistance thermique d'une paroi plane

La résistance thermique d'une paroi plane, d'épaisseur e, de surface S, et de conductivité thermique λ s'écrit :

Remarque : la résistance thermique n'est pas une caractéristique du matériau uniquement, mais aussi de sa géométrie. Deux murs de béton de surface différente, ou d'épaisseur différente, n'ont pas la même résistance thermique. On remarque que la résistance thermique croit avec l'épaisseur de la paroi, et décroit avec sa surface ou sa conductivité. Les expressions sont différentes pour d'autres types de parois (courbées, d'épaisseur variable, etc.), mais on retrouve toujours ces mêmes dépendances.

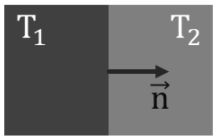
III.2.B - Résistance thermique d'une interface solide-fluide

À partir de la loi de Newton, il est possible de définir une résistance thermique au niveau d'une interface solide-fluide, en utilisant la loi de Newton énoncée plus haut.

Résistance thermique d'une paroi plane

À l'interface entre deux milieux, la loi de Newton impose

La résistance thermique à cette interface est donc :



III.3 - Associations de résistances thermiques

III.3.A - Installation de résistances thermiques en série (les unes après les autres)

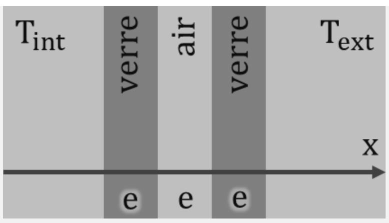
Résistances thermiques en série

Des résistances thermiques sont montées « en série » lorsqu'elles sont traversées par le même flux thermique ϕ, mais soumises à des conditions aux limites de température différentes (cela survient quand on superpose les matériaux, par exemple pour isoler un mur).

Dans ce cas, la résistance thermique équivalente est

Application classique - Étude d'un double vitrage en régime stationnaire

Les doubles vitrages usuels sont composés de deux plaques de verre, séparées par une faible épaisseur d'air. On suppose que les trois couches sont de même surface S, et d'épaisseur e. On a $\lambda_v \simeq 1\ \mathrm{W.m^{-1}K^{-1}}$ et $\lambda_{air} \simeq 0{,}03\ \mathrm{W.m^{-1}K^{-1}}$.



1. Justifier qu'il s'agit d'une association en série de résistances thermiques.
2. Exprimer la résistance thermique du double vitrage, et la résistance thermique d'un simple vitrage d'épaisseur $3e$. Exprimer alors le rapport des deux résistances.
3. Comment pourrait-on améliorer les performances d'isolation du double vitrage ? Quels problèmes se posent alors ?

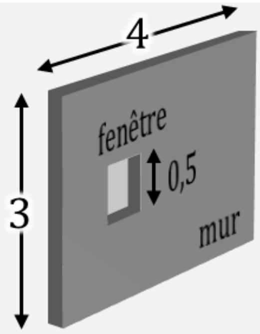
III.3.B - Installation de résistances thermiques en parallèle (les unes à côté des autres)

Résistances thermiques en parallèle

Des résistances thermiques sont montées « en parallèle » lorsqu'elles sont soumises à des conditions aux limites de température différentes, mais traversées par le même flux thermique ϕ (cela survient installe côte à côte des résistances thermique, par exemple lorsqu'on fait plusieurs fenêtres sur un même mur).

Dans ce cas, la résistance thermique équivalente est : ______________________________

Application classique - Étude d'une fenêtre sur un mur



On considère un mur en bois de dimensions 4×3 m dont la résistance thermique est $R_{mur} = 0{,}08\ \mathrm{K.W^{-1}}$. Sur ce mur, on perce un trou de 50×50 cm pour poser une fenêtre en simple vitrage, de résistance thermique $R_{fen} = 0{,}9\ \mathrm{K.W^{-1}}$.

1. Expliquer pourquoi la résistance thermique du mur est plus faible que la fenêtre, alors que le bois est un meilleur isolant que le verre (et qu'il est plus épais).
2. Justifier que ces deux résistances sont en parallèle, et exprimer la résistance thermique totale. Déterminer ensuite quelle proportion des pertes thermiques est due à la fenêtre.